LEGGI E FENOMENI,

REGOLAZIONI ED USI

DELLE

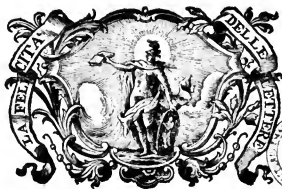
ACQUE CORRENTI.

LEGGI E FENOMENI, REGOLAZIONI ED USI DELLE ACQUE CORRENTI

DI

BERNARDINO ZENDRINI

MATEMATICO DELLA SERENISSIMA REPUBBLICA DI VENEZIA

CON LA SOPRAINTENDENZA GENERALE DELLE ACQUE.

IN VENEZIA
MDCCXLI.

Presso GIAMBATISTA PASQUALI.
CON LICENZA DE' SUPERIORI, E PRIVILEGIO.

PREFAZIONE.

I maraviglierà forſe taluno nel vedere un Trattato di Acque tutto ſegnato di cifre algebraiche, quaſi che queſte nulla abbino a che fare col corſo de' fiumi, o coll'equilibrio de' liquidi che ſempre affettano di comporre la loro ſuperficie a punti equidiſtanti dal comune centro de' gravi. Se queſti però farà attenzione, che il fondamento della Geometria è l'Analiſi, come la Geometria è la baſe della ſcienza delle Acque, di quella in ſpecie, che il loro moto e peſo, e la loro forza rafferma, ſarà d'accordo che altro metodo più naturale, e per avventura più compendioſo e ſicuro eſſer non vi poſſa, che quello che in queſto noſtro Trattato ſi è poſto in uſo.

Io so molto bene quanti pur anco vi ſiano fra gli Uomini di ſcienze, che vorrebbero trat-

tate le cose sì della pura, che della mista matematica con la sola sintesi, ed in somma coll' antico metodo, pretendendo che in tal modo maneggiando le materie, e maggiormente l'intelletto si appaghi, e le dimostrazioni rieschino molto più a portata di farci sentire la verità delle proposizioni, riputando che l'analisi serva piuttosto ad indicarci i risultati che si ricavano da certi dati, e da certe supposizioni, che a tessere le vere prove di quanto viene proposto: contuttociò per poco che un s'interni in questo criterio ed esame, si vedrà chiaramente, che se la pura Geometrica sintesi dimostra con certa catena di sillogistiche prove le assunte proposizioni, lo stesso fa pur anco l'analisi, se cogli stessi principj e procede e conclude, il tutto finalmente in entrambi riducendosi o ad eguagliare le quantità, o a risolverle in analogie; con la sola differenza che in quella sembrano in certo modo più sviluppate e le analogie, e le quantità comparate, in questa se stanno coperte sotto termini universali, benchè pajano assai involute, a talento però di chicchessia possono agevolmente ricevere l'intiero suo sviluppamento ed esser condotte nello stesso modo e forma che con la sintetica Geometria si ottengono.

A tal proposito non devo tralasciare di trascrivere quanto M. Bellidor, sì benemerito della scienza che abbiamo per le mani, ha pubblicato nella di lui Prefazione alla sua *Architettura*

Idrau-

Idraulica. *Come*, dic' egli, *non ignoro punto l' importanza di un ſoggetto, che tanto intereſſa la neceſſità della vita, ho io creduto che applicandomi a trattarlo con eſattezza, ognuno aveſſe a lodare l' aver io impiegati i momenti di quell' ozio, di cui poſſo diſporre, ma temo ſolamente, che quelli i quali non hanno l' uſo dell' Algebra, e che ſi ſono di già lamentati di quella che ho ſparſo nelle altre mie Opere, mormoreranno di trovarne molta in queſta, che ora eſce, ma come vogliono eſſi che io mi faccia?* Ella è *divenuta la chiave di tutte le ſcoperte, nè è poſſibile di perderla di viſta, quando oprar ſi voglia con preciſione, nè certamente ſe non col di lei mezzo ſi ponno dedurre i metodi per operar con ſicurezza nella pratica. Il calcolo literale s' addatta alla capacità dello ſpirito preſentandogli una ſerie infinita di oggetti ſotto la più ſemplice eſpreſſione, ſenza eſſer diſtratto dalla complicazione de' loro rapporti, nè ſi ricerca altra attenzione che quella che domanda il calcolo ſteſſo, e la ſola penna conduce direttamente alla riſoluzione di ciò di cui ſi va in traccia, che diviene in ſeguito una formola generale per tutte le ſimili quiſtioni ſenza il biſogno di altre dimoſtrazioni, che di quelle che ſi ricavano dall' evidenza del calcolo medeſimo, le di cui operazioni ſono fondate ſopra ſemplici aſſiomi. Sovente una ſola eſpreſſione literale dà lume ad una ſcienza intiera, ſviluppandoſi ſenza fatica tutte le conſeguenze le une dopo le altre, come agevolmente ſi potrà giudicarlo per il modo con cui noi abbiamo eſpreſſo le regole de' moti, e quelle della miſura delle acque*. E il non mai abbaſtanza lodato M. De Fontenelle *ne-*

gli

gli Elementi della Geometria dell' infinito, verso il fine della dottissima sua Prefazione si esprime, parlando del calcolo: *Che questo in Geometria è quello appunto, ch' è lo sperimento in Fisica, e tutte le verità prodotte solamente dal calcolo, si potrebbono avere in conto di verità di esperienza*.

Aggiungasi al fin quì detto, (oltre alla facilità che dà il calcolo nel dedurre tante conseguenze) la fecondità dello stesso per cavarne secondo le varie supposizioni la serie delle diduzioni e Corollarj, onde si può dire, che perfettamente ne resti esaurito il soggetto che si maneggia: motivi tutti che mi hanno fatto preporre questa all' antica sintetica strada sempre laboriosa a trattarsi, senza comparazione meno ubertosa nello scoprimento de' ritrovati, e spesse volte insufficiente a condurci al termine che ci siamo proposti, allora principalmente, che siamo obbligati a servirsi delle curve di grado superiore, o come vengono dette, trascendente, che adesso dopo degli ammirabili ritrovamenti del Cavalieri e del Torricelli ne' loro indivisibili, e dopo dell' analisi degl' infiniti promossa da' loro inventori al più sublime grado di perfezione, da tanti incomparabili Uomini della Germania, dell' Inghilterra, e della Francia e che hanno in passato fiorito, e che tutt' ora fioriscono, cotanto illustrata, si maneggiano quasi con tanta facilità, quanto si trattavano altre volte le sole linee ricevute dagli antichi come Geometriche.

Se

Se dunque anco di queste linee avevo a far uso in questo Trattato, era ben conveniente il servirmi di tutti que' mezzi che a tal termine condurre mi potevano, ed ecco prodotti que' titoli che giustificar possono il metodo da me tenuto, essendo, per così dire, il solo che alla meta guidar mi poteva.

Altro pesante obbietto mi potrebbe esser fatto anche concedendomisi tutto ciò, che sin quì ho esposto, ed è, che finalmente tendendo ogni mio scopo nel porre in una ragionevole pratica la dottrina delle acque, anzi avendo voluto piantar questa sopra delle sole osservazioni, de' fenomeni, e di fatti incontrastabili, certamente che quelli che vi avranno a por le mani non saranno, e forse di gran lunga, in istato d'intendere il linguaggio con cui è stesa questa materia, onde più tosto aveva essa a trattarsi col fondamento di una facile Geometria, che nell'astrusa via dell'analitica da pochi conosciuta, e calcata; dimodochè i Periti a' quali finalmente raccomandar si deve l'esecuzione di quanto si avanza, niuno o pochissimo uso ne potranno fare.

L'obbietto per vero dire ha il suo nerbo, e lo conosco pur troppo di molta forza, ma non può però esser tale da farmi pentire della mia fatica, e della massima presa. E' verissimo che i Periti e gl' Ingegneri poco o nulla si domesticano con il calcolo, ma se questi non lo fanno, lo devono ben fare i Professori delle miste Matematiche, a'

quali effettivamente ho inteso di dirigere quanto può trarsi dal mio Trattato. So pur troppo che d' ordinario si confondono da' men dotti i gradi di Perito, d' Ingegnere, e sino talvolta d' Agrimensore con quello de' Professori, abbenchè l'ordine di questi sia ben differente dal rango degli antedetti; deve un vero Professore intender egualmente le dottrine teoriche, che le regole della pratica, dove al Perito basta di versar in questa: Io dunque ho preteso di affaticarmi per i primi, senza però perder di vista nè meno i secondi, che se quelli sono come la mente nell' Uomo, questi possono riputarsi come le braccia.

Prima di spiegarmi ulteriormente sopra di ciò, e mostrare che in fatti quanto rafferma il Trattato servir debba e per gli uni, e per gli altri, dirò qualche cosa dell' idea generale avuta nell' estesa de' Capitoli che tutte le materie trattate contengono.

Perchè dunque documentato dal Gran Galileo, e poi dal celebratissimo Cavaliere Nevvton ne' suoi incomparabili Principj della naturale Filosofia, di doversi dedurre in Fisica le conclusioni non da poco fondate, e spesse volte affatto ideali suppposizioni, ma dal fatto e dalle osservazioni, e sopra di queste stabilire il fondamento di quanto si fosse per avanzare; Appoggiandomi per tanto ad una massima sì vera, ho proccurato di seguire i precetti di detti grand' Uomini, e Dio volesse con quella fortuna e pub-

pubblico vantaggio com' essi hanno fatto: Ben venticinque anni di non interrotte osservazioni sopra delle acque ho consummati prima di stendere il presente Libro, ed ho voluto più di una volta assicurarmene col rifare le osservazioni non che in uno, ma in varj fiumi nell' incontro di averne tanti riconosciuti anche fuori de' felicissimi Stati della Serenissima Repubblica, cui ho l' onore da lungo tempo di servire.

Raccolte dunque le osservazioni, e ricavato dalle medesime quelle conseguenze, che mi sono parute le più naturali ed adattate, e sopra delle medesime avendo voluto prender il consiglio di Uomini ben capaci di ammaestrarmi, ho potuto finalmente tessere quanto in ora esce in pubblico; Che se per avventura non ho toccati i limiti che avrei bramato, può essere che almeno dia materia ad altri più abili di me di farlo, e di ridurre una volta questa sì necessaria scienza, nata per la felicità de' popoli e de' Stati, alla sua perfezione.

E' nata la dottrina delle acque, com' è palese, in Italia, e dalla celebre controversia del Reno fra Bolognesi e Ferraresi ha avuto il vero suo cominciamento, e può dirsi ancora il suo incremento: Fu il primo D. Benedetto Castelli Abate di S. Benedetto Aloisio, quello che avendo assistito Monsignor Ottavio Corsini Presidente di Romagna nella Visita che e' fece del Reno e del Pò, stese poscia gli elementi che denominò *Mi-*

ſura delle acque correnti , ed in verità che unì sì felicemente una sì contumace e difficile materia alle leggi della Geometria, che per il tempo che allora correva , e nelle di lui ſuppoſizioni , la conduſse tanto inanzi, che ſi è meritato un nome immortale, abbenchè e le coſe poſteriormente ritrovate con eſperimenti più adattati, abbiano indotti gl' Idrometri ad appigliarſi ad altre leggi pel moto delle acque , e certe ſue predizioni pubblicate a piedi del ſuo Libro intorno alla diverſione del Sile dalla Laguna di Venezia, abbiamo fatto toccar con mano a chi conoſce il vero ſiſtema di quelle acque , quanto ſiaſi egli ingannato, baſtando per provarlo il ſolo riflettere che appoggiano tutto l' oppoſto i due lumi maggiori delle Idroſtatiche diſcipline, Geminiano Montanari e Domenico Guglielmini in tante loro dottiſſime Scritture fatte nel tempo che e l'uno e l'altro ſi trovava a' ſtipendj della predetta Sereniſs. Repubblica, ed ottimamente però iſtrutti della materia che avevano per le mani ; onde ſi può agevolmente raccogliere, che ſe tal uno condanna i Periti ed Ingegneri perche privi di teoriche cognizioni, poterſi dal pari condannare anco que' Teorici, che troppo donano ad una ſcienza molto aſtratta.

Diede in un tal inciampo anco il per altro cotanto benemerito delle ſcienze Gianalfonſo Borelli, quando ſi fece a trattare, ſenza ſaperſene il motivo, delle Lagune di Venezia, che da quanto conſta , o ſi può congetturare , mai vedute

ave-

aveva, proponendo di escavarle assieme con i porti, con certi rastrelli co' quali voleva grattar i fondi, onde sollevar il fango; quasichè consistessero esse Lagune in pochissima estesa, ed avessero i Porti pochissimo fondo, e nelle une e negli altri vi fosse un moto anche maggiore di quello di un fiume, e stessero senza peso i loro pantani. E pur vi è stato, chi stimando di accrescer gloria al di lui nome, ha pubblicato non molti anni sono que' pensieri, che nè egli quando vivea, nè quelli che dopo la di lui morte si presero la cura di donare al pubblico le egregie di lui Opere, hanno creduto molto confacevole alla di lui fama il doverlo fare. Osservabile pur si rende cert'altra Dissertazione dell'esimio Galileo sopra del fiume Bisenzio, nella quale quanto spicca il profondo ingegno del suo Autore, altrettanto manca di quella verità pratica, che in tante altre sublimi cose, per le quali si può dire, che fosse egli nato, sì altamente sopra ogni altro si distingue, e si distinguerà ne'secoli avvenire.

Al qual proposito non saprei ben riconoscere in fatti il motivo, perchè un sì celebre Matematico trovandosi Professore nell' Università di Padova in tempo che la Repubblica diede un nuovo letto al Pò, una nuova strada alla Brenta di ben 20. miglia di estesa, ed un nuovo alveo al Musòne altro fiume del Padovano col Regio dispendio di millioni, non fosse mai, fra mille difficoltà che nacquero nell'esecutiva di dette imprese, e

fra

fra gl' imbarazzi delle varie opinioni ed obietti degli Ingegneri, prima che le deliberazioni fosſero preſe, ricercato del ſuo parere il Galileo, che pur era in poſſeſſo ed in Venezia ed in Padova di un'altiſſima ſtima, contuttociò non ſi trova certamente ne' pubblici Archivj del Magiſtrato alle Acque, Preſide di tutte le ſeguite regolazioni, documento alcuno di un tanto Soggetto, come moltiſſimi ſe ne trovano di altri non pochi, o per dir meglio di tutti quelli che allora fiorivano, abbenchè di oſcura fama a petto del Galileo; ciò ſarà ſtato facilmente, perchè la ſcienza delle acque non era coſa di ſuo genio, o in cui con le neceſſarie oſſervazioni ſi foſſe l' incomparabile Uomo eſercitato, ſenza delle quali ben ſcorgeva l'occhio ſuo Linceo, che la ſcienza non ſarebbe ſtata punto promoſſa: attendeva egli bensì con tutto lo ſpirito a liberare l'Aſtronomia, e la Fiſica da' pregiudizj, ne' quali erano involte, ed a ridur le Meccaniche al maggior grado di perfezione.

Ma giacchè ſiamo entrati in un ſimile diſcorſo, non può uno che ſi trova coll' onore dell' attuale ſervizio della Sereniſſima Repubblica, diſpenſarſi di dare un breve rifleſſo a quanto nella Prefazione della *Raccolta de' Scrittori, che trattano del moto delle acque* ſi è avanzato, coll' indicarſi ciò che viene prodotto nel Libro intitolato la *Laguna di Venezia* del N. H. Treviſani, come che direttamente ſi oppone alla pubblica maſſima della

la regolazione degli Eſtuarj, Trattato che potrebbe per avventura ne' più deboli almeno imprimer delle idee troppo contrarie alla pubblica felicità, ed all' eterna conſervazione del circondario delle Lagune, e de' Porti di queſta Auguſta Dominante.

Viene allegato il Padre Abate Caſtelli come che non approvava la diverſione del Sile, conſigliata da' Periti, ed eſeguitaſi poſcia del 1684., e ſi vuole eſſer ſtato un *effetto dell' ignoranza degli Architetti volgari fomentati dalla ſoverchia avarizia di acquiſtar terreno fruttifero, il qual frutto e rendita ſarà ſempre immenſamente minore al diſpendio di tanti millioni ſpeſi in divertire, e mutare il corſo e per sì lungo tratto a tanti, e sì gran fiumi, che ſi potevano ſpendere in coſe molto più utili; oltre il danno ineſtimabile dell' aria peggiore, e della navigazione tanto peggiorata, e che ſempre va peggiorando.*

Chi ha prodotti queſti ſenſi o non ha veduto mai le Lagune di Venezia, o le ha vedute ſenza punto farvi ſopra la minima conſiderazione, e come ſi dice, di ſolo paſſaggio. Se parliamo de' prognoſtici del Caſtelli, da eſſo fatti quando ſtavaſi per divertir il Sile, niuno ſe n'è avverato, mentre quella diverſione ha bene avuto lo ſvantaggio di eſſer imperfetta in riguardo a ſe ſteſſa ed alle Campagne vicine, non in rapporto alle Lagune dalle quali reſtò il detto fiume divertito: nè deſſa ha a che fare nè poco nè molto con le noſtre navigazioni, nè con que' Porti, ch' ef-

fet-

fettivamente dal Mare ce la introducono: nè tampoco i Periti che l'hanno configliata hanno avuto in animo di far acquifti o bonificazioni di terreni, come con palpabile errore viene detto, non effendo il Sile nè capace di farle, attefa la natura delle proprie acque, nè le fituazioni nelle quali fu divertito fono in ftato di riceverle, nè il Principe di tolerarle comecchè formano per lungo tratto la conterminazione de' fuoi Eftuarj, legge inviolabile effendo di lafciar il tutto con acqua e paluftre.

Dell'aria pofcia e chi mai negherà che quella di Venezia, dacchè furono fcacciati i fiumi dalle Lagune, che l'ammorbavano, ed inducevano nell'Inclita Città frequenti e contumaciffime epidemie nel fempre nocevole mifcuglio delle acque dolci con le falfe, non fia gionta allo ftato della maggior fua perfezione? Convien ben effer affatto foreftieri di quefto Clima per non fapere ciò, o negarlo. Ma giacchè antefignano di tal erronea maffima fi produce il teftè nominato P. A. Caftelli, mi farà permeffo di opporre all'autorità di quefto Matematico due altri, che nell'affare delle acque hanno fentito tanto innanzi, che ormai da tutti vengono riconofciuti come due cardini di quefta fcienza, Geminiano Montanari, e Giandomenico Guglielmini, i quali non hanno fcritto già come il Caftelli fenza aver veduto ed efaminato, o fe veduto ed efaminato folo fuperficialmente, le Lagune di Venezia, ma tutti e

due

due come Professori stipendiati dalla Serenissima Repubblica.

In quell' aureo Trattato dunque, a cui il Montanari diede il nome di *Mare Adriatico e sua corrente esaminata*, diretto in forma di lettera al S. Cardinale Basadonna al §. *Sin da' primi tempi*, così si esprime: *E perchè fra le cure più gravi, che la Pubblica Sapienza in questa materia non perde giammai di vista, una, e la più importante, si è la conservazione di questi Porti e Lagune, per salute della quale ha in ogni tempo, ma molto più nel passato, e nel presente secolo profuso, e va tuttavia con Regia magnanimità profondendo tesori, e specialmente nella diversione di tanti fiumi, che portando in detta Laguna le torbide l'andavano atterrando, de' quali ben sa l'Eminenza Vostra, che oltre il Bacchiglione e Brenta, e tanti altri già tempo trasportati fuori di essa Laguna, e gl' importantissimi due fiumi, Piave e Sile divertiti in questi ultimi anni, ormai in essa Laguna non isboccano più altre acque dolci fuor de' tre piccioli Torrenti, che saranno quanto prima esiliati ancor essi dalla medesima, ed altrove al Mare condotti: onde non resterà di poi altro nimico da temersi in natura fuori, che il Mare* ec.

Ed al §. *In primo luogo adunque*, (così segue nel proposito de' fiumi per rapporto alle Lagune) *siccome io fui sempre di ferma opinione, che sia verissima e santissima la massima costante di questo Eccellentissimo Senato d'andar divertendo da questa Laguna tutti i fiumi, che per l'avanti, non solo con le tor-*

bide l'andavano atterrando, ma con la naturalezza delle acque medesime propagavano d'ogni intorno quei canneti, che soliti nascere in tali paludi infettano l'aria di non so qual poco salubre esalazione, onde sono quasi disabitate le grosse popolazioni di Torcello, e di Mazzorbo, nè di questa incontrastabile verità abbia bastato a distraermi l'aver veduto, e con ragioni per altro ingegnosissime e dotte procurato di provar il contrario, il dottissimo e da me in ogni altra sua cosa riverito Abate D. Benedetto Castelli, onde stimo doversi sempre benedire dalla posterità tutta le grandi applicazioni non meno che i dispendj di tanti millioni impiegati ne' lunghi Tagli, o sia nuovi alvei fatti al Bacchiglione, ed alla Brenta per condurli con altr' acque più lungi, che s' ha potuto da questa Dominante, e nel divertire altresì dalla parte di Tramontana il Sile, ed altri fiumicelli minori, il che si ha effettuato ormai quasi intieramente, oltre la diversione della Piave, e della Livenza in altre parti stabilita ec.

Così parla il Montanari, come ogn'uno può agevolmente vederlo, essendo di già alle stampe il detto Trattato ed inserto ancora nella stessa *Raccolta degli Autori che hanno trattato di acque* pubblicata in Firenze; vediamo ora cosa sentisse il Celebre Guglielmini in tal materia, e lo ricaveremo dalla di lui Scrittura segnata in Padova 17 Febbrajo 1699, che esiste in Venezia fra i registri dell' Eccellentissimo Magistrato alle Acque, essendo stata al medesimo indirizzata.

Egli per tanto al §. *Per la stessa ragione* espone

ne quanto segue. *Siccome dunque le velme si attribuiscono in gran parte al torbidume del Mare, così le barene non hanno altra origine, che dall' acqua de' fiumi, e non ho dubbio, che se la Brenta non fosse stata a tempo divertita si sarebbero protratte le Barene fino a' Porti, ed avrebbero esterminata la Laguna, e perciò non posso a bastanza commendare la Providenza dell' Eccellentissimo Senato, che ha saputo far argine a' nemici della Laguna, e così potenti quali sono i fiumi particolarmente torbidi, obbligandoli con Regio sforzo a superare l' inclinazione della natura, ed a portare per altra via li tributi al Mare, cioè la Brenta al Porto di Brondolo, il Sile a quello di Jesolo, e la Piave a quello di S. Margarita. Resta non ostante la Laguna soggetta agli insulti della Brenta con le rotte del Soprabondante; del Marzenego, del Desè, e del Zero con gli aperti sbocchi, che tutti non cessano di pregiudicare, e se bene con passo lento, pure s' avanzano alla di lei distruzione.*

Segue al §. *Io non entro a proponer difese contro gl' insulti de' Fiumi, sapendo che con replicati decreti dell' Eccellentissimo Senato è stata da molto tempo in qua promulgata la sentenza della loro relegazione dalle Lagune, benchè non so il perchè fin ora non sia stata eseguita. Bensì dico, che più deve temersi il danno di un Fiume torbido, come che per l'avantaggio del sito non ha limite nell' elevazione delle alluvioni, le quali forma, che anzi per legge di natura le deve ridurre a tal alzamento, che superi tutti li sforzi del Mare contrario. Si sa per esperienza esser tutti i fiu-*

mi torbidi, distruttori delle paludi, e delle Lagune, ec. ...... ne ponno far ferma sede il Pò, ch'è stato il primo a traversar quella grande, che si estendeva dalle foci del fiume Savio sino al Lisonzo: Il Montone e Ronco che hanno ridotta in Terraferma Ravenna, che pure se dobbiamo credere a Strabone era anticamente situata in una Laguna nè più nè meno che Venezia al presente, e ne possono esser testimonj più cogniti, perchè più vicini, l'Adige e la Piave e la Livenza col portare le loro foci al Mare; il primo al Porto di Fossone; il secondo a quello di Jesolo; il terzo a quello di S. Margarita, e lo stesso senza dubbio avrebbero fatto il Bacchiglione, la Brenta, il Musòne & il Sile, se non vi si fosse a tempo provveduto. Fuori dunque i Fiumi di Laguna, se ella si vuol eterna, ed inviolabile custode d'una Città, che ha per principal prerogativa essersi conservata dalla sua prima nascita Vergine, e sede imperturbabile della Religione, e della Libertà.

Chi sino quì ha parlato, non è certamente di que' Periti notati dal Cabeo, ma bensì di que' Chiarissimi Professori descritti da Vitruvio; nè citansi qui i Porti di Efeso ne' quali sboccava il fiume Caistro, ma bensì si parla di Lagune, paludi e Porti di queste nostre vicinanze a tutti noti, perduti tutti quelli, ne' quali si sono lasciate sboccar le fiumane, e conservati per l'opposto tutti gli altri da quali si sono divertite. Non si condanni dunque chi sino nel secolo XIV. suggerì alla Serenissima Repubblica di Venezia, consiste-

ſiſtere l'indennità delle ſue Lagune nel conſervarle perfettamente ſalſe, col diſcacciare da eſſe ogni acqua dolce, ma ſi condannino quelli che l'oppoſto conſigliaſſero, come nimici del pubblico bene.

Quindi nel Magiſtrato alle Acque vi eſiſte la ſeguente iſcrizione a perpetuo documento.

VT. AQVARVM. IMPERIVM. RELIGIONE. ET. CONCORDIA. QVAESITVM. ATQVE AESTVARIA HAEC. LIBERTATIS. SACROSANCTA. SEDES. VRBIS. VELVTI. SACRA. MOENIA. AETERNVM. CONSERVENTVR. AERE. PVBLICO. CVRATORVM. DILIGENTIA. ET. SEVERITATE. AMNES. ELIMINATI. COERCITI. DIVISI. ALIO. TRADVCTI. IPSIQVE. MARI. ET. LITORIBVS. IMPOSITÆ. LEGES.

Se il Caſtelli con la ſcorta della *Geometria e della Filoſofia meccanica*, *e de' ſuoi nuovi ritrovamenti* pronunciò dannoſa la diverſione de' fiumi dalle Lagune, moſſi e dalla Geometria e dalla Filoſofia, e da una conſumata eſperienza inſegnano il contrario i due inſigni Matematici Montanari e Guglielmini, il Caſtelli piantò le ſue propoſizioni con ipoteſi che non reggono a' fatti, dove i due antedetti Matematici avanzarono le loro col fondamento d'incontraſtabili ragioni dedotte dalle oſſervazioni, e da una vera e ſolida pratica; il che ſia detto perchè una maſſima sì perniciosa introdottaſi dall'Autore del *Trattato della Laguna di Venezia* pubblicatoſi del 1718. non prendeſſe piede con troppo danno di codeſte Lagune.

Tornando laddove il discorso restò in certo modo troncato, se si è passato dal merito del P. A. Castelli per averci dati il primo gli elementi Geometrici dell'idrostatica, alle di lui massime concernenti le Lagune di Venezia, molti lumi in seguito ci ha lasciati il P. Marino Merseno dell' ordine de' Minimi ne' suoi fenomeni idraulici, dedotti sempre con lo sperimento alla mano.

Di quanto poscia in vantaggio di questa scienza produssero i Celebratissimi Mariotte, Cassini, Viviani, e li testè nominati Montanari e Guglielmini, indi M. Parent, M. Pitot, M. Bellidor, come pure il P. A. Grandi, il S. Marchese Poleni Professore di Matematiche, e di Filosofia sperimentale in Padova, ed il Sig. Manfredi, non è da immorare in descriverlo, notissimo essendo ad ogn'uno, che non sia affatto forestiere in queste materie l'aver essi in varie guise promossa la scienza delle acque. Anzi non una volta facendo serio riflesso alle tante utili scoperte e ritrovati di questi Soggetti, sono stato per abbandonare la pubblicazione di queste mie notizie e meditazioni, e l'avrei certamente fatto, se non avessi riflettuto, che quanto ero per avanzare conteneva bensì cose anco prodotte da detti Autori se non altro nella parte, che servir poteva al più retto uso della scienza, ma che ciò non ostante mancavano per accostarsi a' veri limiti di tali dottrine molte e molte osservazioni, gran parte delle quali erano state da me fatte,

e po-

e potevano esser d'eccitamento ad altri di moltiplicarle, onde nuovi lumi acquistasse questa materia. Così ho preso il partito di lasciar uscire questo Trattato, il quale in fatti, come mi sono espresso, abbenchè sembri composto per quelli solamente, che l'interiore Geometria coltivano, se però si farà la necessaria attenzione si scoprirà, che può, quanto basta, esser inteso ancora dagli altri, che tal scienza non possedessero, essendo stata mia particolar cura di aggiongere ad ogni proposizione o lo scolio o l'esempio per renderla facile ed intelligibile, e perchè da tutti se ne possa far quell'uso, che è stato lo scopo di questa mia fatica.

Ben è vero che vorrei, che i Periti fossero non di quelli descritti dal Cabeo, ma che studiassero di esser veramente quali li voleva Vitruvio, voglio dire, che nè essi intraprendessero tal professione, nè i Principi o Maestrati permettessero loro l'esercitarla senza lo studio delle Matematiche elementari, comprendendo sotto di queste la Geometria di Euclide, l'Aritmetica, i principj dell'Analisi, che finalmente altro non contengono che un'Aritmetica maneggiata con caratteri e numeri, in vece di servirsi di questi ultimi soli; per altro le quattro operazioni, sopra delle quali si fonda tutta quant'è l'Aritmetica, le stesse e non più servono all'Analisi, e ciò per quello appartiene alla pura contemplazione della quantità discreta e continua. Per le miste Matema-

tiche

tiche poſcia dovrebbe il Perito ben intendere le meccaniche, che comprendono tutta la dottrina de' peſi, delle potenze, delle reſiſtenze, e degli equilibrj tanto de' ſolidi che de' fluidi, inſomma ſi vorrebbe che ſi accoſtaſſero ad Epiſtemio e Filalete di quel dotto Dialogo *circa all' Arno e le acque della Valdinievole*, e non già a quel buon Chirocrate, terzo interlocutore del medeſimo Dialogo, ed allora non punto difficile riuſcirebbe l' intendere o queſto o altri Trattati circa alla dottrina delle acque, ed il Pubblico, ed il privato ſarebbero meglio ſerviti, ſe allora non ſi commetterebbero di quelli errori, che pur troppo ſi ſcorgono alla giornata ſuccedere, e nella ſtima che ſi concilierebbero preſſo dell'univerſale reſtarebbe dal pari promoſſa la loro riputazione, ed avanzato il loro intereſſe.

Si darà ormai un breve ſaggio di tutto ciò che ſi contiene in queſto Libro, e ſervir potrà d'idea generale di quanto ſi è avuto in viſta per promovere queſta ſcienza. Perchè dunque l'acqua è un fluido, pertanto nel primo Capitolo ſi diſamina la natura di queſti, col rilevarſi l' analogia, che eſſi hanno co' ſolidi, e tutto ciò che concerne le leggi generali del moto delle acque; nè potendoſi ſenza il conoſcimento de' fenomeni dell' uſcita di queſte da' fori de' vaſi tenuti ſempre ripieni con eſſa, venirne a capo, così nel Capitolo ſecondo ſe ne ſpiegano i ſintòmi, nè ſolamente col rapporto fra quantità e quantità, ma col

fiſſarſi

fissarsi il peso assoluto della medesima dentro lo spazio di un dato tempo, e ciò tanto per i fori orizontali, che per i verticali. Al detto Capitolo si è aggionta un' Appendice, in cui si esaminano le proposizioni ed i pareri di varj Autori, circa all' uscita predetta dell' acqua da' vasi ponderando la Legge con cui effettivamente si muove dentro dal vase in tal maniera aperto, ed in qual modo si possa sciogliere quelle difficoltà, che sono derivate dalla Proposizione 37. de' Principj della Filosofia del Nevvton della prima edizione, e poi della 36. della seconda: materia ancora meglio illustrata nell'edizione 1726. dal nobilissimo suo Autore, come ognuno potrà facilmente rilevare.

Perchè poi differenza è stata scoperta nella quantità dell'acqua, che esce da' Vasi armati di tubi cavi, da quelli tali che non li hanno, quindi nel Capitolo terzo si pondera quanto in tal proposito è stato detto, rimarcandosi come dalle osservazioni nasca la teoria di tali fenomeni; e nel Capitolo quarto si danno le leggi de' moti ritardati, ogni qual volta questi siano resi tali per l' immersione nell' acqua stagnante di qualche parte dell' altezza de' vasi effluenti.

Stabilito quanto concerne i moti delle acque ne' Vasi, si passa nella prima Parte del Capitolo quinto a considerare le velocità delle correnti nel modo che sono state rilevate da' più rinomati Autori col prodursi anco le stesse osservazioni da essi fatte, e le deduzioni che da queste ne emergono: e nella seconda Parte del medesimo Ca-

pitolo si dà il metodo, che stimasi più sicuro di ogni altro onde ottenersi le dette velocità, il che tanto importa nell' affare de' fiumi, col servirsi della palla a pendolo, dandosene di ciò la teoria e la pratica, e ciò che molto importa deducendo dalle osservazioni fatte, principalmente nel Pò, le leggi di dette velocità, assai diverse dalle sin ora corse, e con Tavole adattate si scorge, che a misura del maggior moto del fiume, si rende diversa la legge della di lui velocità almeno a norma di quanto sin' ora si ha potuto ricavare dalle osservazioni; che se queste variassero, potrà però il metodo, che se n'è dato, servire per maggiormente cavar questa materia dalle tenebre, nelle quali pur anco giace, nè riuscirà punto difficile il riformarne le Tavole con le stesse formole, che si sono in questo Capitolo registrate. E prima di terminarsi lo squittinio delle velocità si è esaminato ancora lo strumento per rilevarle indicatosi da M. Pitot nelle memorie dell' Accademia delle scienze 1732. con le dubbietà che si hanno nel servirsi del medesimo.

Si è poi stimato utile e necessario di aggiongere alla detta seconda Parte del Capitolo quinto un nuovo metodo per le erogazioni delle acque a profitto delle irrigazioni delle Campagne, coll'indicare il modo di evitar gli errori che in tali ripartimenti d'ordinario si commettono a grave danno e del Principe e degli interessati: parte questa dell'idrometria, che gli Autori hanno bensì conosciuta bisognosa di riforma, ma di cui però non

han-

hanno ſin ora dato un metodo che ſia facile e ſicuro.

Trattatoſi in tal maniera delle velocità delle acque correnti, e per l'importanza del conoſcerle a fondo avendoſi immorato in tal diſamina molto più che nelli altri anteriori Capitoli, ſi paſsa nel Capitolo ſeſto a dar il metodo per l'unione e diviſione delle acque de' fiumi, e fiſsandoſi le leggi del loro creſcere e ſcemare, il tutto ſi eſemplifica a maggior chiarezza con le reali miſure di varj alvei di fiumi Reali, e Torrenti.

Dalle alterazioni, che i fiumi ricever poſsono o dalle eſcreſcenze, o dall'unione o derivazione de' canali, ſi paſsa nel ſettimo Capitolo a conſiderare gl'impedimenti, che ſi oppongono al corſo delle acque; cioè o quelli che ſi praticano per ſalvar le rive, o quelli che in qualunque altro modo all'urto di eſse acque ſi oppongono, non eſcluſi nè meno quelli che derivano dall'incontro delle acque moſse ſotto direzioni, che in qualunque ſenſo s'incontrino, indicandoſi il metodo per miſurarne i veri effetti, e calcolarne la perdita del moto. Così nell'ottavo Capitolo ſi eſamina i ritardamenti, che naſcer poſsono e da' Venti e da' rigurgiti del Mare, punto ancor queſto di non leggiera importanza nella ſcienza delle acque, attribuendoſi talora a cauſe aſsai lontane ciò, che proviene immediatamente dalle predette cagioni.

Si paſſa poi nel nono Capitolo a verſare intorno le cauſe univerſali delle eſcreſcenze e decreſcenze dei fiumi, punto queſto piuttoſto filoſofico, che Matematico, e da cui dipende lo ſcio-

glimento del Problema ſtato ſin ora aſſai controverſo dell' origine delle Fontane e dei fiumi, e ſe ne danno eſempj individuali per il Pò col fondamento delle miſure più accertate di eſſo fiume in riguardo alle eſcreſcenze ſue, ed all'ordinaria quantità delle di lui acque, e con tal incontro ſi dà la linea in cui ſi conforma la ſuperficie de'fiumi in piena, ben diverſa da quanto ſin ora hanno prodotto gl'Idrometri, ricavato il tutto dalle indubitate oſſervazioni del Pò, dell'Adige, e di altri minori fiumi.

E perchè da quanto ſi è premeſſo circa la dottrina delle acque ſi ha da raccogliere il frutto ſegnatamente per i ripari de' fiumi, così il Capitolo decimo contiene quello che concerne le reſiſtenze degli alvei dei fiumi, e que' ripari che oppor ſi poſſono in loro difeſa, parte queſta di meccanica non ancor tocca dagli Autori, benchè l'aveſſe in viſta il rinomato Montanari, come ci coſta da molti di lui ſcritti: noi abbiamo trattata queſta materia a miſura delle noſtre forze, e potrà agevolmente da' Statici venire e vieppiù promoſſa, ed eſſerne anco intieramente eſaurita.

Nè averemmo creduto di aver ſoddisfatto adeguatamente al noſtro impegno, ſe nell' undecimo Capitolo, dopo aver verſato intorno alle corroſioni de' fiumi e circa alle rotte che ſi aprono negli argini, non aveſſimo dato il metodo di ripararle: coſa ancor queſta neceſſaria, e di cui non vi è Autore che ne parli, laſciando che i ſemplici Pratici ſpeſſe volte con ſoverchio diſpendio a maggior carico del danno di quelli, che le ſoffrono nel-

le

le loro Tenute, a di loro talento, e ſenza le neceſſarie cautele le prendano, e pochiſſima ſia la cura dell' impedirle con ineſtimabile danno de' paeſi e della navigazione, ſe que' tali fiumi ſono navigabili.

Sarebbe poi ſtata molto imperfetta l' Opera ſe dopo tante conſiderazioni intorno a' moti delle acque e alla regolazione di queſte ne' proprj alvei non ſi aveſſe data la maniera di fabbricar i Soſtegni, le Chiaviche, gli Strammazzi, e le Botti ſotterranee, dalle quali coſe tanto frutto ſi ritrae così in riguardo della navigazione e del commercio, come per rapporto alla coltivazione delle Campagne, Retratti e Bonificazioni che ſpettano all' ubertà de' paeſi ed alla abbondanza. Tutto ciò dunque viene eſpoſto nel Capitolo duodecimo, ed al medeſimo fine ſi è fatto il ſuſſeguente decimoterzo, che dà il metodo di far i ſcoli delle Campagne, e generalmente quello di formar i Retratti ed Acquiſti tanto per alluvione, che per efficazione, materia ancor queſta che ſeco porta immenſi vantaggi a' popoli ed a' Stati.

Finalmente nel decimo quarto ed ultimo Capitolo reſta eſpreſſo tutto ciò, che appartiene alle macchine moſſe dall' acqua, vale a dire alla forza di queſta per conciliar loro il moto, ed alla reſiſtenza che le medeſime impiegano contro di eſſo, col conſiderarſi tutti que' mezzi, che contribuir poſſono alla maggiore poſſibile facilità di detto moto, onde declinare dalla reazione di dette reſiſtenze; e nell' Appendice che va dietro di queſto Capitolo ſi è verſato ſopra quanto dottiſſimamente hanno prodotto varj

Au-

Autori in tal proposito, cioè M. De la Hire, M. Parent, M. Pitot, e M. Bellidor, paragonando le date loro formole agli esperimenti, acciocchè un punto di molto rimarco, abbia a pubblico vantaggio la necessaria chiarezza, e resti tolto da ogni equivoco.

Nel medesimo tempo che col fondamento delle osservazioni si sono stabilite le leggi de' moti delle acque, i loro fenomeni, i ripari da darsi a' fiumi; le fabbriche, gli edificj per regolarli, e le macchine inservienti al comodo dell'umana vita, si è proccurato nel scioglimento di varj Problemi a dette cose attinenti di mostrare ancora il modo geometrico di costruirli, acciocchè nel mentre che si ha in vista di promovere la scienza delle acque, resti pur avanzata anco quella del calcolo, ed abbiano gli studiosi di queste materie onde esercitar il loro spirito, e riconoscere i fonti da' quali sono emanate le proposizioni, ed il modo di ricavare a norma delle varie supposizioni quante conseguenze ad essi fosse in grado.

Si è poi voluto in fine del Trattato pubblicar di nuovo la Relazione, che e dal chiarissimo fu Sig. Eustachio Manfredi, e da me fu estesa per la regolazione delle acque di Ravenna, che rimane anco corredata delle necessarie note a maggior lume di quanto in quella resta espresso, e di quanto e nell' esecuzione e dopo è seguito, e potrà servire per un' idea generale di una diversione de' fiumi delle maggiori, che siansi mai fatte ad indennità e salute di una sì riguardevole Città non solo, ma di una intiera Provincia.

IN-

INDICE
DE' CAPITOLI.

CAP.

LEG-

RELAZIONE

PER LA DIVERSIONE DE' FIUMI

RONCO E MONTONE

DALLA CITTA' DI RAVENNA;

Indrizzata del 1731.

All' Eminentiss. e Reverendiss. Sig. CARDINALE

BARTOLOMEO MASSEI

allora LEGATO della Provincia di Romagna.

AVVERTIMENTO
DELL' AUTORE.

SIN *dall' anno* 1731 *Sua Eminenza il Sig. Cardinale* MASSEI, *in quel tempo Legato di Romagna, chiamò d' ordine del Sommo Pontefice allora Regnante* CLEMENTE XII, *a se in Ravenna il chiarissimo fu Signor Eustachio Manfredi, e l' Autore di questo Trattato per la regolazione delle acque di quella illustre Città, e dopo l' esattissima visita che da' medesimi ne fu fatta, fu esibita al detto Signor Cardinale la Relazione seguente intorno a quanto credevano essi di doversi fare per liberarla da gravissimi danni che sempre maggiori le soprastavano dalli due fiumi Ronco e Montone correndo nelle loro piene più alti di qualche piede della sommità de' terrapieni e della muraglia, di modo che restava come seppellita nella sterminata altezza delle arginature, che stranamente eransi dovute rialzare.*

Passato l' anno appresso il Progetto a Roma sotto l' esame di una particolar Congregazione a tal oggetto dalla Santità Sua deputata, restò dalla stessa approvato sotto li 11 *Marzo, decretando che* Ultimam lineam Zendrini & Manfredi demandandam esse executioni, *e nello stesso anno li* 17 *di Novembre fu rilasciato il Breve dalla Santa memoria dell' antedetto Pontefice, onde quanto prima fosse data mano all' opera, esprimendosi, che* avendo *il Sig. Cardinale Massei*, fatti venire in detta nostra Città il Zendrini Primario Matematico di Venezia, ed il Manfredi della nostra Città di Bologna, i quali dopo esaminate tutte le circostanze, e riconosciuti i luoghi con misure, livellazioni e scandaglj formassero una nuova linea distinta dalle altre due, *di già in passato esibite*, ed essendosi poi questa esaminata in una Congregazione particolare da Noi deputata, e composta di sette Reverendissimi Cardinali e quattro Prelati, ne emanasse ec. *dava poi facoltà esso Breve agli Eminentissimi Legati* pro tempore *di approvare qualunque correzione o aggiunta da farsi secondo all' emergenze o da noi due assieme, o da uno di noi, dichiarando, che tali correzioni o aggiunte si dovessero intendere come inserte ed espresse nel Chirografo, che allora veniva rilasciato.*

Fu dunque cominciata l' anno 1733 *l' impresa, di cui certamente l' Italia da gran tempo, in tal materia, non ha veduta la simile, o*

si riguardino gli alvei profondati da nuovo attraverso delle Campagne sino al mare, o le fabbriche di muro che sopra di essi è stato necessario di piantare, o finalmente il grave dispendio impiegatosi, somministrato e dalla generosa munificenza del defonto Pontefice, e dalla carità verso la Patria di quei distintissimi Cittadini, per nulla dire, perchè quanto si dicesse troppo poco sarebbe, del zelo, attenzione e fatiche impiegate dagli Eminentissimi Legati, che nel tempo delle respettive loro Legazioni hanno con la loro autorità, prudenza, e cognizione, saputo dirigere e moderare la grand' opera, ormai ridotta assai vicina all' ultimo suo termine.

Conveniente dunque mi è paruto di render per la seconda volta pubblica questa nostra fondamentale Relazione, che potrà servire in gran parte di modello e norma per molti titoli a quelli che nuove inalveazioni di fiumi, o di altri canali comunicanti col mare avessero ad intraprendere; perchè poi tutto il progresso non solamente delle operazioni fatte si veda, ma ciò che moltissimo importa, ponderare si possino i di loro effetti, il che agevolmente si può ormai fare dopo due anni che i fiumi corrono nel nuovo letto, e dopo che hanno sostenute furiosissime escrescenze. Si è la detta Relazione corredata di note e di osservazioni, con le quali meglio spiegandosi i passi, vengono poi additati i cangiamenti seguiti, ed ogni altra cosa inserviente ad illustrar quanto concerne le circostanze tutte della gran diversione.

EMI-

EMINENTISSIMO, E REVERENDISSIMO
P R I N C I P E.

PResentiamo all'EMINENZA VOSTRA il noſtro riverente parere ſopra la Diverſione de' Fiumi Ronco, e Montone, e ſopra il generale regolamento delle Acque, che ſcorrono ne' dintorni della Città di Ravenna. I fondamenti, ſu quali l'abbiamo ſtabilito, ſono le oſſervazioni fatte, e le miſure preſe da noi ſteſſi ſopra i luoghi per lo ſpazio di un Meſe, delle quali ſi ſono laſciate in iſcritto alla ſteſſa Città le memorie. Molti ſono i capi de' diſordini, a' quali doveva provvederſi, ed altrettante l'intenzioni, che dovevano averſi in viſta, per giudicare, quale fra diverſi partiti foſſe il migliore, ed il più adattato al biſogno. Liberare la Città dal preſente, e manifeſto pericolo di reſtare ſommerſa, e devaſtata da' Fiumi, nell' angolo de' quali è compreſa: provvedere alla neceſſità de' Mulini per lo ſoſtentamento del Popolo: riſanare l'Aria, che reſta ſepolta fra un laberinto d' Argini, ed infetta dal riſtagno, e dal puzzo delle cloache: regolare i Canali di ſcolo per modo, che le Campagne perfettamente ſi aſciughino dalle Acque delle piogge: mantenere, anzi migliorare il Porto oggi mai perduto a cagione degl' interrimenti, dandogli una ſpedita comunicazione colla Città ſteſſa: in fine conſervarle il comodo della vicinanza dell'Acqua del Montone ad uſo di bevanda, per ſupplire o alla ſcarſezza, o alla rea qualità di quella de' Pozzi. Il concepire un progetto, per cui ſi uniſcano in un perfetto accordo tutte le predette maſſime, e che poſſa mandarſi ad effetto con una tollerabile ſpeſa, è quello, che ha ſempre renduta difficile una tant'opera. Ci ſono ſtate comunicate molte propoſizioni fatte a tal fine da un ſecolo in qua da rinomati, e abiliſſimi Uomini. Da tutte abbiamo preſi dei lumi, ma in tutte qualche coſa abbiamo deſiderata. Si ſono ſpecialmente eſaminate con particolar cura le due celebri Linee dell'

Az-

Azzoni, e del Nadi (1), ſopra le quali ſono uſcite da alcuni anni in qua alle ſtampe diverſe Scritture. La prima di queſte Linee, anche dopo tutte le correzioni, che le ſono ſtate fatte, non ci è paruto, che provvegga baſtantemente nè all'intereſſe del Porto, nè alla ſicurezza della Città, la quale ne conoſce, e ne teme le conſeguenze. Molto più volentieri ci ſaremmo appigliati all'altra del Nadi, ſe non aveſſimo avvertito poterſi, ſenza perdere alcuno degli avvantaggj di eſſa, migliorare la condizione del Porto, traſportandolo altrove, ed inſieme diminuire la ſpeſa. L'Eminenza Voſtra, al cui riverito giudizio ſottomettiamo il preſente parere, ſaprà meglio di noi ſteſſi diſcernere, ſe nel Partito, che proponiamo, ſi ſoddisfaccia a tutte le predette intenzioni: il che ſe per le difficoltà della materia non avremo forſe ottenuto, non avrà almeno Voſtra Eminenza da deſiderare nè la noſtra diligenza, nè la noſtra fede nell' obbedirla.

Per maggior chiarezza eſporremo prima in compendio tutto il ſiſtema del regolamento da Noi diviſato. Paſſeremo poi a ſpecificare l'ordine, la forma, e le miſure di ciaſcuno de'Lavori da farſi, con diſtinguerli in più capi ſecondo la relazione, che avranno, o alla diverſione delle Acque de'Fiumi, e degli Scoli, o all'uſo de' Mulini, o all' intereſſe del Porto, o al miglioramento dell'Aria. Nell'ultimo diremo alcuna coſa della ſpeſa, con

(1) Le due linee Azzoni e Nadi; La prima delle quali divertiva il Montone prendendolo poco ſuperiormente alla Chiavica inſerviente al Mulino vecchio, e portandolo aſſai vicino alla Città nel Ronco, laſciava con ciò tutte le acque alla deſtra, onde ben lungi che queſta linea provedeſſe alle eſigenze, che anzi maggiori ſarebbero ſtati i pericoli, mentre i rigurgiti molto ſenſibili ſi ſarebbero reſi, allorchè uno de' fiumi foſſe venuto pieno prima dell'altro. E ciò che merita tutto il rifleſſo ſi è, che l' eſcreſcenze nè poco nè molto ſi ſarebbero abbaſſate in tal diverſione e per la ſoverchia larghezza del letto de' fiumi uniti dalla Sensèda al mare, e per l'inſenſibile abbreviamento del cammino; il Candiano poſcia ſarebbe riuſcito ſempre più pregiudicato, atteſa la vicinanza dello sbocco de' fiumi riſpetto alla di lui foce.

Quanto alla linea del Nadi, oltre che impegnava in alvei ſoverchiamente lunghi, paſſando deſſa per Claſſe di fuori incontrava terreni aſſai baſſi, paluſtri, e difficili da ricever buone arginature, ed il Candiano in tanta vicinanza dello sbocco de' nuovi fiumi, ancorchè foſſe reſtato tagliato a Tamariſi, non avrebbe potuto certamente ſoſtenerſi.

con cui stimiamo potere a un dipresso condursi a fine tal Bonificazione; e tanto stimiamo, che possa bastare, per far intendere le ragioni, che ne hanno indotti a prescieglierla, e per dileguare quelle difficoltà, che potessero insorgere sopra di essa.

CAPO PRIMO.

Compendio, ed Idea Generale del Regolamento.

IL Regolamento, che proponiamo, si riduce ai seguenti Articoli, che distingueremo con numeri, per riportarci ad essi nel proseguimento del Discorso. Le Linee punteggiate segnate nella Mappa generale Tavola A. la quale esibiamo annessa a questi Foglj, meglio faranno intendere i luoghi delle derivazioni delle Acque, e quelli degli altri lavori. Questa Mappa è ricavata da quella, che fu fatta anni sono coll'assistenza, e sotto la direzione del Nadi. (2) Noi l'abbiamo riscontrata con diverse riprove, e trovata molto esatta. Tav. A

I. Si divertirà il Montone su la destra nel punto K due quinti di miglio in circa sopra la chiavica del Canale del Mulino vecchio, sostenendo in C con Chiusa di muro il fondo superiore, (3) e si condurrà a traverso la Regione di mezzo ai due fiumi ad unirsi

(2) Almeno per quello riguarda quelle Campagne per le quali aveva dessa a passare, non così verso della Pialassa, Bajona, e Fossina, che come di queste situazioni niun uso ne voleva fare il Nadi, non sono state con l'accuratezza necessaria descritte, esatte però quanto basta le dimostra la TAV. A, che in questa parte si è voluta riformare.

(3) L'andamento di questa linea è stato eseguito, se si eccettua che il canale Panfilio, il qual doveva restar per molto tratto sulla destra della nuova linea, fu fatto entrare nel mezzo di essa, e fu levato con ciò quell'uso, che se n'avrebbe potuto fare per la di lui cotanto necessaria navigazione fino alla Voltazza nel tempo che duravano i lavorieri. Nella mia Relazione 1733 a stampa intitolata *Sopra alcune modificazioni per la diversione de' fiumi di Ravenna* a carte 15, resta espresso, come segue: *Considerando pertanto, che quasi in tutto il tempo dell'escavazione può rimaner intatto il Canale Panfilio, che dovrà, come si è detto, restar sulla destra del nuovo alveo da allargarsi però e profondarsi sol tanto, quanto porta il bisogno della terra da prendersi per le arginature alla sinistra; quindi le barche potranno egualmen-*

unirsi col Ronco alla Casa Tassinari in E. I due fiumi congiunti, si faranno imboccare nel Canal Panfilio all'angolo di questo, chiamato la Voltazza in L, e proseguiranno per lo detto Canale fino al Passo de' Tamarisi in M, dove uscendo per un' altro Taglio alla sinistra, si porteranno al Mare in F, ducento pertiche in circa sopra la foce del Candiano.

II. L'Alveo OI, (4) per cui corrono di presente uniti il Ronco, ed il Montone, si escaverà a mano dalla confluenza in giù fino al Mare due piedi sotto il pelo basso di questo, e si proseguirà la medesima escavazione dalla confluenza in su, nel Montone fino al Ponte Canale in P, e nel Ronco fino allo sbocco.

mente che adesso, passare verso Ravenna per esso Canale, e quando si verrà ad intestare alla Voltazza, si fermeranno a questa, e dipoi intestato successivamente a Porto, fino a questo sito arriveranno allora i Navigli, per esser poi le merci, il rimanente del viaggio per lo Stradone di Porto carreggiate fino alla Città, e vicendevolmente da questa verso del Candiano.

Ma tagliato che sia il Ronco, e derivata l' acqua nel nuovo alveo, dovendo per qualche spazio di tempo correre esso fiume diviso al mare, senza che più il Panfilio ed il Candiano possino dare altra navigazione, che la brevissima dal presente Porto fino al passo di Tamarisi, allora, abbenchè la nuova foce de' fiumi non fosse resa profonda quanto basta, non essendo però credibile, che sì presto si ricolmi l' alveo del Panfilio per stabilirsi la nuova cadente, si potrà per un tempo, e benissimo, con barche che arriveranno al passo predetto di Tamarisi tragittare le merci in altre barche che fossero nel nuovo alveo, da esser con esse tradotte fino alla Voltazza, e poi carreggiate a Ravenna.

Onde assolutamente parlando, abbenchè con qualche difficoltà vi sarà sempre o quasi sempre una tal quale comunicazione tra il mare e la Città, che se anco restasse affatto intercetta, non durerà però l'interrompimento del commercio che per due mesi, o poco più, che si consumeranno nell' escavazione dell'alveo abbandonato de' fiumi, onde ridurre il nuovo naviglio all'uso della navigazione.

Il che sia detto perchè si comprenda che quando fossero state eseguite le prese disposizioni, che furono fin dal principio alterate, la Città non poteva restar priva della navigazione che per pochissimo tempo, e pure si è questo punto fatto passare per il più forte motivo di aver cangiato il Porto, coll' idea di sostituire quello della Pialassa, come sarà esposto più innanzi.

(4) Questo capo di regolazione non è stato eseguito, ma mutata la linea in quella del Pontecanale e scolo della Città, essendosi creduto di risparmiare molta spesa, rispetto a quella che sarebbe importato il da noi proposto cavamento nell'alveo abbandonato da' fiumi uniti QOI: abbenchè il fatto abbia poi mostrato di esser stata molto maggiore, non ostante che molto ancora vi manchi quando si voglia render il Porto della Pialassa compito e perfetto.

co della Chiavica della Lama in R (5). Quest'Alveo escavato servirà di Porto, dandosi per interamente perduto quello del Candiano, che fin'ora ha servito.

III. Si taglierà il Canal Panfilio alla sinistra nella rivolta della Darsina in Q, (6) e li si darà comunicazione con l'alveo presente del Ronco.

IV. Le acque, che scolano nel Panfilio per lo Fosso vecchio, invece di correre verso Mare, si obbligheranno a voltar all'indietro al passo de' Tamarisi, e ad isboccare con Chiavica nel nuovo Fiume (7). Quando l'acqua di questo sarà torbida, si chiuderà la Chiavica, e se ne aprirà un'altra da costruirsi nella parte inferiore del Panfilio di sotto allo sbocco del fosso Vecchio, acciocchè l'acqua vada allora per la presente strada al Mare.

V. Quelle dell'Arcabologna (8), e l'altre, che ora mettono capo nel Panfilio a destra di sotto alla Voltazza, si manderanno per un solo Canale a seconda del nuovo Fiume ad isboccare in esso con Chiavica poco sopra il passo de' Tamarisi.

VI. Le altre di scolo, che entrano nel Panfilio parimente a destra (9), ma di sopra alla Voltazza per la Chiavica Mazzolini, seguiteranno ad andarvi, ma per esso Panfilio correranno all'indietro, riuscendo nel Ronco abbandonato per lo Taglio fatto alla rivolta della Darsina.

VII. Quelle poi, che sboccano nel Panfilio alla sinistra, o so-

(5) Si dava per perduto il porto del Candiano, essendosi da noi potuto osservare che anche avanti di por mano nella regolazione, i fondi di quella foce erano scarsissimi per il bisogno della navigazione, comecchè rimanevano atterrati dalla vicina foce de' fiumi vecchi I.

(6) Il Taglio della Darsina vecchia si farà quando resti effettuata la regolazione da me ultimamente proposta, essendo rimasta inesseguita quella che in questo numero si è indicata.

(7) La Chiavica di cui quì si parla non è stata fatta, scolando le acque di quelle basse Campagne verso del Fosso vecchio.

(8) Anco le acque dell'Arcabologna, ed altre sono state condotte verso dell'abbandonato Panfilio oltre del passo di Tamarisi.

(9) Quelle poi ch'entravano nel Panfilio superiormente alla Voltazza per la Chiavica Mazzolini, anderanno in ora con l'acqua destinata alla macina del Mulino nuovo, a scaricarsi nella nuova linea alla di lei sinistra per la Chiavica ivi costruttasi detta della Mattamolla, e qualche volta potranno pure essere indrizzate per il Taglio della Darsina nel Ronco abbandonato, e verso il nuovo Porto.

sopra, o sotto alla Voltazza, si potranno recapitare con Chiavica o nel Ronco abbandonato, o nel Pansilio stesso fra la Voltazza, e la Darsina, o finalmente nel nuovo Fiume verso il passo de' Tamarisi, secondochè l'uno, o l'altro di questi termini sarà più comodo ai Terreni, che le tramandano.

VIII. Quanto alle acque della Regione di mezzo a'due Fiumi si rivolterà (10) il condotto della Lama dal punto S a passare per Botte sotto il vivo della chiusa del Montone in C, e quindi ad unirsi nel punto T alla Canaletta, e con ciò le acque dell' uno, e dell' altro Scolo si ridurranno a isboccare nel Ronco a foce aperta per la Chiavica, per cui ora vi sbocca la Lama verso R, la cui soglia si dovrà abbassare, come si dirà a suo luogo.

IX. Lo scolo della Città, il quale passa di presente per Botte, chiamata il Ponte Canale (11), sotto il letto del Montone, si recapiterà nello stesso Montone abbandonato, ed escavato come sopra, e per esso andrà al nuovo Porto.

X. Nel medesimo Porto si potranno recapitare il Dirittolo, la Via Cupa, il Valtorto, ed altre Acque chiare fra il Montone, e il Lamone, che ora vanno nella Fossina, come si spiegherà, parlando in particolare del Porto.

XI. Il Mulino vecchio seguiterà a macinare come di presente coll'Acqua del Montone, condottavi per un Canale da farsi dentro

(10) La Botte formatasi nel vivo della gran Chiusa destinata a sostenere le acque del Montone per la molitura del Mulino vecchio, non ha servito per lo scolo della Lama e Canaletta come erasi da prima divisato, ma con Chiavica apposta le acque di essi scoli si sono fatti sboccare nel nuovo Montone poco superiormenre al ponte di legno che lo traversa, e la Chiavica che rimane senz'altro uso sul Ronco abbandonato servirà poi, quando si effettui l' ultimo progetto, per l'acqua destinata alla macina del Mulino nuovo da prendersi al Chiavicòne Spadoni alla sinistra di esso Ronco, e da passarsi per Botte sotto della Lama ivi dirimpetto, e condursi poi per alveo separato alla Botte della Chiusa, onde passando sotto al vivo di essa e sotto al Montone, servir possa all'effetto predetto a norma della Relazione 1740.

(11) Non si è alterato l' andamento dello scolo della Città, ma in vece di recapitarlo nel Montone abbandonato si è lasciato nell' antico sito, e coll'allargarsi e profondarsi sotto il pelo basso del mare si ha fatto servire al nuovo naviglio e Porto della Pialassa, e questo canale fino a' Fenili de' P.P. di S. Vitale potrà servire ad ogni altro ricapito, che dar si volesse alla navigazione.

tro all'Alveo abbandonato di questo, il qual Canale riuscirà alla Chiavica presente del Canal del Mulino, e con questo si unirà (12). Il fondo superiore del Fiume sarà sostenuto dalla Chiusa, come si è detto, e sopra di questa se ne alzerà il pelo quanto basta nella maniera, che si esporrà, parlando dell'esecuzione del Progetto, ma non si dovrà giammai far macinare, che con Acqua chiara, la quale avrà scarico nel Ronco abbandonato per la strada presente.

XII. Il Mulino nuovo potrà seguitare parimente a macinare senza alcuna mutazione colla sola Acqua chiara, che vi si condurrà dal Montone (13), e dal Ronco uniti, sostenendo il pelo de' due Fiumi all'altezza, che si dirà, e l'Acqua di esso si scaricherà come ora nel Panfilio, e quindi per lo taglio della Darsina nel Ronco abbandonato.

XIII. Il Mulino del Macello potrà regolarmente macinare ad Acqua chiara, ma non dovrà macinar mai con la torbida. Si potranno abbassare le Soglie superiori di questo Mulino once quattro, ed altrettanto i Catini. L'Acqua, che avrà servito alle Macine, avrà libero scarico nel Ronco abbandonato per la solita sua strada.

XIV. Se l'esperienza mostrerà esser indispensabile il macinare tal volta con Acqua torbida, si deriverà con Chiavica un Canale a destra dal Montone mezzo miglio in circa sopra il punto della sua Diversione, la cui Acqua rientrerà nel Montone stesso disotto alla Chiusa da farsi nel detto luogo, passando per Ponte Canale sopra la Lama non lungi dal punto C (14). Su questo

(12) Il Mulino vecchio stato interrotto nel suo uso, macinerà come faceva prima, quando s'inalzi 5 once il ciglio della Chiusa stato tenuto nell'esecuzione più basso delle prescritte misure; il detto ciglio dunque, quando resti più basso della coltellata della Chiavica di esso Mulino, ch' esiste sul Montone al principio del condotto che vi porta l'acqua p. 8: 3: 8, e restino pur abbassati i suoi Catini piedi uno e mezzo, si potrà far Botte, o sia l' ingorgo dell' acqua, come facevasi prima della diversione, e potrà macinare egualmente con l'acqua chiara, che con la torbida.

(13) Il Mulino nuovo coll' acqua cavata dal Ronco al Chiavicone Spadoni, e condotta, come si è detto al num. 10 potrà macinare ad acqua parimenti chiara e torbida, e quando si volesse ravvivare anco quello del Macello in supplemento del nuovo, non vi può esser difficoltà di rimarco per ridurlo ad un conveniente uso.

(14) Quindi si fa affatto inutile a pensare alla fabbrica di verun altro mulino da macinare ad acqua torbida.

sto Canale si fabbricherà un Mulino verso il suo sbocco , e volendo farvene due, ciò si potrà, tenendo il Canale più ampio , e diramandolo in due sbocchi, e questi Mulini riusciranno lontani poco più di due miglia dalla Città , e potranno macinare amendue ad un tempo , quando l'Acqua del Montone sia torbida .

XV. Per accostare l'Acqua di questo Fiume alla Città in supplemento di quella de' Pozzi, si farà una piccola Chiavica nell' argine sinistro del Canale, che condurrà l'Acqua sostenuta del Fiume al Mulino vecchio , e si farà rientrare parte di essa nell' Alveo abbandonato, e ciò a certi tempi, che si stabiliranno col riguardo di non portar pregiudizio al macinare (15). Con quest' Acqua si empirà l'Alveo presente del Montone dal punto della Diversione fino a Porta serrata a quel segno d'altezza, che parrà sufficiente, ristagnandola con un piccolo Cavedone di sotto a Porta serrata. Quando si vorrà darle scolo, acciocchè non imputridisca, si aprirà un'altra Chiavichetta , che sarà in questo Cavedone , e si lascierà scorrere l'Acqua per la parte inferiore del Montone abbandonato , fino a scaricarsi nell'alveo del nuovo Porto .

(15) Nè vi sarà bisogno alcuno di condurre l'acqua del Montone per bevanda della Città , potendo a ciò esser supplito e con buche profonde , da escavarsi dagli abitanti nell'alveo abbandonato di esso Montone , come pure il condotto per l'acqua chiara , che si farà per esso Mulino potrà suffragare dall' altro lato della Città ad una tale esigenza .

CA-

CAPO SECONDO.

Dell' ordine , e della forma de' lavori da farsi per la diversione de' Fiumi, e per lo recapito degli Scoli.

PRemesso in universale il sistema del regolamento di queste Acque, soggiungeremo ora in quali precise forme, e misure, e con qual ordine stimiamo, che si debba mandare ad effetto in ogni sua parte. A tal fine presentiamo all'Eminenza Vostra, oltre la detta Mappa generale de' Luoghi, la Pianta speciale delle linee di diversione de' due Fiumi, da' quali si dovrà dar principio all' opera.

Questa Pianta specifica la condizione de' Terreni, per li quali passano le dette linee di diversione, le fabbriche, ch' esse incontrano, le strade pubbliche , che attraversano, i condotti maestri, che intersecano, ed ogni altra appartenenza, fuor che i nomi de' Possidenti de' Terreni , de' quali non abbiamo stimato necessario prender notizia.

Aggiungiamo alla detta Pianta un profilo delle Campagne, tra le quali passeranno gli Alvei progettati de' Fiumi , secondo le Livellazioni da Noi fatte; avvertendo, che sebbene i punti di Campagna Livellati non cadono tutti su le precise Linee, che proponiamo, ci siamo tuttavia accertati, che poca differenza di altezza possa correre tra quelli del profilo , e quelli delle predette Linee in distanze eguali dallo sbocco.

Nel medesimo profilo sono notate le Linee cadenti de' nuovi Fondi e degli Argini , stabilite sopra le osservazioni delle pendenze presenti degli uni, e degli altri, tanto nel solo Montone, quanto ne' Fiumi uniti , le quali cadenti non abbiamo alcun luogo di temere, che possano alzarsi, ma piuttosto abbassarsi dopo fatta la diversione (16), per lo meno sino a tanto, che siegua

un

(16) Rimane a tutti palese l' abbassamento seguito del Ronco dopo che fu sboccato nella nuova linea, anche maggiore di quello potevasi concepire, non arrivando adesso le piene superiormente al punto della diversione gran fatto oltre della metà de' rivali, e sì forte è la velocità che in tal incontro concepisce l' acqua, che anco nelle parti più lontane ne risentono per le corrosioni essi rivali, senza loro pericolo però, attesa la moderata altezza a cui in ora salgono le pie-

ne,

un notabil prolungamento della Linea nel Mare, il quale stimiamo non potersi evitare con qualunque Arte, ma solo diminuirne gli effetti, con mantenere retto, e ristretto al possibile l'Alveo del Fiume.

Dovrà dunque prima d'ogni altra cosa fabbricarsi nel sito espresso di sopra all'Articolo primo la chiusa del Montone, e nel vivo del Muro di essa la Botte, per dar passaggio alla Lama, acciocchè questo edificio abbia tempo bastante a consolidarsi prima di esser esposto al tormento dell'Acqua.

L'uso della Chiusa predetta dee essere di dar caduta al Mulino, o ai Mulini dell'Acqua torbida (17), quando si risolva di volerli, come all' Articolo decimoquarto; di alzare più facilmente, e più sollecitamente l' Acqua chiara del Montone a comodo del Mulino vecchio, secondo l' Articolo undecimo; e di tradurre dalla destra alla sinistra del nuovo Letto del Montone gli scoli della Regione di mezzo a tenore dell'Articolo ottavo.

Si rimette a chi avrà la sopraintendenza all'esecuzione, lo stabilire le fondamenta, e il regolare lo Stramazzo, le Ale, i loro attacchi con gli Argini, e tutto il massiccio di questa fabbrica colle avvertenze necessarie per la sua sussistenza, atteso massimamen-

ne; così il Montone limitato dal labbro della Chiusa il fondo suo naturale, se non ha potuto abbassarsi rispetto ad esso, tiene certamente le di lui escrescenze assai più basse di prima a causa della forte chiamata della Chiusa medesima; quando poscia sarà seguìta una molta prolungazione della nuova linea in mare, allora il fondo avrà ad elevarsi, ma la rettitudine del cammino, e lo sbocco in sito assai vantaggioso, fanno sperare che mai siano per giungere alle esorbitanti altezze, alle quali giongevano nel tempo che correvano alle mura di Ravenna, e quando andavano al mare per l' alveo vecchio de' fiumi uniti eccessivamente alla loro esigenza largo; di modo che io sono persuaso, che chi avesse da principio avuto attenzione a tenerli più ristretti con le arginature, difficilmente si sarebbero veduti sì sconcertati, e fatti sì incapaci tanto nelle superiori, che nelle inferiori parti a contenere le loro escrescenze.

(17) Quando le ultime proposizioni 1740 da me fatte debban aver luogo, servirà la Chiusa per dar l' acqua al Mulino vecchio, trattenendolo col suo ciglio alla divisata altezza, e la Botte fabbricata nel vivo delle di lei muraglie non più servirà a dar il passaggio, almeno per adesso, alle acque della Lama e Canaletta, come portava il nostro primo Progetto, ma a tradurre sotto del Montone un condotto di acqua tirata dal Ronco per servizio del Mulino nuovo, prendendola e chiara e torbida senza distinzione alcuna.

mente qualche abbassamento, che dovrà seguire del fondo del nuovo Alveo di sotto alla medesima.

Per quello, che a Noi presentemente appartiene, basterà dire, che la luce, o larghezza del piano superiore di essa per cui dovrà passare tutta l'Acqua del Montone, deve essere di Pertiche otto (18); Che il piano predetto nella sua parte più alta, o sia nella cresta, o ciglio della Chiusa deve essere più basso piedi 8. 5. della Coltellata verso il Fiume, della Chiavica, che dà l'Acqua al Canale del Mulino vecchio; Che il Muro dell'Ala sinistra superiore della Chiusa, deve servire per facciata d'avanti alla Chiavica d'un Canale da derivarsi ad uso del detto Mulino, la cui Acqua deve passare a traverso il detto Muro, come si dirà, parlando de' Mulini; E finalmente, che la Soglia della Botte per la Lama, che passerà sotto la Chiusa, deve restar bassa sotto il detto Ciglio, o sommità di questa piedi 7, e la larghezza della detta Botte nel suo fondo, o Soglia deve essere di piedi *6*.

Nello stesso tempo, che si farà la Chiusa si costruiranno ne' debiti luoghi le Chiaviche (19) di scolo mentovate negli Articoli 5, e 7, acciocchè ancor esse abbiano tempo di stabilirsi prima di esser poste in opera.

Allora si potrà venire all'escavazione dell'Alveo, che deve servire alle Acque unite del Ronco, e del Montone. La larghezza

(18) Le misure di essa Chiusa, sono poi state dal Signor Manfredi e da me in varie volte regolate nel seguente modo: La larghezza del labbro di 46 piedi Agrimensorj di Ravenna, che sono di Venezia $76\frac{2}{7}$ essendosi fatta minore di luce sull' esempio di quella di Matellica, avuto riguardo alla portata dell'acqua del Savio, ed a quella del Montone. La sommità del di lei ciglio secondo alle riforme doveva esser più bassa della coltellata verso il fiume della Chiavica, che dà l'acqua al canale del Mulino vecchio piedi 8. 4. 7 di Ravenna, come di questa misura sono tutte le altre, ma da chi ha sopraintesо alla fabbrica è stata tenuta più bassa dello stabilito once 4 e punti uno; di maniera che viene esso ciglio a riuscir più basso di detta coltellata p. 8. 8. 8. per due terzi della di lei larghezza, e per l'altro terzo aggiacente al fianco sinistro resta più bassa p. 9. 3. 8 così regolata dal Signor Manfredi, come ne fui avvisato con sue lettere 4 Ottobre 1735, lasciandosi cioè un terzo dell'apertura come fu stabilito del 1733, e gli altri due terzi rialzandola un piede ed un'oncia. La soglia della Botte rimane più bassa piedi 16 in punto del detto stabile.

(19) Circa alle Chiaviche per i scoli veggasi quanto si è detto a' numeri 7. 8. 9.

za di quest'Alveo da Argine ad Argine, cioè dal ciglio interiore dell'uno a quello dell'altro, si farà di Pertiche 15. Quella del Fondo dev'essere di Pertiche 10.

Non giudichiamo necessario fare tal escavazione a mano a tutta la larghezza predetta, fuorchè per un tratto di 100. Pertiche incirca all'origine del detto Alveo (20), ma si potrà dopo quel tratto diminuire a poco a poco la larghezza, riducendola ad una Cunetta di 3. pertiche incirca, con poca, o niuna scarpa, acciocchè l'Acqua possa più facilmente dilatarla. Si debbono eccettuare que'siti ne'quali, attesa la bassezza della Campagna, la terra escavata non bastasse a formare gli Argini nelle dovute misure, intendendosi, che per tutto si escavi in larghezza almeno tanto quanto basta per compiere l'Arginatura, e quando a ciò fare fossero soverchie le tre Pertiche di larghezza, si escavino ciò non ostante le suddette tre Pertiche.

Si crede bensì necessario, che l'escavazione si faccia per tutto alla profondità della cadente segnata nel detto profilo. E perchè il Canal Panfilio deve per lungo tratto servire a questo Alveo, ed esso è già più basso della cadente predetta, e la sua larghezza è di una Pertica (21), e mezzo in circa, basterà dilatarlo altri 15. piedi, la metà da una parte, e l'altra metà dall'altra, escavando questi 15. piedi solo alla profondità della predetta cadente. La Terra, che si trova in forma d'Argine irregolare su le Ripe di questo Canale, si dovrà trasportare su le linee degli Argini reali da costruirsi.

L'altezza di questi si regolerà su la loro cadente segnata nel Profilo, sopra la quale resta assai di franco dalle maggiori Piene (22). La grossezza in sommità sarà di piedi 5. Per al-

(20) Si è poi dovuto dopo l'immissione del Ronco nella nuova linea scavar a mano molta parte dell'alveo nuovo de' fiumi uniti, e ciò pur si è fatto per tutta la linea del Montone per essersi incontrato ne' fondi un terreno troppo resistente, che certamente l'acqua non avrebbe potuto corrodere, e ciò tanto meno, quanto che contemporaneamente al Ronco o poco dopo non si è sboccato il Montone ad accrescer forza e momento all'altro fiume.

(21) Il Panfilio è stato, come si è detto, preso nel mezzo dell'alveo in vece di lasciarlo alla destra, come erasi determinato del 1733.

(22) Fu anco riformato il profilo col tenersi l'arginatura più alta di prima.

altro si rimette, a chi avrà la direzione del lavoro, il dare agli Argini la dovuta scarpa, e bisognando, il munirli di banca in campagna, come pure il dar le scarpe alle Ripe, o Golene nei luoghi, dove tutta la larghezza dovrà farsi a mano; l'alzar queste Ripe, e il fortificarle, e sostenerle con lavori, dove o la bassezza soverchia della campagna, o la condizione del Terreno lo richiedesse; il difendere le concavità delle piccole piegature delineate nella Pianta, per prevenire le corrosioni, e le tortuosità del Fiume, e di usare insomma tutte le necessarie cautele secondo l'Arte.

Fatta l'escavazione nel modo predetto, tutte le Acque di scolo, che dovranno recapitarsi per li Articoli 5, e 7 in quest'Alveo, si condurranno alle Chiaviche loro destinate, e potranno avere per esso il loro corso.

Quando i nuovi Argini saranno rassodati, e aderbati, e si giudicheranno in istato di resistere al corso dell'Acqua, si farà una forte Intestatura, o Cavedone attraverso il Canal Panfilio alla Voltazza nella Linea dell'Argine sinistro del nuovo Alveo, ed un'altra pure attraverso il Panfilio a destra al passo de' Tamarisi, ed aspettando una Piena del Ronco, si taglierà l'Argine destro di esso, dirimpetto all'Alveo preparato. L'Acqua del Fiume non mancherà di prender corso per questo Alveo, come quella, che vi troverà una caduta di 3. piedi incirca da fondo a fondo, e comincierà a corroderlo, e a dilatarlo. Si lascierà nulladimeno sul principio aperto l'Alveo presente, il quale a poco a poco si verrà atterrando a misura, che il nuovo si renderà più capace. Ma dopo qualche Piena, si potrà chiudere affatto il vecchio con una Intestatura (23), acciocchè tutta l'Acqua si riduca nel nuovo, e allora si farà il Taglio accennato all'Articolo 3. alla rivolta della Darsina, che darà comunicazione al Canal Panfilio coll'Alveo, che il Ronco avrà abbandonato.

Allora le Acque della Chiavica Mazzolini mentovata all'Articolo 6, e le altre, che secondo l'Articolo 7. dovessero entrare o nel Panfilio fra la Voltazza, e la Darsina, o pure nel Ronco abbandonato, comincieranno a sfogarsi per questi Alvei, ma lo

sca-

(23) La Darsina non fu allora tagliata, perchè è stata mutata l'idea del Porto ed il ricapito de'scoli, come si anderà a suo luogo indicando.

scarico di essi non si renderà affatto libero, se non dopo fatta l' escavazione del nuovo Porto, come si dirà a suo luogo.

Intanto si dovrà voltare il Condotto della Lama, per la Linea notata nella Mappa generale alla Botte preparatale sotto la Chiusa, e quindi a trovare la Canaletta, e con essa andare alla Chiavica comune del suo sbocco nel Ronco (24). Si toglierà la comunicazione della Canaletta coll'Acqua, che viene dal Mulino vecchio, acciocchè tutta vada alla detta Chiavica, la cui luce potrà dilatarsi alquanto, e la Soglia si dovrà abbassare piedi 2. 7, per darle tutto lo scarico possibile, con che resterà ancora alta un piede sopra la bassa Marea. I Fossi, e scoli, che mettono acqua nella Lama, o nella Canaletta, si dovranno condurre a questa nuova Linea del di lei corso, e sarà anche necessario escavare il fondo della Canaletta fino al piano della detta Soglia abbassata. Le due Chiaviche superiori, per le quali parte della Lama ha sfogo nel Ronco, non si stimano più necessarie, ma volendosi aprire, se ne potranno abbassare le Soglie due buoni piedi.

Ad un medesimo tempo dovrà essersi preparato l' altro Alveo nuovo da condurre l'Acqua del Montone al Ronco, il quale Alveo si dovrà anch'esso escavare per le prime cento Pertiche di sotto alla Chiusa a tutta larghezza, la quale sarà per questo Fiume di 6 (25) Pertiche in fondo, e poi ridursi alla Cunetta di 3. Pertiche, facendo per tutto gli Argini distanti fra loro Pertiche 10, e regolandosi in ogni altra cosa secondo la Pianta, ed il Profilo, e secondo le avvertenze, che si sono date nel parlare de' Fiumi uniti, e colla stessa grossezza d'Argini in sommità. Si taglierà finalmente l'Argine destro del Montone, e

si fa-

(24) Non fu rivoltata la Lama alla Botte, ma con Chiavica propria fabbricata nella destra del nuovo Montone fu recapirata in questo; quindi la Botte rimase chiusa, perchè senz'uso. Ma quando resti effettuata la regolazione 1740, resterà aperta per servizio del Mulino nuovo, ed in ogni caso che il letto del nuovo Montone dalla Chiusa al Ronco si alzasse, e perdessero la Lama, e Canaletta lo scolo, potranno sempre con l' acqua di detto Mulino esser passate per la detta Botte e sotto il vivo della Chiusa verso il Mare secondo alle prime idee della regolazione.

(25) Erasi veramente preparato il nuovo alveo del Montone dalla Chiusa alla confluenza come quì veniva prescritto, ma essendosi da me osservato dal 1739 la tenacità della terra del fondo si è fatto da per tutto escavare a tutta larghezza.

si farà scendere l'Acqua di esso nell'Alveo nuovo per la Chiusa già preparata, per cui avrà caduta intorno a 5. piedi dal fondo superiore all'inferiore, e contemporaneamente avendo tagliato l' Argine sinistro del Ronco all'unione del nuovo Alveo del Montone con esso, confluiranno le Acque dell'uno, e dell' altro per l'Alveo destinato ad amendue, le quali nelle prime Piene finiranno di corroderlo (26), e stabilirlo alla misura proporzionata alle forze dell'uno, e dell'altro. Si starà avvertito sul principio nell'impeto delle Fiumane, per impedire le Rotte, che potessero forse temersi, e per accorrere al riparo.

Le Linee della proposta diversione sono in ogni loro parte sepolte fra terra, tanto rispetto al fondo, che al pelo basso. Gli Argini di moderata altezza, e con grossezza in sommità di piedi 5 (27). Il corso delle Acque quasi affatto retto, e bastantemente lontano dalla Città, perchè in caso di Rotte a sinistra, non possano queste accostarvisi, se non molto dilatate, e dopo aver perduto l'impeto: circostanze, che non concorrevano nella Linea Azzoni, onde in caso di Rotte a sinistra, o resteranno trattenute dall' alto della Campagna, o frenate dagli Argini del Canale del Mulino vecchio, o da quelli dello stesso Ronco presente, o al più avranno per esso Ronco lo sfogo, onde la salvezza della Città ci pare stabilita con tutta la sicurezza possibile.

L'Alveo vecchio del Montone disotto alla diversione, si chiuderà con Argine, o Intestatura ben robusta (28), e con buona Banca esteriore, e forte palificata interiore, acciocchè resista agli sforzi, che facesse il Fiume per tornare a rivolgersi a quella parte. Stabilito l'Alveo nuovo comune ai due Fiumi, si potranno fabbricar le due Chiaviche dell' Articolo quarto per lo

(26) Sboccati che furono tutti e due si proporzionarono secondo alla loro natura il fondo, e sono corsi con la più desiderabile felicità al mare.

(27) Non arrivano veramente dapertutto alli divisati piedi 5, ma la terra di cui sono composti è di sì buona qualità, e restano le piene di sì moderata altezza, che non è da temersi nè meno per ciò danno alcuno.

(28) L'intestatura è stata bensì fatta, ma senza banca esteriore, nè la palificata è stata piantata come portava il progetto, sarà però rimessa opportunamente nella più valida forma.

lo Fosso vecchio (29), e indrizzare secondo l' Articolo settimo quelle Acque di scolo, che non avessero per anco avuto ricapito.

E' soverchio avvertire, che pendente il tempo di questi Lavori, resterà interrotto l'uso del Canal Panfilio, che ora serve al Porto, e quello del Mulino nuovo, e del Macello, e finalmente anco quello del vecchio (30); Onde converrà supplire il meglio, che sia possibile al difetto del Porto, valendosi di quello della Fossina, e prevenire la mancanza delle Farine, con raccoglierne prima quantità bastevole per tutto il tempo de'lavori predetti.

L'intersecazione, che il nuovo Alveo farà delle Strade pubbliche (31) obbligherà anch'essa a far un passo sopra barche, almeno alla Strada Romana, finchè vi si provvegga stabilmente colla costruzione di un Ponte.

Immediatamente dopo la chiusura del vecchio Alveo del Montone, si metterà mano alla escavazione del nuovo Porto, di cui

(29) Le Chiaviche non sono state fatte, ma si è procurato di supplire in altro modo a'predetti scoli.

(30) Quando si avesse tenuto il Panfilio alla destra, si avrebbe avuta una navigazione bastevole sino a tanto che il nuovo naviglio si avesse fatto; ma all' improviso uscito un altro Progetto per il Porto, non più si è pensato al primo da noi proposto, e circa a' Mulini è rimasta la Città, atteso il detto cangiamento, per molti mesi priva affatto della molitura de' grani, con molto incommodo e danno principalmente del minuto popolo.

(31) Il numero de' Ponti fu poi coll' intervento della Deputazione della Città stabilito del 1733 con particolar Relazione a stampa, diretta al Sig. Cardinale Maffei, intitolata *Sopra il Mulino ad acqua torbida con il Progetto del numero de' Ponti sopra de' nuovi alvei &c.* in questa a carte 9 si dice: *Quattro vorrebbero esser i Ponti, uno cioè sopra de' Fiumi uniti alla Voltazza per la comunicazione della Reggia strada di Roma. Il secondo alla Tassinara sopra del nuovo Montone poco superiormente al punto della nuova confluenza per Forlì e Forlivese. Il terzo nel Ronco in faccia alla strada detta della Cella, e supplirà alla strada del Dismano, che nell'Inverno principalmente resta affatto impraticabile. Il quarto si costruirà sopra della Chiusa, e si farà di pietra, e servirà per la Regione di mezzo li fiumi, senza obbligare quelli che abitano verso del Montone a passare al Ronco per venire a Ravenna.*

Tutti questi Ponti sono stati fatti a riserva di quello sopra della Chiusa. Quello poi alla strada Romana dalla magnanima idea dell'Eminentissimo Cardinale Alberoni è stato fatto fabbricare di pietra cotta e di marmi, diviso in cinque arcate vi-

ve,

ve, e due morte vicino a' fianchi: fabbrica veramente superba e degna della grandezza del Pontefice sotto di cui è stata inalzata, e dell'animo sublime di chi l'ha fatta eseguire. L'Iscrizione che l'adorna collocata sopra di un eminente piedestallo è la seguente

CLEMENS. XII. PONT. MAX.
BEDESIS. ET VITIS. AQVIS
RAVENNÆ. VTRINQVE. IMMINENTIBVS
CORRIVATIS
MAGNIFICO. PONTE. SUPER. IMPOSITO
ROMANAQVE. VIA. RESTITVTA
VRBEM AB ALLVVIONE. IMMVNEM
REDDIDIT
VIATORVM SALVTI. ET. COMMODO
PROSPEXIT
A. S. MDCCXXXVI. PONT. VI.
OPVS. CVRANTE
IVLIO. CARD. ALBERONO FLAMINIAE
LEGATO
S P Q R,
PRINCIPI. BENEFICENTISSIMO. P.

E dirimpetto in altro piedestallo.

INCHOAT.
DIE VIGESIMA. SECVNDA. IVLII
ANNI. M.DCCXXXV
ABSOLVT.
DIE VIGESIMA DECEMBRIS
ANNI. M.DCCXXXVJ.

In qualche parte della Relazione presentata l'anno 1739 al Sig. Card. Alberoni predetto in proposito di questo Ponte, dissi, e quì lo voglio ripetere: *Di non potersi negare che chi gionge la prima volta al magnifico e sontuoso Ponte, che il nuovo, e grand' alveo traversa per la continovazione della strada Romana, che dalla condotta de' fiumi ne restava interrotta e divisa, non debba restar sorpreso e dalla mole di questa Regia fabbrica, e dalle nuove linee de' fiumi, che a perdita di vista di quà e di là si estendono, e che non abbia a concludere che tal opera sia ben degna dell'animo Augusto di Clemente XII. Sommo Pontefice, e sia per essere, fra i moltissimi altri del suo Pontificato, un eterno monumento della somma sua Providenza, ed insieme della saggia ed ottima direzione di V. Eminenza, e concludere con giustizia, che impresa simile, terminata che sia, sarà da equipararsi in materia di condotta di acque, alle maggiori che da maggiori Principi siano state fatte.*

E' sembrato a tal uno questo Ponte troppo alto, ma circa a ciò aggiunsi in altro §. i seguenti sensi in detta Relazione. *Di questo Ponte espor-*

cui si parla all'Articolo secondo (32), e all'introduzione in esso delle Acque del Ponte Canale, ed altre di scolo, come agli Articoli 9, e 10, ma noi diferiremo di parlarne all'ultimo, per le molte ispezioni, che sono annesse a tal materia.

esporrò, che l'aversi fatto tenere all' altezza, in cui si trova, farà un giorno benedire la saggia di Lei previdenza, mentre dovendosi fuori di dubbio, il nuovo fiume prolungar la linea nel mare, è poi inevitabile il rialzamento del proprio fondo, e per conseguenza della portata dell'acqua, ed allora si vedrà se soverchio o affatto necessario sia stato l'averlo costrutto ad una tale altezza, che finalmente non eccede, che di once sei ed un punto quello del Ronco a Porta Sisi.

Non è piaciuto ad alcuni il sito sceltosi per esso Ponte, come che fuori della dirittura della strada Romana, e più verso della confluenza de' nuovi fiumi; L'aversi da' Periti detto al Signor Cardinal Legato, che il fondo alla detta strada non si trovava consistente quanto era uopo, ha fatto risolvere il formarsi la fabbrica nel luogo antedetto. Che poi tal cattivo fondo vi sia veramente nell' accennato sito, niun saggio avendone fatto, nulla potrei di certo affermare; certamente che il trasporto ha costato all'impresa summe grandi, non che nell' attuale grandiosa fabbrica, ma nel formarsi le necessarie salite, e nella comunicazione della nuova strada tanto a destra, che a sinistra per unirla alla Romana, essendo ivi bassissima la Campagna, e di un instabile terreno.

(32) Cangiatasi l'idea del Porto, non fu proseguita l'esecuzione del Naviglio da noi progettato, ma data mano a ridurre lo scolo della Città in un canale atto alla navigazione.

CAPO

CAPO TERZO.

De' Lavori da farsi per l' uso de' Mulini.

NEll' Ala sinistra superiore della Chiusa del Montone, si aprirà la luce d' una Chiavica con Soglia più bassa un mezzo piede del ciglio della predetta Chiusa, per la qual luce munita di Cateratte, entrando parte dell'Acqua del Fiume, riuscirà in un piccolo Canale, che poco più sotto si farà rientrare nell'Alveo vecchio di quello, e si condurrà per esso a canto alla Ripa, o Golena destra, fiancheggiandolo con Argine a sinistra fino alla presente Chiavica, onde esce il Canale del Mulino vecchio, lunghezza di un quarto di miglio incirca.

L'Argine, che accompagnerà il Canale, si potrà far alto sopra il fondo di esso piedi 3. La larghezza sarà eguale a quella del presente Canale del Mulino vecchio, e il fondo si spianerà da Soglia a Soglia delle predette due Chiaviche, alzando però prima quella della Chiavica presente un piede incirca. L'Acqua, che si prenderà dal Montone per la nuova Chiavica, passerà per l'altra presente, e verrà al Mulino per lo solito Canale, il cui fondo ora interrito, si dovrà escavare orizontalmente al piano della Soglia di quest'ultima.

Qualora l' Acqua del Montone sarà torbida, si terranno chiuse le Porte della nuova Chiavica, dovendo in tale stato il Mulino vecchio onninamente cessare dal suo uso, nè ricever giammai Acque torbide, se non si vuole rovinare affatto il Porto (33). Anzi

(33) Con la mutazione del Porto, avendosi per necessità dovuto variar molte altre cose stabilite, si è proposto altro Progetto per i Mulini l' anno 1740, quando d'ordine di Sua Santità Benedetto XIV felicemente Regnante, fui a riconoscere, fervendo S. E. il Sig. Cardinale Marini, tutto ciò che concerner poteva il termine di questa grande Impresa: Secondo dunque a quanto ho lasciato in iscritto a Sua Eminenza, potrà il Mulino vecchio macinare egualmente e con l'acqua chiara, e con la torbida, mentre il progetto è di fare all' escire della Chiavica di questo Mulino sul Ronco abbandonato, due mediocri Chiaviche e due canali che in esse ponghino capo, il destro avrà a servire per l'acqua quando torbida sia, la quale mediante un taglio verso la Darsina vecchia del Panfilio sarà portata a sboccar in questo, per-

Anzi sarà bene, che stieno parimente chiuse le Porte dell' altra Chiavica presente, acciocchè, penetrando qualche poco di torbida per le prime, non si estenda, che nel piccolo tratto del Canal nuovo, e se ne possano levare facilmente a mano gl' interrimenti.

In tempo poi di Acque chiare, si aprirà l'una, e l'altra Chiavica, e si darà il corso all'Acqua fino al Mulino, la quale potrà talvolta, cioè in tempo d'abbondanza d'Acque, esser forse bastevole al macinare, senz'altra manifattura.

In tempo di scarsezza d'Acqua si dovrà sostenere il pelo del Fiume, affinchè entri in sufficiente altezza per la nuova Chiavica. A tal'uso potrà qualche volta bastare, ristringer la larghezza della sezione del Fiume immediatamente di sotto alla nuova Chiavica, e di sopra al Ciglio della Chiusa co'soliti Tavoloni, i quali dal fianco sinistro della Chiusa si estendano ad un pilone di Muro fabbricato a tal'uso sopra la sommità di essa, ed alto piedi 4. incirca, entrando il gargamme nell'uno, e nell'altro stabile (34). Ma perchè il più delle volte non riuscirà col solo ristringimento di alzar l'Acqua abbastanza, si potrà per ora seguitare a praticare il solito Argine, o Cavedone di terra. Per altro ci riserbiamo di suggerire con maggior comodo un provvedimento più stabile, e più spedito, che si va divisando per tal'effetto, e con ciò risparmiare la spesa del detto Argine, e il ritardo al macinare.

Se-

perchè vada alla Chiavica della Mattamolla a Tamarisi ne' nuovi fiumi, ed il sinistro da tenersi aperto ed usarsi nel solo tempo delle acque chiare, il qual condotto dovrà aprirsi a canto la muraglia della Città fino al nuovo naviglio.

(34) Essendosi tenuto, com' è stato notato al numero (18) il ciglio della Chiusa più basso della coltellata della Chiavica nel Montone abbandonato inserviente al Mulino vecchio p. 8. 8. 8, cioè once 4 ed un punto meno dello stabilitosi nelle ultime riforme fattesi dal Sig. Manfredi, si dovrà fare un alzamento ad esso ciglio di once cinque, indi si avranno ad abbassare i catini del Mulino da un piede se non più, potendosi ciò ben fare da che il Ronco dopo la diversione è rimasto del tutto vuoto di acqua, ed in tal maniera senz'altro argine o Camminelli che vorrebbero esser fatti nell' alto del labbro della Chiusa, si renderà macinante il Mulino vecchio, e quando in vece di un tal provedimento che si reputa il più facile, si volesse introdurre i Camminelli, saranno da piantarsi alcuni stanti di marmo per i medesimi, e disporvi un ponticello di legno per chiuderli ed aprirli secondo il bisogno.

Secondo le Livellazioni da Noi fatte, e riſcontrate con ogni eſattezza, baſterà ſoſtenere il pelo di queſt'Acqua piedi 1. 7. ſopra il ciglio della Chiuſa, perchè il Mulino poſſa macinare a Botte; perocchè in tale ſtato il pelo riſtagnato dalle portine del Mulino, ſi equilibrerà in un medeſimo livello con quello del Fiume alla nuova Chiavica, e queſto pelo ſarà alto piedi 2. 5. ſopra la Soglia delle dette Portine, ch'è quell'altezza maggiore, a cui poſſono contenerla gli Argini del Canale ſuperiore al Mulino.

Atteſo ciò, baſterebbe, che l'Argine da farſi attraverſo il Fiume foſſe alto ſopra il ciglio della Chiuſa piedi 1. 7, ma per ogni impenſato accreſcimento d' acqua, e ſempre chiara, che poteſſe darſi, ſi potrà fare alto piedi 2. 2., e dandoſi tal caſo, il Mulino macinerà ſeguitamente, e dovrà aprirſene lo ſfogatore, affinchè l'acqua non ſormonti gli Argini del Canale, oppure abbaſſar di nuovo il pelo del Fiume, con levar d'opera uno, o più dei Tavoloni predetti.

Nè quì, per accreſcer l'altezza del detto Argine, avrà più luogo il riguardo di poter ſoſtenere una piena mezzana del Fiume, che ſopraggiungeſſe, perchè non dandoſi piene ſenza torbida, dovrà in tal caſo il Mulino aſſolutamente ceſſare dal macinare, e dovrà chiuderſi la nuova Chiavica, laſciando, che l' acqua demoliſca l' Argine; anzi ſi dovrà eſpreſſamente proibire, che queſto non ſi faccia mai più alto de' predetti piedi 2. 2. acciocchè venga toſto ſormontato, e aſportato da qualunque principio di piena; il che toglierà eziandio le querele degli Adjacenti ſuperiori, i quali ora con qualche ragione ſi dolgono (35), che per la grande altezza, che al preſente ſi dà al detto Argine, ſtieno in collo le Fiumane, e poi nel demolirlo, che fanno, tirino ſeco colla gran caduta acquiſtata, le ripe ſuperiori.

Pare a prima viſta, che togliendoſi al Mulino vecchio l'uſo della torbida, ſia per averſene più ſcarſo ſervigio di quello, che ora ſe ne abbia; ma queſto timore non ſi troverà ben fondato, ſe attentamente ſi paragonerà lo ſtato nuovo col preſente.

(35) La qual altezza della Chiuſa non potrà mai pregiudicare a' riguardi de' poſſidenti ſuperiori, avvegnacchè riuſcirà all'incirca di livello col fondo vecchio del Montone, e col vantaggio della chiamata del declivio della Chiuſa, eſſendoſi oſſervato che dopo la diverſione le piene di molto non arrivano agli antichi ſegni.

te. Venendo torbido il Fiume, supposto, che l'Argine resista alla Fiumana, che spesse volte non vi resiste, oppure che, squarciandosi, resti ancora tanto d'acqua da servire alla Macina, non però in tale stato sempre si può macinare, mentre basta, che il Ronco, in cui quest'acqua si scarica, corra nel suo letto in altezza di 3. piedi, per annegar il Mulino, il qual caso si può credere, che spesse volte succeda, massimamente in Inverno, e più in Primavera allo sciogliersi delle Nevi, le quali mantengono alle volte per settimane, e mesi una mezza piena perpetua. In oltre nel presente stato di cose, neppure sempre si macina, ove le acque sieno chiare a cagione del lungo tempo, che convien perdere a fabbricar l'Argine. Noi stessi lo abbiamo veduto nel nostro soggiorno in Ravenna, distrutto da una piena di Agosto, non poter essere interamente riparato, che li due Ottobre, onde il Mulino cessò più d'un Mese dal suo officio; e appena lo ripigliò nel predetto giorno, che l'Argine per poco non fu di nuovo asportato da un'altra piccola piena, che sopraggiunse. Di questi casi si può considerare quanti ogni anno ne accadano, onde, computando il tutto, il Mulino, non macina assolutamente per la metà dell'anno, nè forse per la terza parte.

Nel regolamento, che si propone, non dovendo farsi, che un Arginello di piedi 2. 2., si potrà perfezionare l'opera in uno, o due giorni, e tosto ripararla, quante volte sarà distrutta dalle piene, nè vi sarà più timore, che altre acque inferiori facciano pescare il Mulino, perchè questo si scaricherà sopra un pelo d'acqua poco più alto di livello del Mare, onde egli macinerà quante volte il Montone avrà acque chiare, che vuol dire per la massima parte dell'anno (36), e si

(36) E circa alla facilità della molitura, seguirà questa anche meglio di prima, essendosi anche abbassata la Chiavica di sfogo di detto Mulino al Ronco, di modo che potrà quasi sempre macinare a foce aperta.

Prima di lasciar la considerazione di questo Mulino, che è di una insigne e ragguardevole fabbrica, si vuole quì addurre certa quanto lepida, altrettanto sensatissima iscrizione, fatta da Girolamo Donato, celebre Soggetto fra i rinomati Letterati del suo tempo, e Presidente della Provincia della Romagna per la Veneta Repubblica, che nel Secolo decimoquinto ne era in possesso. E' stesa dessa in marmo nella facciata dell'edificio a fianco della Porta maestra, e contiene in una specie di Legge e d'avvertimento circa a' Mugnaj, quanto segue

HIE-

e si potrà abbassare a piacere la soglia della Chiavica di sfogo di esso Mulino nel Ronco, anzi lasciarlo sboccare a foce aperta.

Aggiungasi, che quando questo Mulino macinerà a Botte, come per lo più succede, il pelo superiore non si abbasserà così sollecitamente, come ora fa all'aprirsi delle portine, attesa l'ampiezza del Vaso, che gli farà Botte, e sarà tutto il tratto del Canal presente, tutto quello del nuovo, e quello finalmente dell'Alveo superiore del Montone per la lunghezza di oltre un miglio di sopra alla Chiusa: laddove al presente il ristagno fatto dalle portine fino al detto livello, neppure arriva per lo Canal superiore fino alla Chiavica sul Montone: attesi gl'interrimenti, che inevitabilmente egli soffre, per darsi adito alla Torbida. Potrà dunque durarsi a macinare prima di votare la Botte per molto più lungo tempo, che ora non si fa, oppure si potrà macinare a 3. e 4. poste con quell'altezza di Botte, con cui ora si macina ad una, o due. E sebbene in ricompensa più tempo vi vorrà ad empiere il Vaso predetto, si potrà fare tal riempimento nelle ore della notte, e macinar seguitamente le intere giornate, buona parte delle quali si spende ora nell'aspettare, che si riempia la Botte, la quale ogni 3. o 4. ore è vota.

Passando al regolamento de' due Mulini, Nuovo, e del Macello, compita la diversione de' Fiumi, dovrassi nell'Argine sinistro dell'alveo comune di essi un poco di sotto alla cofluenza fab-

HIERONIMVS. DONATVS. PRÆSES
A. FVNDAMENTIS. RESTITVIT.

INSTITOR. MOLENDINARIVS. DILIGENTER. MOLAS. ET. RELIQVA. INSTRVMENTA. CVRATO. FRVMENTA. CITRA. DOLVM. ET. SVPINAM. INDILIGENTIAM. SERVATA. ET. MOLITA. RESTITVITO. PRETER. CVPVLAM. NIHIL. EXIMITO XL. NVM. EXSOLVITO. COLLVM. ET. MANVS. AMBAS. IN. COLVMBARI. CONCLVSAS. PER. DIEM. LEGITIMAM. TENETO. SED. HEVS. TV. QVI. MOLENDA. FRVMEN. CONTVLERIS. EDICTO. NE. FIDITO. MANVS. OCCVLATAS. HABETO. ET. SCITO. INSTITORES. MOLENDINARIOS. EX. EDICTO. PVNIRI. POSSE. NON. CORRIGI.

1493.

fabbricare altra Chiavica (37), e derivarne un Canale della larghezza del Canal superiore di essi Mulini, il quale si farà rientrare poco dopo nell'alveo abbandonato del Ronco, e si condurrà per esso a canto alla ripa destra, sino alla presente Chiavica de' Mulini, continuandolo col Canal superiore di questi, che dovrà espurgarsi dagl'interrimenti. La Soglia della Chiavica da costruirsi, si potrà fare alta un mezzo piede più di quella del-

(37) Al cangiamento del sito del Porto, si è cangiata anco l'idea di condur l'acqua dalla confluenza per il Ronco abbandonato al Mulino nuovo, o sia stato per la spesa che importava, oppure perchè disegnandosi allora di non più servirsi de' Mulini ordinarj della Città, o al più del Vecchio, e volendosene uno da macinar in ogni tempo ne' Prati della Lama oltre delle nuove linee, è restata affatto giacente la nostra proposizione; ma sboccato che fu il Ronco nel nuovo alveo, ha macinato bensì il Mulino vecchio per molti mesi, attesa l'umida stagione corsa, quanto poteva bastare per la Città; ma divertito poi anche il Montone, nè regolato il ciglio della Chiusa, nè abbassati i Catini del detto Mulino, sono rimasti tutti e tre i Mulini immacinanti con grave danno della popolazione; finalmente dal zelo dell' Eminentissimo Sig. Cardinale Marini Legato, è stato riposto in un conveniente moto il Mulino nuovo coll'acqua del Montone presa alla Chiusa, e fatta passare nel Ronco abbandonato, ed in ora con la regolazione 1740, quando resti effettuata, può sperarsi rimessa anco in tutti e tre i Mulini, la molitura nel modo che segue: Si vuol prender l'acqua del Ronco al Chiavicone Spadoni, collocato sulla sinistra di questo fiume in distanza di sei miglia da Ravenna, dovendosi fermar prima l'acqua di detto fiume con lavoriere amovibile all'altezza di piedi 2 e mezzo in circa, conducendola poscia con canale proprio sino a passar sotto la Lama con Botte, indi con alveo a questa parallelo portarla sotto alla Chiusa nella Botte ivi esistente; tradotta poscia alla sinistra del nuovo Montone si porterà al Mulino nuovo, ed in tal modo la detta Botte della Chiusa che servir doveva per lo scolo della Lama e Canaletta, servirà a questo altro essenzialissimo uso del Mulino nuovo, ed occorrendo anco, com'è stato detto al num. 24. in ogni incontro di crescimento del fondo de' nuovi fiumi, anco il detto scolo, potrà sempre esser sotto di essa Botte recapitato, non ostante quell'acqua che all'uso predetto venisse derivata dal Chiavicone Spadoni; quest'acqua poscia così condotta, se torbida, dopo aver animato il Mulino nuovo, dovrà passare alla Chiavica della Mattamolla a Tamarisi per il vecchio Panfilio ne' nuovi fiumi, e se chiara, col mezzo di certo Taglio da munirsi con Chiavica, si farà passare attraverso del Ronco abbandonato, come bastantemente lo esprime la Mappa annessa, al nuovo Porto, e pertanto il detto Mulino sarà ridotto a macinare in tutti i tempi: vantaggio che non si aveva eseguendo le prime idee da noi concepite.

della presente Chiavica sul Ronco all' uscir dell'acqua nel Canale, e con ciò riuscirà a un dipresso eguale in altezza al fondo stabilito del nuovo alveo. Si darà al Canale la cadente del predetto mezzo piede dall'una all'altra Soglia, e gli argini, che dovranno contenerne le acque, si faranno alti piedi sei sopra il fondo di esso.

Si avrà per massima inviolabile di non far mai entrare in questo Canale acqua torbida, e perciò in tempo di Fiumane, o sien del Montone, o del Ronco, staranno chiuse le Porte tanto della nuova, quanto della presente Chiavica; anzi sarà cura de' Custodi il chiuderle, qualunque volta si avrà probabilità, che sopraggiunga nell'uno, o nell'altro Fiume qualche elevazione di torbida.

In acque chiare si potranno queste condurre ai due Mulini, sostenendole ad un'altezza non minore di piedi 5. 2. sopra la Soglia della nuova Chiavica, tanto richiedendosi per far giungere l'acqua su le Soglie de' due Mulini all'altezza necessaria per macinare a Botte. L'acqua così alzata rigurgiterà nel Ronco per 5. miglia incirca al disopra, e nel Montone ancora fino alla Chiusa, senza però sormontarla, ma con restare più bassa della sommità di essa un piede, e 3. once incirca.

Per ottenere il predetto alzamento si potrà continuare per ora l'uso de' Tavoloni, e dell'Argine, o Cavedone nella maniera poc' anzi detta (38), non permettendoci ora l'angustia del tempo di

(38) Fu progettato da me nel 1733 nella Relazione a stampa indrizzata al Sig. Cardinale Maffei, col titolo di *Metodo esecutivo di tutte le operazioni* al §. *Ma perchè una volta finalmente ec.* quanto ricercavasi per sostituire un valido, benchè amovibile riparo all'argine, ch' era solito farsi nelli due fiumi a motivo delle macine, dovendosi per queste inalzar l'acqua fino ad un certo segno; consisteva il ripiego nel *piantar 9 pilòni di buona muraglia con sua platea e battenti, da' quali restando divisa tutta la larghezza del fiume in dieci vani, di larghezza una pertica e mezzo per ciascuno, dovessero ricever i Tavoloni per i Camminelli:* dichiarando che a maggior facilità si avrebbe potuto porre de' Tavoloni verticali o bolzoni ordinarj ne' 4 vani a canto le rive, cioè due per parte, e negli altri sei porvi la travata o pianconatura distesa orizontalmente da essere e questa e quelli levati prontamente ad ogni piena, ed avendo nella Relazione 1739 versato di nuovo circa alla formazione di tali pilòni, ordinai al Capo mastro, quello stesso che formato aveva il gran Ponte, di minutare la spesa, il quale dopo fatte le necessarie osservazioni calcolò che ogni pilòne, sarebbe costato Scudi 494. 62, e fra tutti Scu-

di digerire quanto si va pensando intorno ad altro modo più facile, e più sicuro di questo. Ma quì l'Argine dovrà avere almeno la detta altezza di piedi 5. 2. sopra il fondo del Fiume, anzi di piedi 6. per ogni buon fine, e più ancora, se si desse caso, che il fondo de' Fiumi uniti s'abbassasse sotto la cadente del Profilo; onde sarà questa opera di maggior manifattura di quella, ch'è necessaria per l'altro Mulino, ma non però maggiore di quella, che ora si fa per questi due, de'quali parliamo, tenendosi ora l' Argine anco più alto, per resistere a qualche escrescenza del Ronco, e per condurre eziandio la torbida al Mulino del Macello, il che nel nuovo regolamento non dovrà più aver luogo.

Il gran Vaso, che dovrà empiersi d'Acqua, per farla giungere alla detta altezza, richiederà lungo tempo, ma siccome oltre l'Acqua del Ronco, la quale è quella sola, che oggi serve a questi due Mulini, qualche parte ve ne sarà di quella del Montone avvanzata all'altro Sostegno del Mulino vecchio, così il tempo non dovrebbe riuscire troppo più lungo di quello, che ora s'impiega per far Botte a questi stessi Mulini, massimamente ove i Tavoloni, che si metteranno in opera per fare il ristagno, si spianino, e si combacino uno con l'altro esattamente, nè lascino uscire dal vaso alcuna notabile quantità di acqua.

E' da avvertire, che sebbene nel fondo superiore del Ronco stabilito alla bassezza, a cui dovrà ridursi, rigurgiterà l' Acqua oltre a 5. miglia, come si è detto, e con ciò giungerà a parti più lontane di quelle, alle quali giunge di presente (ch'è poco oltre la Colonna di Gastone di Foix) nulladimeno l' altezza assoluta del livello di quest'Acqua ristagnata, sarà la medesima, a cui ora si ristagna, nè i Possidenti superiori dietro al Ronco potranno, come ora, dolersi della troppa altezza dell' Argine, mentre quello, che si farà non eccederà il puro bisogno de' Mulini, nè dovrà stare a prova delle Fiumane, anzi giungendo que-

Scudi 4450, e la Chiavica e fianchi alla destra altri Scudi 4000, che sommavano in tutto 8450 Scudi, ma per varj incidenti nulla essendosi dipoi fatto, e sboccatosi anco il Montone nel nuovo alveo, si è poi ridotta l'esecuzione di simil progetto e troppo difficile, e di assai maggior dispendio; quindi si è pensato alla presa dell'acqua al Chiavicone Spadòni: operazione assai più facile, di moderato dispendio, e sicura.

queste, si dovrà, per quanto sia possibile, cooperare a demolirlo.

Coll' acqua così sostenuta macinerà a Botte non solo il Mulino nuovo, ma in parte eziandio quello del Macello, abbassandone le Soglie superiori (39), e i Catini once 4, come si è detto all' Articolo 13. mentre l' acqua contenuta in un sì gran Vaso, non potrà, che lentamente votarsi, ancorchè oltre le Portine del Mulino nuovo, s' aprano quelle del Macello.

Nè dovrà riputarsi di pregiudizio per questi due Mulini, che quello del Macello, il quale altre volte macinava colla torbida, debba, non meno, che il Nuovo, cessare in tal caso dal suo officio; Imperocchè da una parte si compensa questo difetto dal poter egli nel regolamento, che si propone, macinare ad un tempo stesso, che il Nuovo, con acqua chiara, il che non mai, o rarissime volte faceva per l'addietro; e dall' altra parte il caso, che egli macinasse colla torbida, non era, che assai raro, per l'impedimento, che trovava al suo scarico nello stesso Ronco, il cui pelo anche basso dirimpetto al Mulino (come dalle Livellazioni abbiamo riconosciuto) per l'alzamento seguito del fondo, si sostiene a tanta altezza, che basta per renderlo immacinante, annegandone i Catini, seppure l' altezza dell' acqua nel Canal superiore non fosse tanta da vincere la resistenza dell' inferiore; caso, che non può darsi, se non viene una Fiumana, e allora per lo più si squarcia l' Argine, e il Ronco dirimpetto al Mulino piucchè mai si alza, e totalmente lo affoga. Noi abbiamo osservato quanto sia facile il ceder dell' Ar-

(39) Quanto al Mulino del Macello, non riputandosi in ora necessario, si potrà lasciar senz' alterazione, da potersene servire quando pur anco si credesse che i due Mulini Vecchio e Nuovo non supplissero al bisogno della Città; nel qual caso avrà ad esser abbassato ne' suoi Catini, e si ricercherebbe una piccola botte sotto il canale dell' acqua torbida del Mulino vecchio, che gli passerà a canto, onde portarsi la chiara di esso Macello verso il nuovo Porto, ed in tal modo sarebbe ridotto a macinare e con acqua chiara e torbida; Che se si vorrà con questa sola la di lui molitura, non si avrebbe che ad abbassar i Catini, potendosi ciò ben fare, rimanendo senz' acqua il Ronco, ed il canale dell' acqua torbida del Mulino vecchio, convenientemente basso in ogni stato di acqua, se pure non si amasse meglio di ridurlo a ruote verticali, come si costuma in tutto lo Stato Veneto ed altrove ancora, ed allora macinar potrebbe con assai meno corpo di acqua.

Argine ad ogni mezzana piena, in occasione di quella del dì 9. corrente, che portò un'accrescimento di Acqua nel Ronco non più che per due piedi, e ciò non ostante l'Argine, il quale dopo più d'un mese di lavoro era stato pochi giorni prima compito, si rilasciò nel suo attacco al Pilone, e convenne, che il Mulino nuovo cessasse dal servigio poco prima ripigliato, finchè la rottura fosse saldata.

Stimiamo dunque, che col presente progetto non solo non venga diminuito, ma resti vantaggiato l'uso di tutti e tre i Mulini, non ostante, che niuno di essi debba macinare ad acque torbide. Ma perchè la Città assolutamente desidera, che non si cessi in tale stato dal macinare (40), abbiamo nell' Articolo 14. proposto di supplire a ciò coll'edificio di uno, o due Mulini, da costruirsi al Montone, quando l'esperienza ne faccia conoscere la necessità. La distanza di essi dalla Città non sarà più, che 2. miglia, ch'è quanto si può ragionevolmente desiderare, e quanto noi troviamo di poter accordare colla salvezza del Porto, e con tutto il sistema del regolamento proposto.

L' acqua per questi Mulini si dovrà prender con Chiavica dalla destra del Montone, mezzo miglio incirca superiormente alla nuova Chiusa, e farsi rientrare nel medesimo Fiume, con altra Chiavica inferiormente a quella, passando, come si è detto, per Ponte Canale sopra il Condotto della Lama, e i Mulini si collocheranno a 25, o 30 pertiche dallo sbocco. La caduta del pelo del Fiume tra questi due termini sarà intorno a 5. piedi, ch'è sufficiente per lo macinare d'un Mulino, o pur di due, se si vuol prender l'acqua per un più largo Canale, e dividerla in due rami. Non ci diffonderemo nelle misure appartenenti alle Chiaviche, nè al Canale, o agli Edificj, perchè niente può occorrere in ciò, che comunemente non sia noto, e che non se ne vegga l'esempio in altre simili fabbriche, o su questi medesimi Fiumi, o su gli altri della Romagna. Durante il colmo delle Piene maggiori, dovranno star chiuse amendue le Chiaviche d' imbocco, e d'isbocco, non potendosi allora macinare per lo troppo impeto dell'acqua superiore, e per la troppa altezza dell'inferiore.

I me-

(40) Ridotti i due Mulini della Città a macinare e con la torbida acqua e con la chiara, rimane superfluo il pensare alla fabbrica di alcun altro Mulino, com'erasi progettato in questo paragrafo.

I medefimi Mulini fi potrebbero far macinare, quando anche l'acqua del Montone foſſe chiara, ma ſtimiamo, che allora fi vorrà piuttoſto condurla al Mulino vecchio, come più comodo alla Città, ſoſtenendola, come di ſopra ſi è ſpiegato; onde in tale ſtato dovrà diligentemente ſerrarſi la Chiavica all'imbocco, acciocchè entrandone qualche parte nel nuovo Canale, non ſi ritardi l'elevazione di quella, che ſi vuol condurre al Mulino vecchio.

Benchè la Chiuſa da noi propoſta ſia in tal'altezza da non far elevare ſenſibilmente il fondo ſuperiore del Montone, nulladimeno avendone noi oſſervati gli Argini ſuperiori molto baſſi, e molto deboli, ſtimiamo indiſpenſabile alzargli intorno a un piede, e ingroſſarli debitamente: lavoro neceſſario a farſi anche preſcindendo dall'impreſa della Diverſione.

Intorno al condurre l'acqua del Montone preſſo alla Città (41), come Bevanda ſperimentata più ſalubre di quella de'Pozzi, niente abbiamo da aggiugnere a quello, che ſe n'è detto all'Articolo 15, ove abbaſtanza ſi è ſpiegato ciò, che dovrà praticarſi.

(41) Non è ſtata condotta l'acqua del Montone per bevanda della Città nel dubbio, che dalla gente diſattenta non reſtaſſe coinquinata col ſervirſene per altri uſi; ma viene ſupplito a tal eſigenza con certe buche che ſi formano nell'alveo abbandonato di eſſo Montone, che danno acqua quanto baſta, e di buona qualità per l'uſo predetto.

e   CAPO

CAPO QUARTO.

Alcune notizie circa i Porti di Mare, con il modo più ſicuro di formarne uno alla bocca de' Fiumi in luogo di quello del Candiano, che ſi dà perduto.

IL Porto del Candiano, unica ſtrada, per cui ſi mantiene aperta la comunicazione col Mare, ed il qualunque Commercio, che pur gode la Città di Ravenna, eſſendo egli da qualche anno in qua con ſenſibili deterioramenti, ha chiamato tutte le noſtre applicazioni, per rintracciare ed il vero di lui ſtato, e le cagioni degli accaduti ſconcerti, onde poterſi nel miglior modo provvedere all'eſenzialità di che ſi tratta.

E perchè nulla più abbiamo creduto, che illuminar ci poſſa, che il vivo, e fedele eſempio degli altri vicini Porti di queſta Spiaggia; quindi ſi ſono voluti viſitare tanto quegli ſopra, che ſottovento di queſta Foce, perchè dalla varietà degli accidenti, che ci ſono preſentati d'avanti, poteſſimo trarre ſicuro argomento, onde porre eſſo Porto nel migliore poſſibile ſiſtema; perſuaſi, che la di lui conſervazione tende direttamente ad accreſcere il luſtro alla Città, l'erario al Principe, e la dovizia a tutta la Provincia.

Coſtantemente dunque ci è accaduto di oſſervare quanto coll' intelletto, ſul fondamento dell'eſperienza, ci andavamo già figurando, vale a dire, che nulla più può contribuire all'atterramento de' Porti, che le torbide de' Fiumi, e che mai Fiume torbido, non reale, e che abbia del torrente può da ſe formare, e mantenere Foce aperta ai Naviganti ſul Mare; e che per lo contrario anche poche acque chiare, che ſieno o dolci, o ſalſe, e più queſte di quelle, godono ſempre di un tal privilegio, e vagliono a conſervarſelo, ſe la natura, od altro non ſturbaſſero ſovente il loro operare.

Eſporremo brevemente a Voſtra Eminenza quanto ci pare poter eſſer ſufficiente, perchè ſi comprenda l'idea generale dell'affare in quiſtione.

Tre movimenti ſenſibili, e potiam dire coſtanti, hanno nel Golfo Adriatico le acque del Mare, cioè di fluſſo, e rifluſſo, e di radente il Lido. Coſpirano i due ultimi inſieme ſu le bocche

de'

de' Porti di acque falſe, o dolci, ma chiare: Il primo del fluſſo incontra il terzo radente ad angolo quaſi retto, e lo ſoſpinge al Lido, ſenza che ſenſibilmente lo debiliti, onde ne naſce, che come alternativamente vanno i due primi di creſcente, e di decreſcente ſuccedendoſi, così l'ultimo con forza coſtante ſuſſiſte ſempre.

Da ciò ne deriva, che le ſabbie del Mare, o tirate da' proprj cupi fondi dalle burraſche, o portate da' Fiumi, ſieno ſempre ſpinte da Tramontana in Oſtro, dirimpetto le Foci predette de' Porti ſalſi, o dolci, ma però d'acqua chiara.

Quanto a quelli di acqua torbida de' Fiumi, o ch' eſſi ſono reali, o perenni, oppure temporanei; ſe della prima ſpecie, non mai valendo il moto ordinario del fluſſo del Mare a far rivolgere in contrario ſenſo il loro corſo, ne proviene, che ſolo ritardano in tal tempo la propria velocità, e s'ingroſſano a qualche diſtanza dalla Foce nel proprio Alveo; ma ſe l'energia del loro corſo vale a ſuperare il momento della creſcente, molto più rieſcono a portata di tagliare, e ſoſtenere il moto radente; che però reſtando il Mare alla loro deſtra con niuno, o pochiſſimo moto, hanno campo le torbide di quivi deporſi, e ne ſorgono preſtamente gli ſcanni, ed alla loro ſiniſtra fermano ſolamente le arene ordinarie del Mare, ſeppure alcun' altro Fiume ſuperiore non ſomminiſtra nuova materia anche a queſta parte. Ma eſſendo ſempre in minore quantità la naturale torbida portata dal Mare lungo i Lidi, di quella portata dal Fiume nelle piene, e mezze piene, maggiore anche per neceſſaria conſeguenza eſſer deve lo ſcanno ſotto, che ſopravvento, cioè a deſtra, che a ſiniſtra, ed a miſura della forza del corſo del Fiume, maggiore ſuccede la protrazione di eſſo ſcanno verſo il Mare.

E perchè laddove l'acqua corrente del Fiume trova minor reſiſtenza, ivi ſi volge, perciò ſorgendo lo ſcanno a deſtra più alto, e più lungo, e prima del ſiniſtro, però le Foci de' Fiumi rivolgono per ordinario ſu queſta noſtra ſpiaggia a ſiniſtra il loro corſo, che nella decreſcente viene poi fatto più vegeto dall' alzamento delle proprie ſezioni acquiſtate durante l' alta Marea.

Quanto al radente, è queſti forzato a ſcoſtarſi dal Lido per quel tratto, che dura l'energia del rifluſſo, facendo queſti in tal tempo l'uficio di un vero oſtacolo alla detta correntìa, paſſato il quale ritorna poſcia ad accoſtarſi piucchè può alla ſpiaggia.

 Ma

Ma se un tal Fiume avesse per avventura lo sbocco di un'altro torbido sopravvento, e verso Tramontana, in tale stato, potendosi da questo contribuire molta sabbia alla parte sinistra dell'inferiore, potrà per un tal'accidente accadere, e che lo scanno superiore sia o maggiore, o eguale all'inferiore, o pur anche assolutamente più dilatato, ed avvanzato verso il Mare, e che il Fiume in vece di volgere lo sbocco sopravvento, lo rivolga ad Ostro, e sottovento, come è accaduto a tutte le bocche del Pò grande dal Cammello in giù, e specialmente a quella di Goro, ed allo stesso Lamone nelle vicinanze di questi Lidi, benchè il ravvolgimento della Foce allo Scirocco di quest'ultimo, possa anche esser accaduto dall'asciuttarsi, che fa, o del tutto, o quasi del tutto esso Lamone nel proprio Alveo, e così durare molto tempo, dando luogo al Mare di occupar la di lui Bocca, e di rivolgerla a suo talento sottovento secondo alle leggi degli sbocchi delle acque salse, che sempre si rivolgono verso Ostro a rovescio de' Fiumi predetti.

Accade ciò, perchè lo scanno non si potendo formare, che dalle sabbie del Mare provenienti da Tramontana, e non potendo esse oltrapassare nel riflusso la correntìa di queste acque, le depongono a sinistra (42). Così va succedendo in tutti i Porti formati dalle Lagune salse, o dolci che sieno, come accade alla Bajona, ch'è un Porto, che prende le acque, e non in poca quantità dalle Valli, alla destra del Lamone, e questa sta rivolta con la sua Foce allo Scirocco.

La Fossina, altro Porto di questa spiaggia, guarda il Levante, restando in essa dalla detta Bajona, che le sta troppo vicina, ed a cavaliere, alterati gli effetti, che produrrebbe. Il Savio, Fiume torbido, ed impetuoso, seguendo la legge, che a lui compete, si è trovato con lo sbocco assai prolungato, e volto a Tramontana. In somma, se particolari circostanze non intervengono, non mai scorgesi alterato il detto sistema, anzi costantemente osservansi adempite le leggi, che dalla combinazione di molti fenomeni si è fissata la natura.

Dalle

(42) Del 1731, così stava rivoltata la bocca della detta Bajona, esaminatasi da noi con la diligenza maggiore col mezzo di ottimo ago calamitato, in ora attesi i molti lavorieri praticatisi dopo il 1737, tiene lo sbocco verso Greco, e la Fossina si è fatta unire con opere di palificate alla detta Bajona, formandosi di due, un solo Canale.

Dalle confiderazioni generali difcendendo alle particolari, a motivo di concretar pofcia la propofizione, che ci fiamo prefa a maneggiare, fi fono vedute le Bocche sì antiche, che moderne de' due fiumi Ronco, e Montone, per le quali, dopo aver corfo quattro miglia uniti, tributano al Mare le proprie acque. Quefti, che prima di dieci anni sboccavano fopravvento verfo certo Porto chiamato Pialaffa, furono con breve taglio di fole 60. pertiche gettati fottovento, coll' averfi loro accorciato il cammino per ben due miglia, colla lufinga di un gran follievo alle loro efcrefcenze, ridotte intollerabili; il che non effendo fucceduto, che per poco tempo, n'è poi derivato altro effenzialiffimo difordine, cioè l'atterramento del Porto del Candiano, malgrado tutte le acque chiare, che in effo cadono, e le palificate con grave difpendio mantenute alla bocca del medefimo.

La natura, che collo sbocco de' fiumi verfo la Pialaffa, e con i gran banchi, che aveva ftabilmente piantati fottovento di quelle Foci, era venuta a formare una vera, e reale difefa al Candiano, che reftava a coperto dalle fabbie portate da effi Fiumi nell'efcrefcenze, col nuovo predetto taglio, ridotto più vicino al Porto lo sbocco, e quel ch'è peggio, lafciati in balìa del Mare gli fcanni dai fiumi dilatatamente formati, fono ftati quefti dalla corrente del Mare disfatti, e portati fottovento in tutto il tratto, che giace fra quello sbocco, ed il Candiano predetto, ed hanno sì fattamente affediata la di lui bocca, che in baffa di acqua appena ve ne refta tanta da coprire fottilmente lo fcanno, che gli fta a fronte.

E vaglia il vero, riconofciuto da noi lo sbocco de' fiumi, oltrechè lo abbiamo ritrovato ne' foli dieci anni antedetti, protratto per lo fpazio rifleffibile di ducento e trenta pertiche; quello che poi ci ha fatto toccar con mano la vera origine della perdita del Candiano, fi è lo sfaccimento degli fcanni della gran punta fopravvento, ridotta adeffo quafi in retta linea col Lido della Pialaffa, quando per lo innanzi fporgeva più di quefta da un miglio in Mare.

Nè contenti di aver vifitati quefti fiti, abbiamo voluto vedere anche la fpiaggia, che fino al Porto predetto fi diftende, e quefta pure l'abbiamo trovata a proporzione ingroffata, cofìcchè in tal luogo il Mare adeffo non arriva che a 100. pertiche lontano, da dove prima di dieci anni batteva il Lido.

Se tali dunque fono a noftro credere le indubitate cagioni della ro-

rovina di questo Porto, dopo fatte le più mature ponderazioni, ed accurati esami di tutte le più rimarcabili circostanze, non ci è stato possibile di pensare a rimedj tali, cosicchè lasciando il Porto nel sito in cui adesso si ritrova, si possa dal nostro osequio proporre il di lui ristabilimento in modo che sia durevole, ed abbia nell'avvenire a rendersi anche migliore di quello era in passato, tale essendo e la pubblica giustissima premura, e l'esigenza di questa Città, cui abbiamo l'onore di servire.

Innanzi però, che ci interniamo di vantaggio nell'individuale del progetto, siaci lecito di spiegarci, che per Porto in tutta la spiaggia dal Pò sino in Ancona, non può intendersi se non quel Canale, o Bocca che arriva ad aver quattro piedi in circa di profondità a comune, nascendo ciò da doppio motivo; il primo per la mancanza di corpo di acqua interna comunicante col Mare, che agisca alternatamente col flusso, e riflusso; ed il secondo per essere essa spiaggia con la faccia volta al Greco, e Levante, ed obbliquamente allo Scirocco ed Ostro, proprietà de' quali è il zappare il Lido (per parlare con la frase della Marina) ed asportare le sabbie, dove i primi le spingono alla spiaggia, e le addensano: per tacere di molte altre circostanze, e fra le altre di quelle ben rimarcabili, che nascono dal Pò, che ne' tempi addietro ha potuto con le proprie torbide ridurre Ravenna in Terra ferma, levandola dal Mare, ove maestosamente sedeva.

Per aversi dunque un Porto di tal natura, rendesi necessario, che abbia le seguenti condizioni:

Prima, che sia egli di acque chiare, e che le salse in deficienza, o scarsezza delle dolci possano liberamente entrare ne' Canali, che con esso comunicar dovranno, ed abbia internamente il maggior corpo possibile d'esse acque chiare.

Seconda, che non abbia alcun fiume torbido sopravento almeno per la distanza di 7. in 8. miglia.

Terza, che sottovento non abbia Fiumara torbida in distanza, che non sia minore di 3. miglia.

Quarta, che le acque influenti di esso Porto sieno ne' proprj canali tenute ristrette ed unite, nè possano divagare per Paludi di poco fondo, o per alvei soverchiamente larghi.

Quinta, che sia munita la bocca del Porto con le opportune palificate, o Guardiani, stabilito che sia, che vagliano con le loro lunghezze a coprirlo da' venti nocevoli, e lascino luogo a' favo-

revoli

revoli di poter coadjuvare allo ſpurgo delle materie lezzoſe (43), che poteſſero eſſervi depoſte.

Con tali vedute, eſſendoſi da noi eſaminato collo ſcrupolo maggiore, quale foſſe veramente quel ſito, che le prime tre condizioni fondamentali perfettamente ſalvaſſe, giacchè le altre due dipendono poi dall'Arte ſola, niun'altro luogo ci è occorſo di ritrovare più a propoſito, fuori che quello della preſente bocca de' fiumi, e ci è ſembrato ſenza comparazione il più adattato, per ottenere il fine che ſi deſidera, mentre il fiume torbido più vicino, ch'egli avrà ſopravvento, ſarà il Lamone, la bocca di cui gli ſarà diſtante poco meno di 8. miglia, e con un breve (44), e facile taglio, che in certa gombiata, che ha verſo il Mare, gli ſi può dare nel di lui alveo, oltre un qualche non iſprezzabile miglioramento, che potrà ricevere almeno per qualche anno, ſi verrà ancora ad allontanare di un'altro miglio dalla Foce del nuovo Porto.

Colla nuova Diverſione de' fiumi che ſi progetta dovere sboccar dirimpetto al paſſo de' Tamariſi in Mare, non eſſendo men diſtante queſta bocca di quattro miglia incirca, ſi ſalva perfettamente la nuova foce di queſto Porto anche da qualunque timore,

(43) Una ſeſta condizione ſe gli può aggiongere, ed è (come mi ſono eſpreſſo in altre Relazioni poſteriori) che il Porto non ſia ingolfato, cioè che tanto ſopra, che ſottovento non abbia ſpargimenti di banchi di arena, che venghino a coſtituire le foci ritirate, e non nell' aperto mare. Ingolſato certamente è quel ſeno che forma la Pialaſſa con le acque proprie della Bajona e Foſſina, onde le ſabbie provenienti dal ſopravvento, trovano quivi da largamente depoſitarſi, e queſto fu il vero motivo dell' averli da noi tal ſito eſcluſo per il Porto, e di eſſerſi attenuti allo sbocco de' fiumi vecchi, ſito aſſai ſporto verſo il mare, ed in cui ſalvavanſi quanto baſta tutte le antedette condizioni: L'eſſerſi atterrato l'antico Pirotolo, che altrevolte in queſto ſteſſo ſeno poneva foce, e che era un Porto non che capace di piccoli legni, come in ora ſono tutte le foci di queſte ſpiagge, ma di Galee ed altri Baſtimenti groſſi, fa una prova aſſai convincente della poca durabilità della bocca della Pialaſſa.

(44) E' ſtato effettuato il detto Taglio del Lamòne, ma un tal ripiego quanto utile per ſollevar le parti ſuperiori eceſſivamente caricate dall'acque di eſcreſcenza di queſto Torrente, altrettanto può pregiudicare al Porto della Pialaſſa, mentre oltre il trovarſi anco troppo vicino a quella foce, dove prima gettava le ſue torbide verſo terra ſopra gli antichi ſcanni, adeſſo le va diſtendendo a ſeconda del moto radente nell'aperto mare, e da queſto poi nel fluſſo ſono portate a danni di detta foce.

more, che dalle torbide sottovento a causa de' Venti aver si potesse.

Ma perchè le sabbie hanno di molto elevato il fondo di quest' alveo de' fiumi, cosicchè levata l' acqua di essi, ancorchè nel loro alveo, si volgessero e le acque chiare de' Mulini, e lo scolo della Città, e qualch'altra acqua, che con utilissimo ricapito potesse quivi avere un felice esito, non potrebbesi per anco dire formato il Porto, mentre la forza di esse acque in un alveo soverchiamente dilatato, sarebbe troppo scarsa per ismovere le deposizioni da molto tempo stabilite: per tanto, secondo quello che si è detto nell'Articolo secondo del Capo primo, sarà da sgombrare a mano gli atterramenti, con formare nell'Argine abbandonato da Porta nuova al Mare (45), o per dir meglio, avuto riguardo alla maggior cadente da darsi al Mulino vecchio, giusta il contenuto nel Capo terzo, dalle Chiaviche della Lama sul Ronco sino al Mare, un Canale di larghezza piedi 30. e che il di lui fondo riesca più basso del pelo basso del Mare da piedi due incirca, e dal più al meno come sta, o star dovrebbe il fondo del Canale Panfilio.

Nè tale Escavazione, come l'Eminenza Vostra colla sua grande cognizione può facilmente vedere, sarà per riuscire di molto impegno, trattandosi di escavare un'Alveo già fatto, e con sola sabbia (46), e lezzo, ed in poca profondità, non arrivando

(45) Tal condotta di acqua per il nuovo Naviglio non si è poi fatta, essendosi sostituito un cavamento nello stesso scolo della Città dilatandolo e profondandolo sino alla Fossina, ed indi col mezzo di lunghe linee di palificate si è procurato d'incassar le acque di questo stagno sino alla bocca, come resta espresso per PHG nella Mappa: venendo limitato esso stagno dallo scanno formato da' fiumi vecchi sopravvento della loro bocca, e da quello del Lamone, sottovento di quel sbocco che prima del nuovo Taglio aveva, ma la foce G sul mare, abbenchè l'interno de' canali sia con buoni fondi, rimane con sì poca altezza di acqua, che nelle basse del mare non vi possono entrare nè meno le barche assai mediocri.

(46) Tal escavazione che si era proposta ha spaventato gl' Impresarj, di modo che col farla comparire poco meno che impossibile tanto si sono maneggiati, che in quel mezzo uscita la proposizione di potersi far il Naviglio alla Pialassa con poca spesa, e senza perdersi per un sol giorno la comunicazione con la Città, si è intrapreso il progetto della Fossina e Bajona, abbenchè tre miglia più lungo, e di pari se non di maggiore impegno, e certamente di maggiore spesa e nel formarlo, e nel conservarlo.

do oltre i piedi 4 e mezzo sotto il presente fondo, e più verso il Mare anche meno, come si anderà a suo luogo esponendo, ed apparisce dagli esibiti profili.

All'obbietto che da tal'uno potrebbe esser fatto, che la sabbia fosse per ricadere nell'alveo escavato, e render frustraneo il travaglio, che s'intraprendesse; si risponde, che potendosi, anzi dovendosi tenere il nuovo Canale sempre accanto una delle rive, non resterà dunque, che sostenere nella opposta la sabbia che non sdruccioli, il che agevolmente si potrà fare in quello stesso modo, che fu praticato nella formazione del Canale Panfilio, cioè a dire collo impianto delle viminate lungo la nuova riva, la qual difesa poi col tempo si seppellisce, e la stessa sabbia forma il cotico, e s'assoda.

Tutta la linea non oltrepasserà le pertiche 1550 che sono 50 pertiche più di 6. miglia, ma non per tutto si ha da operare, ma solo ove l'acqua bassa de' Fiumi corre adesso incassata, cioè fino all'origine incirca del taglio nuovo, mentre farà il rimanente la natura, cospirando insieme con le acque del Mare, quelle che di sopra perennemente saranno quivi incamminate.

Prima però di prender in esame, quali debbano essere queste acque, ci sarà permesso d'indicare le variazioni, che succeder probabilmente dovranno alla bocca presente de' Fiumi, rimossi, che questi sieno, e ridotta che sia alle acque salse, e dolci sopravenienti.

Secondo tutte le osservazioni, una gran parte della nuova prolungazione seguita dopo il mentovato Taglio nuovo, dovrà corrodersi (47) ed asportarsi, in quella guisa appunto ch'è succeduto ai due sbocchi superiori degli alvei abbandonati, che come si è espreso, si sono ben più di un miglio riconosciuti adesso più brevi di quello erano, allorchè i Fiumi vi correvano.

Le acque correnti, Eminentissimo Signore, laddove nel Mare

(47) Puntualmente fino a quest' ora è seguito quanto quì si era preveduto, mentre otturatasi la bocca, e corrososi lo scanno che per molto tratto l'accompagnava in mare, se n'è disteso un altro sottovento, che lascia verso la riva ferma interna una nuova Pialassa di buoni fondi, e sicura da tutti i venti, essendosi diretto il lido per Tramontana, col Levante dirimpetto ad angoli retti.

re metton Foce, non solamente depongono le sabbie, e la terra che seco portano, ma ancora del lezzo più sottile si spogliano, il quale serve poscia di un legamento sì forte, e tenace alli sabbioni, che i banchi facilissimamente sorgono, e durano a fronte della furia del Mare; anzi corre tanta differenza fra le deposizioni gettate dal Mare, e quelle de' Fiumi, che basta ai Pratici vederle per riconoscerle.

All'opposto, se viene levato il fiume da quel tale sbocco, col lasciarsi che il Mare liberamente agisca, egli col suo salso scioglie in breve tempo il legame predetto, onde poi le sabbie fatte libere obbediscono facilmente ad ogni movimento di esso Mare, e restano per la massima parte asportate sottovento.

Quando dunque sieno ridotti altrove i Fiumi, non potrà che succedere l'accorciamento di questa linea: tanto persuadendo la ragione, il fatto, e la costante osservazione.

Ma come ogn'altro naturale effetto, anche un tale accorciamento avrà i suoi limiti, a' quali, quando siasi giunto, allora e non prima, converrà seriamente pensare a munire con palificate o Guardiani la bocca del nuovo Porto, dirigendoli per quel Vento, che la combinazione di molte circostanze allora sarà per additarci, e chi adesso volesse disegnarle, darebbe senza dubbio in molti equivoci (48), non essendo lecito nella materia sempre contingente dell'acque, e specialmente di Mare, di potere a capello prevedere gli effetti, che ne sono per derivare.

Passeremo adesso alla considerazione di quelle acque superiori, e chiare, che dovranno derivarsi nella nuova Navigazione.

Corre una massima appresso tutti i pratici di Mare, che gran Laguna fa gran Porto, e che poca Laguna di poco fondo lo produca. Ne' tempi andati, allorchè questa illustre Città godeva la prerogativa di esser cinta dalle acque salse, e di avere a se

(48) Nella Pialassa sopravento non si è seguita questa legge di attendere gl' indicj della natura, se fin dal principio si sono incassate le acque perchè uscissero in mare a norma del concepito Progetto; ma è poi succeduto, che asportatisi dal corso delle acque fatto maggiore per il detto incassamento, specialmente nel tempo del riflusso, molti sabbioni, i scanni si sono gettati più a largo con sensibile incomodo di quella navigazione.

ſe vicine immenſe Lagune, non vi ha dubbio, che il Porto ſuo non doveſſe eſſer felice. Durano ancora i nomi di Porto, e di Claſſe, ove gli antichi Romani avevano la ſtazione della loro Armata Navale, ma nell'avanzarſi de' ſecoli barbari, ſconvolto affatto il ſiſtema di queſte acque, la Città ſi è ridotta in Terraferma, non comunicando adeſſo col Mare, che con la ſtentata, e diſpendioſa Navigazione del Canale Panfilio, formata gli anni addietro dalla magnanimità de' Pontefici allora regnanti, e ſoſtenuta adeſſo con grave diſpendio di queſta Città.

Nel Canale predetto, e nel Porto del Candiano vi vanno oltre l'acqua chiara, che cade dal Mulino nuovo, le acque temporanee di molti ſcoli collocati lungo eſſo, e ſpezialmente quelli, che vi mettono capo per lo Foſſo vecchio, e Candianazzo, che prende le acque di molti altri ſcoli dal Fiume Savio in qua, e rieſce un corpo tale, che per dir vero (49), ſe altre cauſe non foſſero concorſe a rovinare il Porto, ſarebbe ſtato ben valevole a conſervarlo aperto, ed abbaſtanza felice.

Dovendoſi dunque, ſecondo a quanto ci ſiamo onorati di esporre, mutar adeſſo la Navigazione, egli ha da cercarſi, Eminentiſſimo Signore, di rivolgere nel nuovo ideato Canale la maggior quantità poſſibile di acqua, purchè ſia chiara, ſecondo i principj, che di ſopra abbiamo poſti, ed eſaminati.

In due modi può provvederſi ad una tale eſigenza; e con preparar un Canale tanto baſſo di fondo, che contener poſſa una inſigne quantità di acqua, coſicchè il Mare iſteſſo ſomminiſtrar la poteſſe in caſo, che mancaſſe la ſuperiore, e col prendere, e da' Fiumi divertiti, e dagli ſcoli vicini una congrua quantità di acqua, che ſia anzi maggiore, che minore di quella, che preſentemente nel Candiano per lo Panfilio influiſce.

Noi, che col riſtagno del detto Panfilio abbiamo potuto dare

(49) Le cauſe per le quali ſi è rovinato e perduto il vecchio Candiano di già ſono ſtate baſtantemente indicate; fra le principali ſi contano quelle della vicinanza de' fiumi vecchj, da che con certo Taglio furono portati a sboccare più ad eſſo Candiano vicini, avendo in quelle vicinanze da per tutto inalzata la ſpiaggia e tolto il fondo alla foce di detto Candiano.

re una base sicura a tutte le nostre Livellazioni, abbiamo anche potuto perfettamente conoscere tutti i Fondi di questo Canale di comunicazione, il quale benchè riceva dentro le proprie rive la Navigazione anche di Barche grosse, l'abbiamo però ritrovato non eccedere ragguagliatamente piedi 2. 8. 4., ridotto a comune, o sia al pelo dell'alta marea ordinaria, e secondo le nostre osservazioni, calando il Mare per il riflusso parimente ordinario, once 12., e punti 3., ne nasce, che ogni qualvolta si abbassasse sotto del pelo basso del Mare il nuovo Canale once 16. e punti 1. ragguagliatamente, sarebbe esso alla stessa presente condizione del Panfilio.

Con tutto ciò a studio di maggiormente felicitare questa Navigazione, ci siamo determinati di profondarlo dappertutto piedi 2. sotto del Mare basso predetto (50), e tenerlo sempre di Livello a questa altezza, non essendovi necessità veruna di darli pendenza, acciocchè il Mare vi agisca nel miglior modo possibile, e le acque superiori con innalzare l'altezza delle proprie sezioni, abbiano da loro stesse ad acquistare quella cadente, di cui fossero per abbisognare.

A tal'oggetto col mezzo delle Livellazioni, che si sono prese, si è anche esteso il detto esibito Profilo del preciso Cavamento, che si averà a fare nell'Alveo abbandonato de' Fiumi, e si è trovato, che la maggior escavazione nelle vicinanze della Città sarebbe di piedi 4. e mezzo per pertiche 500. poi di piedi 3. per pertiche 760. e piedi 1. e mezzo per il rimanente fino al Mare.

Faremo un divoto cenno a Vostra Eminenza circa la maniera, con cui tali escavamenti senza molta difficoltà praticar si potranno. Sarebbe dunque da intestarsi una partita di Alveo di 50. Pertiche, & ancor meno, se si vuole, allorchè il Fiume fosse già divertito, e per conseguenza quasi senz'acqua, da levarsi ancor questa, gettandola con gli opportuni Strumenti di sotto della Intestatura inferiore, poi celeremente escavare la detta partita alla divisata altezza, col porre la materia, che ne uscisse sulla riva, da stabilirsi di nuovo, e da assicurarsi poscia con la Viminata, di cui si è detto di sopra (51). Compi-

(50) E sopra tali misure si è anche formato il nuovo Naviglio dentro lo scolo della Città. Si avverte, che tutte le misure enunciate in questa Relazione sono le Agrimensorie di Ravenna.

(51) La Viminata, di cui tanto fu dubitato dagli Appaltatori, di porla in opera, è stata poi senza tema veruna di sua buona riuscita adoperata nel Naviglio del Pontecanale, e questa in tutto quel tratto di lavoriere in cui furono trovate le rive con la sabbia.

pita che sarà la prima partita, dovrà farsi divenire superiore l'intestatura inferiore, e piantarne una nuova altrettante pertiche più sotto, e così successivamente fino ove il bisogno lo ricerchi, avvertendosi, che il travaglio vorrebbe essere sollecito e per gl'incidenti, che potrebbero nascere, e perchè i Mulini non avessero a stare lungamente senza agire, e perchè la Navigazione, che sarebbe intercetta già per il Candiano dalla nuova Linea de' Fiumi, potesse avere prontamente il libero accesso a Ravenna.

Minutata così l'esecuzione del nuovo Canale, ci onoraremo di avvanzare le nostre ricerche, per provvedere l'acqua superiore, che vaglia ad impinguare questo Canale.

Perchè dunque cura nostra particolare fu fra le altre cose di non cangiare lo stato presente de' Mulini, bensì di trarli possibilmente dalla inazione, in cui con grave detrimento e pubblico, e privato se ne giacciono per molto tempo dell'Anno inoficiosi, così tutta quell'acqua chiara, che adesso va nel Panfilio (52), allorchè macina il Mulino nuovo, sarà da rivoltarsi nell' alveo abbandonato del Ronco, vale a dire nel Nuovo proposto Canale di Navigazione, essendochè, secondo quanto si è detto nel Capo terzo, tanto il Mulino del Macello, che il Nuovo, mediante la comunicazione da aprirsi fra la Darsina presente, ed il detto alveo abbandonato del Ronco, dovranno con detta acqua chiara, e non altrimenti dar il moto alle proprie Macine.

Parimente il Mulino Vecchio, non avendo esso pure a macinare, che con acqua chiara, giacchè un nuovo Mulino nel detto Capo terzo si progetta, da farsi, occorrendo, dalla parte destra del Montone per la sola acqua torbida, ecco dunque, che dove prima il Panfilio non aveva di acqua superiore, che la sola chiara del Mulino nuovo, in questa nuova regolazione tanto il Mulino del Macello, che il Vecchio daranno acqua alla nuova Navigazione con molto di lei profitto (53). In oltre

(52) A motivo del seguito cangiamento del Porto, faranno da recapitarsi le acque chiare de' Mulini Nuovo e Vecchio nel nuovo Naviglio, che dovrà accostarsi alla Città dalla parte del Montone, come ne' numeri antecedenti si è spiegato.

(53) Le acque de' Scoli Lama e Canaletta essendo state portate nel nuovo Montone, come si è detto al num. 10, e non sotto alla Chiu-

tre avrà il Porto le acque della Canaletta, e Lama, che per Ponte Canale saranno portate sotto la Chiusa del Montone nel Ronco per l'antica Chiavica, ma abbassata di soglia, che sta sopra del Ronco medesimo.

Se poi un tale, benchè notabile accrescimento di acque chiare fosse conosciuto pur ancora scarso pel mantenimento del nuovo Porto; in tal caso perciò appoggiandosi alla massima, che abbiamo piantato, cioè, che maggiore quantità di acqua fa migliore il Porto, ci avvanziamo a dire a Vostra Eminenza, che con molta facilità gli scoli di Dirittollo, Via Cupa, Valtorto, Fiunetto, e forse ancor parte delle acque delle Valli adjacenti di Palazzuolo, e di Savarna, che adesso vanno ad iscaricarsi parte nella Fossina, e parte nella Bajona, con breve, e diritto cammino dietro alcuna delle strade, che portano al Montone, ed alla Città, cioè o di Canalazzo, o della Rotta, o del Ronco, o finalmente della Chiavica, portare si potrebbero a profitto della nuova Navigazione, con la sola avvertenza di lasciarle venire, quando sieno chiare, e farle passare per i loro vecchi Condotti, quando torbide venissero.

Accresciuta di tal maniera la Mole delle acque superiori, vi sarà tutta la probabilità di aversi la conservazione del Porto, e il di lui miglioramento a vantaggio del Commerzio ora assai languente della Città, e Provincia.

Ci resta finalmente da avvertire, quando venisse risoluto di abbracciare questa nostra ultima proposizione, d' incamminarsi cioè gli scoli per alcuna delle accennate strade, che per non confondere le acque di essi, che hanno del palustre con quelle del Montone, che vicino alla Chiusa di esso, secondo il tenore del Capo terzo, dovranno esser estratte in limitata quantità, perchè abbiano a discorrere per l'Alveo abbandonato di quel fiume sino a Porta serrata, ove sarà da piantarsi una bassa intestatura, come parimente resta espresso nel medesimo Capo; (54) però a motivo di conservar queste acque da bere in-

sa, potranno, sempre che il bisogno vi sia, esser portate alla Botte, come pure si è notato al numero 24 anche se essa Botte sarà obbligata a ricever quelle del Chiavicone Spadoni per servizio del Mulino Nuovo.

(54) Ogni altra mutazione, benchè di legger momento è derivata da quella del Naviglio, mentre il siste-

incontaminate, converrà condurre l'acqua de' predetti ſcoli inferiormente alla predetta inteſtatura nell'alveo del Montone, da ricavarſi in una conveniente larghezza per un giuſto Condotto ſino alla confluenza che ſarà allora del Canale della navigazione con queſte acque, delle quali ſi è detto: e con ciò ſi luſinga il noſtro riſpetto di aver umiliato all'Eminenza Voſtra il men difettoſo fra tutti i Progetti circa il Porto, che ſi poteſſe fare, avuto riguardo alle ſpinoſe circoſtanze di queſta ſpiaggia, sì per rapporto al Mare che la bagna, che ai fiumi che la fendono.

ſiſtema della noſtra regolazione era talmente concatenato, che non poteva alterarſi un membro, ſenza che altri ancora non doveſſero reſtarne diverſificati.

CAPO

CAPO QUINTO.

Stato presente dell' Aria di Ravenna, e recapito dello Scolo della Città, con altri provvedimenti per la pubblica salute.

UNo de' punti, che ci siamo proposti a ventilare, si è quello di ridurre migliore lo Scolo della Città, che adesso con viaggio assai lungo va a metter capo in Mare per il Canale della Fossina: e come che dipende molto dalla felicità di questo scolo anche la salubrità dell'aria della Città, così, Eminentissimo Signore, ci faremo lecito di toccare, almeno di passaggio, le affezioni generali di quest' Aria, e quale effetto ne sia per derivare dal regolamento progettato di queste acque, da quello dello scolo, e da altri utili provvedimenti diretti al medesimo fine.

Ben vediamo, che sarebbe questa sola abbondante materia di un'intiero Trattato, non che di un semplice Capitolo di questa nostra divota Relazione. Per non uscire però da' limiti, che ci siamo prefissi, non produrremo a Vostra Eminenza che i sommi Capi di questa proposizione dello stato dell' Aria, e senz' altro impegno d'internarsi nella natura di questo Elemento, ci restringeremo a dire, ch'è un fluido in se stesso omogeneo, che a misura delle terrestri evaporazioni si va alterando col declinare dallo stato di quel perfetto universale, ed incessante alimento, a cui dalla natura fu destinato per lo sostentamento della umana vita.

Ci diedero gli Antichi molti documenti, perchè fossero fabbricate le Città, e le abitazioni in ottimo sito per la migliore salute de'Cittadini, e fra gli altri Vitruvio al libro 1. c. 4. de' suoi libri d' Architettura ci lasciò scritto, che Ravenna, ch'egli chiama Città grandissima, fosse fra le meglio collocate, e più salubri -- *Exemplar autem hujus rei Gallicæ paludes possunt esse, quæ circa Altinum, Ravennam, Aquilejam, aliaque, quæ in ejusmodi locis municipia sunt, proxima paludibus, quod his rationibus habent incredibilem salubritatem.*

Così Ipocrate ristoratore della medicina de' suoi tempi, o altro,

tro, che si fosse dottissimo Filosofo, che il celebre Trattato *de Aere, Aquis, & locis* scrivesse; tanti precetti ci dà, per conoscere la salubrità dell'Aria, che facilmente da chicchesia, ogni circostanza, che vaglia ad alterarla, agevolmente si potrà intendere.

Quanto a noi diremo, che l'Aria può restar contaminata dalle elalazioni o prodotte immediatamente in un dato sito, o portate da parti rimote. Contribuiscono alle prime, le qualità terrestri, sieno o di minerali, o di acque stagnanti e palustri, le immondizie, ed altre materie che vagliono a promovere la corruttela de' misti, onde separandosi il più dal meno volatile, l'Aria se ne imbeve.

Ma le rimote qualità pullulano bensì dagli stessi principj, ma i venti portandole più in un luogo, che in un altro, rendono quel tal sito soggetto ai mali effetti della contaminazione. Una terza causa interviene ancora a render men pura l'Aria, quando cioè quel tal luogo sia meno esposto ai venti sani, di quello sia ai nocivi.

Quindi ne deriva, che sempre udiamo dire doversi ventilar l'Aria, se si vuol sana; anzi perchè la corrente de' Fiumi è creduta mezzo assai idoneo per un tal vagliamento, quelle Città, e Luoghi, che collocate sono su le rive delle acque correnti, o sul Mare sempre inquieto, vengono riputate d'Aria molto salubre.

Siede Ravenna, dacchè le alluvioni l'han ridotta ben cinque miglia distante dal Mare, con il fiume Montone a Ponente, e Tramontana, e con il Ronco a Mezzogiorno da Porta Samammo sino a Porta nuova, ma a Levante ha i due suddetti fiumi, che con angolo assai acuto in distanza dalla muraglia di 350. Pertiche formano la loro confluenza, e resta solamente dalla parte di Libeccio senza esser circondata da' Fiumi, cioè verso la Regione detta di mezzo i Fiumi.

La elevazione seguita del fondo de' Fiumi predetti ha obbligato, perchè non restasse ad ogni piena sommersa, a stranamente innalzare le arginature, che passando vicinissime all'orlo di uno stretto, ed angusto Fosso che per regola militare si è lasciato al recinto, sono ridotte le muraglie, i rampari, e tutto il piano della Città sì basso, che da' tre lati predetti si può dire affatto sepolta.

Si aggiunge a ciò, che il piede dell' argine, stante la di lui

molta altezza, cotanto si è avanzato verso il Fosso, che lo ha in tal luogo all'estremo angustiato, onde e le acque vi marciscono, ed alcune delle braccia dello Scolo pubblico che quivi riescono, incontrando molti intoppi di erbe che l'ingombrano, immondizie, e frantumi di pietre, si può dire, che la Città viene per la massima parte circondata da una sentina la più putrida e nocevole ch'esprimer si possa. Ci siamo abbattuti sul cader del Sole fuori di Porta serrata, ed abbiamo veduto con nostro stupore una densa nebbia, che sorgeva dal predetto cupo fondo del Fosso, segno manifestissimo della grave esalazione, che ne va uscendo, a manifesto danno della salute degli Abitanti.

Quanto alla parte verso la confluenza de' fiumi, e verso la Senseda, è vero, che l'Arginatura de' fiumi, scostandosi ivi sensibilmente dalla Città, dovrebbe l'Aria avere più libero campo di trascorrere, e movere anche l'interna della stessa Città, ma è anche vero, che talmente quel fertile angolo di terreno resta occupato dal foltissimo arboramento della campagna, che la necessaria comunicazione resta pur troppo intercetta, ed impedita.

La sola parte verso il Libeccio si sta aperta, se non quanto anche questa ingombrata non poco dalle piante, non può godere affatto del libero movimento, che dallo spirare di quel vento, verrebbe talvolta a ricevere. Contuttociò infatti l'aria migliore della Città si è dall'Arcivescovado a Porta Sisi, e nelle parti adjacenti, coadjuvando anche a ciò il sito più elevato che quivi ha la Città stessa.

A' tempi di Strabone, come egli si esprime nel libro 5. della Geografia, passava l'aria di Ravenna, per una delle ottime d'Italia tutta, e ne adduce in prova l'educazione, che quivi de' Gladiatori, ed Atleti si faceva. *Hoc pacto igitur saluberrimus comperitur locus. Unde Gladiatoribus educandis, ac exercitatione erudiendis hunc idoneum magistri locum designaverunt*. Il che tutto nasceva dal cospirar che facevano le acque del Mare con quelle de' Fiumi al vagliamento dell'aria, ed a purgarla da' nocevoli vapori delle Paludi: dove adesso lontano il Mare, avendo dovuto di molto innalzarsi i Fiumi per andarlo a trovare, ha perduto Ravenna con la bontà del clima il mezzo più reale della propria felicità.

Ma posto anche, che il sito della Città restasse da molte parti espo-

esposto a i venti, che valessero a togliere ogni rea influenza, che sorger potesse nel di lei circondario, egli è da esaminarsi se quei tali venti in vece di asportare le nocive evaporazioni, non ne portassero delle peggiori, od equivalenti.

I venti in ordine alla loro qualità relativamente all'alterazione dell'aria, ed alla salute degl'Uomini devono considerarsi non come una semplice mozione di questo elemento, sbilanciato o dalla rarefazione, o dalla condensazione, che in qualche lontana parte va seguendo, ma bensì deesi aver in riflesso la loro direzione, e tendenza: così in grazia di esempio lo Scirocco, che in queste parti è umido, e rilassante, tale non è nella costiera boreale dell' Africa, ch'è asciutto, dove per lo contrario la Tramontana è umida, e mal sana; insomma la varia costituzione delle Paludi, de'Mari, e delle Terre, per le quali passano i venti, loro contribuisce or l'una, or l'altra qualità, o giovevole, o nociva.

Avendo dunque Ravenna il fianco, ove il Montone la copre, esposto ai venti che spirano dalla Tramontana al Maestro, passando questi col loro soffiare per la grande estesa delle Valli di Comacchio, Longastrino, Savarna, e Palazzuolo, si renderanno essi, che in altre parti sono sani, non tali in Ravenna; mentre se si faranno sentire principalmente in certi tempi, ne'quali le esalazioni sono copiose, l'aria della Città ne potrà restar pregiudicata, e tanto più, quanto, che trovando l'obice degl'alti Argini del detto Montone, resta l'aria dentro le mura, senza il necessario movimento, ed in istato di ricevere l'effetto nocivo delle dette esalazioni.

Meno pregiudiziali, benchè umidi, dovranno esser i Venti di Greco, e di Levante, per provenire direttamente dal Mare, e dall'alpestre Dalmazia, quando bene gl'impedimenti della Senseda, e forsi anche quelli della Pigneta a quella parte piantata, non levassero molto alla loro salubrità. Lo Scirocco, che attraversa parte del Golfo, e le Valli di Masullo, e Candiana, dovrà annoverarsi anch'esso fra i venti nocivi, tanto più, che come il Maestro, e la Tramontana nel Montone, incontra l'altezza degl' Argini del Ronco nella linea, che si estende da Samammo a Porta nuova.

L'Ostro, seppure non resta contaminato da altre Paludi più lontane, dovrebbe non esser pregiudiziale, se non fosse soggetto allo impedimento sopradetto delle linee del Ronco, sicchè rimane

il solo Libeccio, o Garbino proveniente dagl'Apennini da numerarsi fra i salutevoli, il quale però non potrà contrapporre al pregiudizio che recano gli altri, spirando egli sì rare volte, dove quelli frequentemente sono in azione.

Circa all'acqua corrente de'due Fiumi in ordine alla ventilazione dell'aria diremo, non potersi negare, che il corso di questi movendola, non la spurghi dalle vaporazioni, delle quali va inzuppata; ma sarebbe desiderabile, che un tal moto per una Città assai estesa, e sì bassa di piano fosse ben più sensibile di quello va succedendo, non già che l'inclinazione de'due Fiumi non sia molta, ma avuto riguardo al loro corpo di acqua, che per ordinario dopo la piena in pochi giorni si riduce a niente, essendo, si può dire, momentaneo il loro corso, e l'aria per l'ordinario in tal incontro sì umida, che l'effetto non può essere di gran lunga pari al bisogno, ma sopra tutto le Arginature, e Rivali sì alti, che l'aria dietro di essi non può risentire che troppo scarsamente del vantaggio, che dal corso delle piene può nascere. Ciò non ostante sarebbe ancor peggio per l'aria di Ravenna se Fiume alcuno, o solo molto lontano, non avesse. Quindi noi, uniformandoci anche al dotto parere di questi Signori Medici, abbiamo creduto di migliore pubblico servigio il non iscostare gran fatto i Fiumi dalla Città in questa nostra regolazione, non oltrapassando la distanza della nostra Linea trecento pertiche dal presente Alveo del Ronco presso alla Porta di Sisi.

Oltre di ciò quando si rifletta all'acqua perenne, e chiara, che da'Mulini nel nuovo Canale della Navigazione sarà per esser portata, resta assai manifesto, che la lontananza de' Fiumi non sarà per recare il minimo pregiudizio alla Città, anzi la di lei condizione molto si verrà a render migliore, se alcuno di quei rimarcabili impedimenti sarà tolto di mezzo (55), dopo fatta la Diversione, e spezialmente quello delle Arginature, che adesso, come si è detto, tenute per necessità ad una sì insigne altez-

za,

(55) Non sono stati per anco abbassati gli argini, abbenchè tutti e due i fiumi siano divertiti, e vadino per i nuovi alvei felicemente da più di due anni il Ronco e da più di uno il Montone; quando si voglia ridotta l'aria di Ravenna ad essere a misura del bisogno ventilata, dovranno essere ridotte le antiche arginature meno alte del ciglio della pubblica muraglia.

za, rendono la Città con l'aria troppo ſtagnante a grave danno de' Cittadini.

Tale altezza dunque de' rivali, dopo la Diverſione non più ſervendo ai Fiumi, potrà di molto abbaſſarſi, e ridurſi di qualche piede inferiore alla ſommità della Muraglia, e Rampari, ed in tal modo col laſciar aperto l'adito al moto dell' aria ſi rimoveranno di molto i pernizioſi effetti delle evaporazioni.

Ma poco ancora ſi ſarebbe riſpetto all'urgenza del biſogno, ſe non reſtaſſe anche provveduto allo ſcolo della Città. Fu egli con ottimo conſiglio tirato col mezzo di una grande, e capace ſotterranea cloaca di ſodo muro dall'uno all'altro capo della Città, e con la moltiplicità delle braccia, che ſtende, va ricevendo da ogni angolo le immondizie, che doverebbero poi eſſere aſportate al Mare dalle acque della pioggia, che pure in eſſa cloaca hanno il loro recapito.

E perchè l'altezza del fondo del Montone ſi oppone al libero paſſaggio di eſſo ſcolo, ſi è traverſato l' alveo di queſto con un curvo Ponte Canale, che ha ancor dato il nome al condotto ſteſſo, la di cui Foce è al preſente la Foſsìna, che colle alluvioni del Lamòne, talmente ha prolungata la Linea in Mare, coſicchè molto ha perduto anche eſſo ſcolo della primiera cadente: contuttociò conſta dalle noſtre livellazioni, che il pelo di queſto al ſito del Ponte Canale, reſta più alto un piede once 8. punti 3. del Mar baſſo; dimodocchè alzandoſi il Mare un piede, due once, e tre punti dalla baſſa all'alta Marea, reſta pure con caduta di ſei once anche ſul Mare, ridotto al comune; inclinazione, che non ſi potrebbe dire ſcarſa, ſe l' alveo dello Scolo foſſe ſgombrato; ma troppo è mancante, avuto riguardo agl'impedimenti, e riſtrettezza, ch' egli nel ſuo alveo ritiene.

In vece dunque di recapitarſi eſſo ſcolo alla detta Foſsìna, con viaggio molto più breve, e ſicuro, e ſenza la ſoggezione de' tanti impedimenti, che ha dal Ponte Canale al Mare (56), ſarà

(56) Nella mutazione del Porto, uopo è ſtato pure di cangiar anco le coſe al medeſimo anneſſe, e fra queſte il recapito dello ſcolo delle Cloache e ſogne della Città, che ſecondo all'ultima regolazione 1740 avrà ad eſſer unito al naviglio quanto più poſſibilmente diſcoſto dalla Darſina per il puzzo che produce ne' meſi dell' Eſtate ed [illegible] cunno con in-

farà da rivolgersi, come si è proposto all'articolo nono del Capo primo, per l'alveo del Montone ad unirsi, ove è presentemente la confluenza de' Fiumi, senza più servirsi del Ponte Canale. Sarà però da derivarsi questo Condotto o nell'alveo abbandonato di esso Montone, prendendosi poco superiormente al detto Ponte Canale, oppure, tenendo la detta origine, condurlo nell' alveo del Ronco, o sia nella nuova predetta Navigazione per l'alveo antico da quasi un secolo abbandonato dello stesso Montone., che piega a traverso della Senseda ad infilare direttamente l' argine sinistro di esso Ronco.

Nientedimeno, benchè reale fosse un tale recapito, sarebbe pur ancora scarso al bisogno, se due cose non si facessero: la prima di levare tutti gl'impedimenti di esso scolo, e specialmente quello degli alberi, frascumi, ed altri materiali, che ora con danno troppo sensibile fra le Mura della Città, e gli argini de' Fiumi dappertutto ingombrano con pessimo esempio quell'alveo: la seconda di aprire di quando in quando, senza stare ad attendere il solo, e molte volte troppo scarso soccorso della pioggia (57), la Chiavichetta opportunamente piantata poco superiormente al Mulino vecchio, l'acqua della quale vaglia ad asportare sollecitamente le immondizie, che con tanto pregiudizio dell' aria, e della pubblica salute impediscono, e dentro, e fuori della Città dappertutto lo Scolo predetto.

Tali sono i sentimenti, che presentiamo al zelo di vostra Eminenza intorno lo stato dell'aria, ed intorno quei ripieghi, che per renderla migliore crediamo senza eccezione necessarj.

incomodo delle genti di mare, e danno dell' aria: al che tutto in detta regolazione viene proveduto, come viene proveduto allo stesso Porto, nel progetto di levarlo dalla Pialassa G, e da' Fenili di S. Vitale condurlo direttamente al mare secondo la linea HI, col farlo sboccare in sito non soggetto alle sabbie provenienti dal sopravvento, e dove i fondi del mare sono tali che qualunque Bastimento vi naviga anche vicino alla riva, essendovi molto vivo il moto radente, e potendosi con assai brevi palificate o Guardiani tener sempre quella bocca in fondi convenienti alla più libera e sicura navigazione, per nulla dire della brevità della linea fino a Ravenna da 3 miglia in circa più corta di quella della Fossina e Pialassa, e del comodo della Pialassa T così opportuna al ricovero de' naviganti in tempo di burrasca.

(57) Il condotto che serviva a detta Chiavica in tal luogo della Città ha mostrato di non poter contener le proprie acque; quindi se n' è quasi del tutto tralasciato l'uso.

CAPO

CAPO SESTO.

Della spesa occorrente per le divisate operazioni del nuovo Progetto, con alcuni riflessi intorno lo stato infelice della Città di Ravenna.

BEnchè il produrre il calcolo della spesa non appartenga realmente che ai Periti, ed a quelli destinati in specie a sopraintendere alla esecutiva, nientedimeno per servire Vostra Eminenza nel migliore possibile modo, che ci ha permesso il nostro debole talento, ci siamo anche internati nell'esame di tal'essenziale requisito, preso avendo prima da questi Pratici sufficienti notizie del valore quì nel Paese delle opere, e del costume de' pagamenti, e con nostro molto contento scandagliato a parte l'importare d'ogni capo, col porre anche prezzi assai alti, ed ai quali non crederessimo, che una cauta economia dovesse mai giungere; contuttociò non ascendono le nostre summe per i cavamenti, sì della nuova Linea de' Fiumi, che del Porto ed alveo abbandonato de' Fiumi, oltre agli Scudi 30 mila, cioè per la prima partita 22 mila Scudi, ed 8 mila per la seconda, cosicchè unendo a questi, Scudi 7 mila che potessero valere i Beni, sopra de' quali passerà il nuovo Alveo de' detti fiumi, benchè di poca cultura, e per la maggior parte vegri, ed in tal sito di niuno, o pochissimo valore (58), non oltrepaserà però in tutto a Scudi

(58) Il calcolo della spesa esteso l'anno 1732 coll' intervento del Signor Manfredi, computato sulla faccia de' luoghi, e con la maggiore precisione possibile ogni capo del Progetto, ascese in tutto a Scudi 99796, fra i quali 15442 pel solo acquisto de' terreni e Case che andavano distrutte; sommavano le escavazioni tutte de' nuovi alvei, compreso anco il Naviglio, e le necessarie arginature Scudi 45868, il rimanente era assegnato per i lavorieri di palificate, ed altre opere di legno e di muro, che ricercava l'impresa, senza essersi però computata la fabbrica del gran Ponte di pietra alla Strada Romana. Gli appalti per tutti i predetti cavamenti ed arginature furono presi per Scudi 44500, con tutto ciò la vastità de' lavorieri ha assorbito una summa assai maggiore del doppio, di quanto erasi fissato abbenchè pur anco per ridurre alla perfezione necessaria i Mulini, ed il Naviglio non poco danaro vi si ricerchi; ma tale è il destino delle

Scudi 37 mila . E per la fabbrica della Chiusa , Chiavica per il Mulino vecchio, Botte per il trasporto della Lama, cavamento della stessa , e Chiavica al Ronco , taglio della Darsina, Ponti di legno, che anderanno sopra alcune strade principali, ed anche le altre Chiaviche, e condotti di scolo che resteranno alla destra della nuova Linea dalla strada Romana in giù, si calcola in somma di Scudi 15 mila ; la qual partita aggiunta all' altra delli Scudi 37 mila, monta in tutto a Scudi 52 mila incirca; ciò non ostante volendo aver riguardo ai casi , che non si possono prevedere, ed anche alla risoluzione quando si stimasse necessaria di fare un Mulino ad acqua torbida , secondo il progetto esaminato nel Capo terzo, si potrà porre un piano di Scudi 60 mila, il che per dir vero, non sarebbe molto , se si trattasse di solamente formare ad una Città un Porto per il commercio : ma sarà molto poco, quando si rifletta trattarsi di salvare positivamente una Città , che senza esagerazione può perire sommersa dall' acqua ad ogni piena di questi fiumi, che fatalmente la circondano. Se dunque, Eminentissimo Signore, con prezzo sì moderato si può ottenere e la salute , ed il commercio , non può cader in dubbio, che la di lei paterna carità non sia per dar la mano, perchè dalla Santa Sede resti concretata una quanto necessaria , altrettanto del tutto indispensabile impresa.

Non abbisogna il zelo di Vostra Eminenza , e ben lo conosciamo, di essere infiammato, animate che sono le di lei premure dall' intima, e vera cognizione del pericolo, in cui sempre più giace questa Città. Contuttociò ci doni generosa licenza la di lei bontà di dirle con quella candidezza , ch' è dovuta al venerato di lei Carattere , ed alla onoratezza di nostra puntualità , che non mai siamo passati in questo nostro soggiorno alla visita di questi fiumi , principalmente dietro il recinto della Muraglia , senza molto meravigliarci , e dire , che ben convien credere , che tanti Santi Protettori , e Cittadini di Ravenna non cessino mai d'intercedere dal Sommo Dio una spezie di ri-

no-

le grandi opere di non potersi mai, attesi i moltissimi accidenti, che ne emergono, limitare il dispendio, qualunque diligenza venghi praticata da chi assiste, o da chi sopraintende; contuttociò trattandosi della preservazione di una Città in ogni secolo sì illustre e per le Divine, e per le umane cose, ogni prezzo è bene impiegato, ed inferiore senza paragone dell' utile che ne deriva ed al Principe ed a' Cittadini.

novazione di quel grande miracolo, di cui Mosè fu il Ministro colà nel Mar rosso, essendo che in tempo di piena, se i segni, dove questa arriva, e che ci furono mostrati, e da noi veduti con orrore, non fallano, si cammina per Ravenna coll'acqua di molti, e molti piedi più alta del piano della Città, e non già da un solo lato, ma da tutte le parti, cosicchè le Porte perdendo in tal'incontro il loro uso di dare il passo a chi va, e viene, restano con ben'alti, e doppj tavoloni trincierate all'altezza di più di mezzo Uomo. E guai se rompessero, sendocchè gli effetti d' una rotta sono quivi affatto straordinarj rispetto agli altri Fiumi, mentre rompendo questi di Ravenna se lo fanno dalla parte della Città, e della Regione di mezzo li fiumi, e possa l' acqua superare quel miserabile, e solo Cavedone, che attraversa la Fossa al Turrione Zancano (59), la Città resta in un' istante con le acque all' altezza della metà delle Case, ed esposta al lagrimevole caso dell' inondazione seguita del *1636.*, che nel solo rammemorarla innorridisce l' animo, per tacere del danno, che recò all'infelice Città, valutato in un'milione, e 100. mila Scudi.

Se il Pò, il maggiore de' Fiumi d' Italia si apre una rotta la di lui acqua estravasata trova lo scarico al Mare; così se gli altri Fiumi di minor portata squarciano le proprie Arginature, restano le Campagne bensì inondate, ma in altezza tale, ed in tanto tempo, che almeno gli Uomini salvano la vita: ma la Città di Ravenna, se l' acqua vi penetra, resta, si può dire, in brevissimi momenti sommersa affatto, giacchè alcun idoneo sfogo da veruna parte, stante quel fatale angolo, in cui si uniscono i Fiumi, non può ella ricevere. Alla inondazione succede poi il diroccamento delle Case, la miseria degli Abitanti nell' inopia del vitto, e la confusione di tutte le cose umane, e Divine, salendo l' acqua di più piedi fino sopra l'auguste Mense degli Altari; insomma

(59) Prova di quanto si è detto nel numero precedente, sia l'inondazione seguita del *1636*, e descritta come cosa affatto straordinaria e lagrimevole da varj Autori, ma più al vivo di ogni altro dal Cavalier Lucca Danese.

ma pericolo eguale, nè circoſtanze più lagrimevoli non poſſono immaginarſi, che quelle, che derivarebbero da una ſimile inondazione, che Dio tenga lontana.

Se una volta finalmente dopo un ſecolo di eſami di varj Progetti per il ricapito di queſti Fiumi, avranno col mezzo della preſente progettata regolazione il fine i giuſti timori di queſti Cittadini, benediranno eſſi, ed i loro nipoti la magnanima riſoluzione (60), e clemenza del regnante loro Sovrano, e riconoſceranno l' Eminenza Voſtra come il pri-

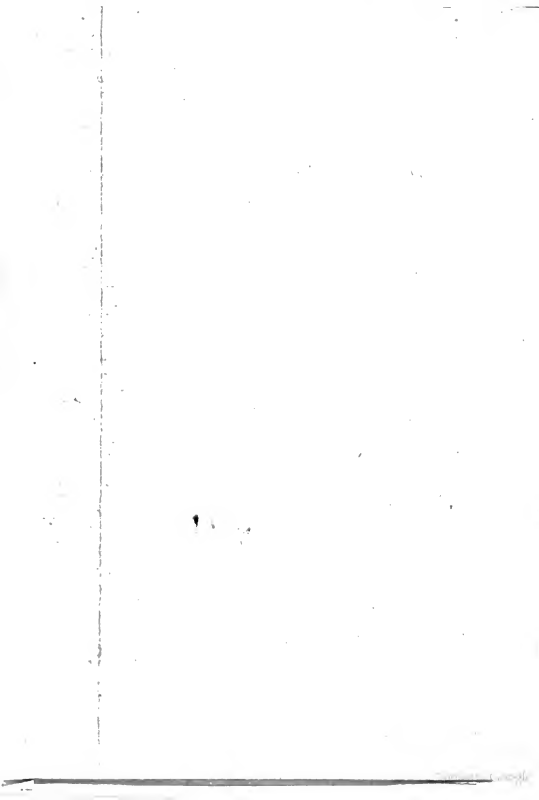
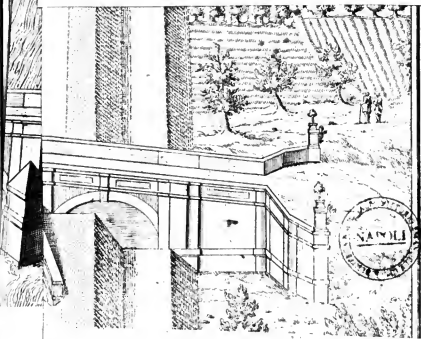
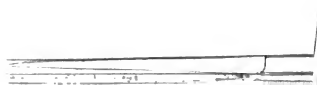
(60) Concluderò queſte notazioni col riferire l'iſcrizione che ſotto alla Statua di marmo collocataſi nella maggior Piazza della Città, rappreſentante il defonto Sommo Pontefice CLEMENTE XII, è ſtata da' Cittadini ad eterna memoria di un tanto beneficio, fatta incidere.

CLEMEN. XII. P. M.
QVOD. AD. AVERTENDAS. AB. RAVENNA. EIVSQVE
AGRO. INVNDATIONES. BEDESIM. FLVVIVM. CATARACTA
MVLTIPLICIS. VSVS. EXTRVCTA. IN. NOVVM. ALVEVM
DEDVXIT.
IN. EVNDEMQVE. VITIM.
IMMISIT.
QVOD. ROMANAM. VIAM. EO. ALVEO. INTERRVPTAM.
MAGNIFICI. OPERIS. PONTE
COMMISIT.
QVOD. AB. VRBE. AD. MARE. PER. SEPTEM. MILLIA. BIS. CENTVM
SEXAGINTA. OCTO. PASSVS. FOSSAM
PERDVXIT.
IN. EAMQVE. CORRIVATIS. AQVIS. FACILIORI
MERCIVM TRANSVECTIONI
PROSPEXIT.
S. P. Q. RAV.
PROVIDENTISSIMI. PRINCIPIS. MVNIFICENTIAE. DEVOTVS
STATVAM. P.
ANNO SALVTIS. MDCC.XXXVIII
INCHOATA. CATARACTA. ET ALVEIS. BART. MASSEO
ABSOLVTA. OMNIA. IVLIO. ALBERONIO
S.R.E. CARDINALIBVS. FLAMINIAE. LEGATIS.

primo mobile di quella felicità , a cui certamente anderanno incontro dopo il regolamento , e ricapito di queste acque .

Ravenna questo dì 18. Ottobre 1731.

BERNARDINO ZENDRINI *Matematico della Serenissima Repubblica di Venezia.*

EUSTACHIO MANFREDI *Matematico di Bologna.*

LEGGI E FENOMENI; REGOLAZIONI ED USI DELLE ACQUE CORRENTI.

CAPITOLO PRIMO.

Della natura de' fluidi in generale, e della analogia che hanno co' solidi; o sia, le Leggi generali del moto delle Acque.

I.

Fluidi, come i solidi, hanno la loro gravità, mediante la quale, rimossi che sieno o tutti o in parte gl' impedimenti, si pongono in movimento, accostandosi, per quanto è loro permesso, al centro de' gravi. Le leggi di questo movimento, da quelle de' solidi non sono diverse, se non in riguardo alle alterazioni, che derivano da varie circostanze, come sarebbe in grazia di esempio la minorazione del moto, che nasce dal soffregamento del fluido contro del solido continente, e dalla viscosità delle parti componenti il fluido stesso, per cui non così facilmente queste obbediscono alle forze moventi &c. onde ne' fluidi

CAP.I. la legge della discesa de' gravi, trovata già dal celebre Galileo, dalle sopraddette cagioni non poco viene alterata.

II.

Constando dalle meccaniche, che l'elemento crescente o decrescente della velocità di un mobile, sta in ragione composta della forza, che produce il moto, e dell'elemento del tempo; starà anco l'elemento di questo in ragione diretta dell'elemento della predetta velocità, ed inversa della forza. Parimenti essendo l'elemento, o sia l'incremento momentaneo dello spazio percorso in ragione composta dell'elemento dello stesso tempo, e della velocità intiera, sarà l'elemento del tempo in ragione diretta dell'elemento dello spazio, e reciproca della detta velocità: cosicchè avendosi due quantità eguali tutte e due allo stesso elemento del tempo, saranno anco eguali fra di loro, che perciò sarà la velocità intiera nell'elemento suo infinitesimo crescente o decrescente, eguale alla forza moltiplicata nell'elemento dello spazio, quindi per i principj del calcolo integrale sarà anche il quadrato della velocità eguale alla doppia area fatta dalla forza, e dall'elemento dello spazio ne i moti crescenti, e ne i decrescenti il quadrato della perduta velocità sarà eguale alla doppia area predetta.

III.

Corollario. Se la forza sarà costante, come è quella che nasce dalla gravità nella discesa de' corpi sopra della superficie della Terra, sarà il quadrato della velocità nella ragion composta del doppio spazio percorso, e della forza; onde resta manifesto, che descrivendosi una parabola conica, che abbia il parametro eguale alla doppia forza, che diremmo *sollecitante*; l'ordinata esprimerà la velocità per quel dato punto, e la saetta o abscissa di essa parabola, lo spazio percorso; e da quanto si è detto, se ne deducono tutti i più celebri teoremi del movimento de' gravi, che il Galileo produsse col mezzo e della induzione, e delle osservazioni.

IV.

TAV.I. *Fig.*1. Sia VD una linea orizontale, DBQ una perpendicolare alla predetta, VBE una inclinata all'orizonte; se vi sarà un mobile che abbia da cadere o per la perpendicolare, o per l'inclinata, avendo questi la sua forza, ch'è la gravità costante ed inva-

variabile in una data distanza dalla superficie della Terra, si potrà questa esprimere per una data linea, e sia questa QB, e sarebbe quella con cui caderebbe per la perpendicolare; ma perche questa forza varia di molto ne' suoi effetti in cadendo per lo piano inclinato VB; per determinare però il valore rispetto alla gravità assoluta, si conduca la QE perpendicolare alla VE, e l'intercetta BE esprimerà la forza, che si chiama *sollecitante* il mobile nel piano inclinato VE, attesochè la forza assoluta QB si risolve, come è noto a' Statici, nelle due QE, BE, delle quali la QE si esercita contro del piano VB, nè punto serve a promovere il mobile, onde resta la sola BE per farlo, chiamata però a tal fine *sollecitante*.

V.

Corollario I. E perche i triangoli QBE, VDB sono simili sarà QB. BE :: VB. BD, e però essa forza *sollecitante* sarà come il seno dell'angolo d'inclinazione, presa la lunghezza del piano inclinato pel seno tutto, e la forza, che diremmo *premente* QE sarà come il complemento del medesimo angolo d'inclinazione, come si ha da i elementi trigonometrici. Questa pressione, o *niso* QE vale quello sforzo, con cui è premuto il piano dal mobile, ed appunto secondo al principio dell'*azione* e *reazione*, vi deve esso piano col medesimo grado resistere.

VI.

Corollario II. e *Scolio*. Resta pur manifesto, che se il piano da scorrersi dal mobile è disteso in una linea retta come BV, tanto la forza *premente*, che la *sollecitante* sono date, e costanti, senza poter esser variate, se non al mutarsi della inclinazione del piano, ed in tal caso cangieranno appunto nella proporzione dei seni della inclinazione, e de' loro complementi respettivamente. Sia per esempio il peso assoluto di un grave, posato sopra d'un piano inclinato nell'angolo BVD di 30 gradi, libre 150, valerebbe la QB questo peso e questo numero, e per la trigonometria essendo come il seno tutto alla QB così il seno di gradi 30 alla BE forza *sollecitante*; sarà questa di 75 parti, e la *premente* di 130 di tutto il peso; ed è da notarsi, che la somma di queste forze eccede di molto il valore della forza assoluta, e che solamente la somma de i quadrati della *premente* e della *solle-*

CAP.I. *citante* eguaglia il quadrato della forza assoluta, come porta la natura del triangolo rettangolo.

VII.

TAV.I. *Fig.*2. Ma se la strada, che far dee il mobile sia curva concava o conveſſa, allora le dette forze resteranno variate in ciascun punto della trajettoria: Sia questa CBV, in cui VD l'orizontale, e BE, *be* siano due tangenti in diversi punti della medesima Trajettoria, esponghi BQ la forza assoluta pel punto B, a cui suppongasi arrivato con la sua discesa il mobile. Dal punto Q si cali la perpendicolare alla tangente BE, come istessamente dal punto *b* condotta la tangente *bq*, e presa *bq* eguale essa pure alla forza assoluta, si tiri altra perpendicolare *qe* alla tangente *be*, e s'intendino BR, *br* elementi della curva infinitamente piccoli, saranno per le cose, che si sono dette alli numeri IV. e V., BE, *be* le forze *sollecitanti* e QE, *qe* le *prementi*, e queste molto fra di loro diverse, e se la QB, ovvero la *qb* non fosse una forza costante come è quella della gravità, ma variante, ed espressa delle ordinate della curva HFZ, ne deriverebbero varie formule di forze centrali, l'indagar le quali non è del presente Trattato.

VIII.

TAV.I. *Fig.*3. Se saranno due piani, uno inclinato BV, e l'altro perpendicolare all'orizonte BD, che abbiano ad esser percorsi da un mobile respettivamente; si cerca la velocità che avranno ne' due punti d'orizonte K e T, che devonsi intendere di livello. Rappresenti dunque QB la gravità assoluta del mobile, e fatto il triangolo rettangolo QBE, dinoterà QE la forza *premente* il piano VB, come la BE la forza *sollecitante* il mobile nel medesimo, per il numero V. All'asse VB si descriva la parabola conica BRC, col parametro, che sia la quarta proporzionale con la lunghezza del piano BV, col seno dell'inclinazione BD; e con la doppia QB esprimente la gravità, condotta l'ordinata KR, valerà questa la ricercata velocità del mobile nel punto K. Parimenti all'asse BD si faccia un altra parabola BS di parametro eguale alla doppia QB, e prodotta la KT in S sarà TS ordinata di questa nuova parabola pur eguale alla velocità in T del mobile discendente per la perpendicolare BD, e saranno eguali le velocità in K e T del mobile che percorre ed il piano inclinato, e quello a piombo.

Dimo-

Dimostrazione: Perche i triangoli VBD, QBE sono simili, sarà l'analogia VB. BD :: QB. BE quale BE sarà eguale alla forza *sollecitante*, e perche per il numero III. il doppio spazio percorso KB moltiplicato con la forza BE è come il quadrato della velocità, adunque l'ordinata KR della parabola BRC rappresenterà la velocità competente a questo punto, come anche il doppio spazio BT moltiplicato nella forza della gravità assoluta QB, valendo il quadrato della velocità, esporrà la TS ordinata della parabola BS la velocità rispondente al punto T'. Essendo poi per i conici il quadrato di RK eguale al rettangolo sotto di KB e del parametro della parabola CRB, cioè KB × 2BE, e così il quadrato di TS eguale al prodotto di BT in 2QB, e per i triangoli simili QBE, BKT essendo QB. BE :: KB. BT sarà anche 2QB. 2BE :: KB. BT, e 2QB sarà in ragion composta della diretta di 2BE × KB e della inversa BT, onde se si sostituirà questo valore della doppia QB nell' egualità di TS quadrato col rettangolo BT in 2QB sarà KR quadrato al TS quadrato come 2BE × KB a 2BE × KB, vale a dire, rimarrà TS eguale a RK, e perciò le velocità del mobile ne' punti T ed S del medesimo orizonte saranno eguali, il che era da trovarsi e da dimostrarsi.

Ovvero più brevemente. Per la natura delle parabole saranno i quadrati di RK e di TS eguali alli rettangoli 2BQ × BT, 2BE × KB. Ma BQ. BE :: KB. BT. per i triangoli simili, dunque BQ × BT eguale a BE × KB, dunque 2BQ × BT eguale a 2BE × KB, dunque li quadrati di RK e di TS eguali, e perciò anco RK eguale a TS; il che &c.

IX.

Corollario. Si può adunque prendere le velocità competenti tanto sopra la parabola del piano inclinato, quanto sopra quella del perpendicolare, giacchè e nell'uno e nell'altro punto corrispondente sono eguali, come si è dimostrato: anzi d'ordinario descrivesi solamente la parabola della perpendicolare per dinotare la velocità di qualunque piano inclinato, bastando che dal dato punto in questo venghi condotta una orizontale, che termini alla parabola.

Se

CAP. I.

X.

Se saranno diversi piani inclinati come BV, B*u* &c. le forze *sollecitanti* BE, B*e*, saranno reciprocamente come le lunghezze de' piani percorsi, mentre per la similitudine de' triangoli BQE, KTB; BQ*e*, B*k*T saranno le analogie BE. BQ :: BT. KB, come pure B*e*. QB :: BT. B*k*, adunque BQ in ragione composta della diretta di KB e BE ed inversa di BT, e parimenti della diretta di B*k*, B*e* e reciproca di BT, e perciò il rettangolo sotto di KB, BE sarà eguale al rettangolo sotto di B*k*, B*e* e per conseguenza BE. B*e* :: B*k*. KB.

TAV. I. *Fig.* 4.

In altro modo si può dimostrare come segue: Essendo KB. BT :: QB. BE sarà BE in ragion composta della gravità e dell' altezza del piano, e della inversa della lunghezza. Il medesimo sarà di B*e*, ma la gravità e l' altezza sono costanti ne' piani proposti, dunque BE a B*e* in reciproca delle lunghezze; il che &c.

X I.

Corollario. Nè essendo il piano perpendicolare BT se non un piano sommamente inclinato all' orizonte, sarà ancora la forza *sollecitante* BE alla forza *assoluta* della gravità QB, nella reciproca ragione della lunghezza de' piani BT e KB.

X I I.

Per conoscere la forza viva, che il mobile avrebbe in scendendo pel piano inclinato in qualunque punto K, oppure, ch' è lo stesso, la resistenza che vi si ricercasse per ridurlo alla quiete nel detto punto K, sicchè perdesse affatto il suo concepito momento, basterà moltiplicare la massa del corpo che scende, col quadrato della velocità, cioè (immaginandosi descritta la parabola BS e prodotta KT in S) con TS quadrato, onde per esprimere l'aggregato di tutte queste forze per i diversi punti del piano, bisognerà concepire un solido rassermato da due parabole, i di cui assi formino sopra il lato del quadrato, un triangolo isocele mistilineo, qual quadrato sia quello delle ordinate delle medesime parabole, e da una superficie conveſsa che termina in un punto, cioè nel vertice delle stesse parabole, vale a dire, per il quadrato CEDB; per le parabole AE, AD, che convengono nel punto A, per il triangolo mistilineo isocele CAB, e per la super-

TAV. I. *Fig.* 5.

ficie

ficie convessa ADE, ovvero per il quadrato *cedb*, per le parabo- CAP.I.
le A*e*, A*d*, per il triangolo *c*A*b*, e per la superficie A*de*.

XIII.

Scolio. E' nota la controversia che verte fra i Matematici sopra dell'antedetto principio del valore delle forze *vive*, tali chiamandosi quelle di un corpo, che si trova nell'attuale movimento, a differenza delle forze *morte*, che in altro non consistono se non nello sforzo o conato al moto di un corpo, che si trovi in quiete, e che abbia solamente la forza di moversi in potenza: tal forza *morta* viene misurata dal peso del corpo (parlando de' gravi, che tendono al centro della Terra) o sia dalla massa del medesimo in date distanze dalla superficie della Terra; nè intorno di queste forze *morte* cade controversia alcuna fra Statici, come cade nella misura delle *vive*; mentre alcuni pensano, che queste possano confondersi, come le confondono di fatto coll' impeto del corpo mosso, o con la quantità del di lui moto, facendole come la massa moltiplicata nella velocità; dove altri, non accordando il detto principio, distinguono e l'impeto, e la quantità del moto predetto, dalla forza *viva*, che vogliono formarsi dalla massa nel quadrato della velocità. Fondasi l'opinione de' primi in quell' assioma filosofico, che gli effetti debbano esser proporzionali alle loro cagioni, o per meglio dire, che il totale effetto esaurir debba tutta quella causa, da cui deriva; negando i secondi, che il moto del corpo, o sia la quantità del di lui moto, o l'impeto del medesimo sia l'intiero ed adeguato effetto della potenza agente, volendo che l'effetto intiero sia lo spazio, al quale un grave, per esempio, potrebbe ascendere in forza della potenza, che lo muove, il qual spazio, nè meno secondo al sentimento dello stesso Cartesio fautore della prima opinione, non deve confondersi, nè con il tempo, nè con la celerità del mobile. Quindi la più retta e genuina spiegazione della misura delle forze *vive* ricavano i secondi dalle resistenze, che vincer dee un corpo mosso, stimando queste esser la vera ed adeguata misura di ciò che cercano: Che però sopra un tal principio, la stessa gravità è da considerarsi come una resistenza, comecchè questa impedisce, che il corpo mosso non salisca, se non ad un certo determinato punto dello spazio, oltre di cui, estinti già tutti i gradi della forza *viva*, non può progredire: misurano pertanto la detta forza *viva* col moltiplicare il peso, o la massa in

detta

CAP.I. detta altezza dello ſpazio, la qual altezza eſſendo nel fatto de' gravi cadenti, come il quadrato della velocità, tal prodotto valerà la forza *viva*. Stanno per la prima opinione il Galileo, il Carteſio, il Newton, il Varignon, il Padre Abate Grandi, ed altri Matematici di chiaro nome; e per la ſeconda l'Ugenio, il Leibnizio, il Bernoulli, l'Ermanno ed altri molti inſigni Statici: noi per forti motivi avvalorati da irrefragabili ſperienze, ſeguir dobbiamo queſti ultimi. Per altro inſiſtendo nell' ipoteſi de' primi, la formula eſprimente la forza, ſpiegata nel numero precedente, non ſarebbe già quella del ſolido, di cui s'è detto, ma la ſemplice parabola.

X I V.

Nelle acque correnti contenute fra ſponde o parallele, o in qualſivoglia modo inclinate, quando eſſe acque ſieno ridotte allo ſtato di *permanenza*, cioè che nè creſchino per aggionta di nuova acqua, o per qualche impedimento inferiore che le trattenghi, nè decreſchino per mancanza di una data e coſtante ſopravenienza, oppure per il levarſi loro qualche oſtacolo, onde reſti più di prima facilitato lo ſcarico, paſſerà per ogni ſezione una data ed eguale quantità di acqua, e queſto è principio fondamentale di queſta ſcienza, e su di cui s'appoggiano i più utili Teoremi di eſſa, ſenza che patiſca nè in pratica, nè in teorica eccezione alcuna.

X V.

Per velocità di un' acqua corrente, quando non ſi noti altra circoſtanza, intender vogliamo un movimento delle parti dell' acqua da per tutto uniforme, detta anche tal velocità dagli idrometri *media* o *ragguagliata*; per altro a ſuo luogo ſi conſidereranno poi le velocità diformi, con il modo di ridurle *ragguagliate* o *medie*; ciò ſuppoſto, eſſendo la quantità dell'acqua, che paſſa per una ſezione di qualunque fiume, ridotto che ſia allo ſtato di permanenza, in ragion compoſta del tempo, della velocità, dell'altezza viva, e della larghezza di detta ſezione, ne deriva, che in ogni altra ſezione dello ſteſſo o egual fiume correr debba la ſteſſa proporzione, abbenchè poſſino in molti modi variarſi gli elementi predetti. Ventidue caſi differenti ſono regiſtrati dal chiariſſimo P. Ab. Grandi nel ſuo Trattato delle acque, che riſultano dalle diverſe ſuppoſizioni delle variabili e coſtanti quan-

tità

tità de' predetti elementi, e sono questi i Teoremi generali appoggiati a verità incontrastabili di tutta la dottrina delle acque. CAP. I

XVI.

Scolio. Si chiami in grazia di esempio la quantità dell'acqua scaricata da una sezione di un fiume Q; la velocità, larghezza, ed altezza dell'acqua nella sezione respettivamente V, L, A, il tempo in cui segue lo scarico T; Parimenti la quantità scaricata da un'altra sezione o del medesimo, o di un altro fiume sia *q*, e gli elementi predetti *u*, *l*, *a*, *t*; sarà l'analogia per il numero precedente Q. *q* :: ALVT. *alut*, onde se Q=*q*, sarà ancora ALVT=*alut*, e se inoltre V=*u* sarà LAT=*lat*, ovvero T. *t* :: *al*. AL, vale a dire, che i tempi dello scarico saranno nella ragione inversa delle sezioni. In oltre, tenendosi la medesima ipotesi di Q=*q*, se sarà T=*t*, s'averà LAV=*lau*, e però V. *u* :: *la*. LA, cioè le velocità in ragione contraria delle sezioni; e se L=*l* sarà AVT=*aut*, ovvero T. *t* :: *au*. AV; che però date le larghezze delle sezioni eguali, saranno i tempi in ragione reciproca del prodotto dell'altezza viva, e della velocità, e così in qualunque altro modo, supposti i dati, nascono altre analogie come resta manifesto, senza immorar di vantaggio in cosa da sestessa assai facile.

XVII.

Un'acqua, che contenuta fra sponde parallele discenda nel piano inclinato AC, non potrà mantenersi in tutti i punti successivi del piano predetto la primiera altezza AF di sua sezione, ma di mano in mano discendendo, anderà scemando l'altezza nelle sezioni BE, CD &c. (supposto il tutto senza resistenze, ed il piano sensibilmente inclinato) mentre se BE, CD si mantenessero eguali nell'altezza ad AF, avendo l'acqua in CD, e BE maggior velocità, a cagione del piano inclinato, e prescindendo dalle resistenze, di quello abbia in AF, dovrebbe in dette sezioni discontinuarsi nel proprio corpo: cosa che non succede, e per il numero XIV. allorchè la superficie sia ridotta allo stato di permanenza, passando per ciascheduna sezione una eguale quantità di acqua, ne nasce, che tutte le BE, CD &c. debbano farsi minori, a misura, che si discostano dal principio A. TAV. I *Fig. 6.*

Ovvero più brevemente: essendocchè le velocità sono in reciproca ragione delle altezze, supposta data, e costante la larghez-

 za,

CAP.I. za, ne deriva, che le velocità debbano crescere discostandosi dal principio; adunque devono calare le altezze.

XVIII.

Benchè le BE, CD dinotino l'altezza dell'acqua ne' punti B, C, nientedimeno ciò non ha verun rapporto col solido, che nel medesimo piano scendesse per l'azione della propria gravità; imperocchè le particelle componenti l'acqua per tutta l'altezza BE, trovandosi realmente distaccate le une dalle altre, aver devono anche tutti i loro movimenti separati, il che non può succedere ne' solidi, ne' quali, per esser le loro particelle componenti collegate assieme, muovonsi come una cosa sola, rimanendo ogni particella mossa dalla stessa forza, e regolato il tutto dal centro di gravità d'esso corpo. Dal che si ricava, che tutte le parti minime dell' acqua per tutta l'altezza BE si potranno muovere con velocità diverse; quindi per ridurre a calcolo l'impeto, che essa avrebbe in questa sezione, converrebbe raccogliere assieme tutte queste velocità, e ricavarne la media, col servirsi poi di questa pel calcolo ricercato. Ben è vero, che se il piano AC è molto inclinato, e l'altezza BE non molto considerabile, si potrà prendere la velocità competente al punto B per costante in tutti gli altri punti dell'altezza BE, e ciò senza errore sensibile.

XIX.

Considerando la forza viva dell'acqua, ch'è una affezione differente dalla quantità del moto, ne' varj punti del piano inclinato, essa forza, non ostante il rendersi sempre minore l'altezza della sezione più che il punto in quistione è lontano dal punto A origine, può sempre aumentarsi in discendendo; conciosiacosacchè, diminuendosi l'altezza delle sezioni, crescono le velocità, e componendosi la detta forza dall'area della sezione, e dal quadrato della velocità, ed aumentandosi in maggior proporzione i quadrati, che non fanno i lati de' medesimi, dovrà la detta forza crescere, non con quella proporzione però, che anderebbe aumentandosi quella d'un grave solido, che scendesse per lo stesso piano. Chi dunque supponesse un grave di peso variabile, di cui la massa ne' varj punti del piano inclinato, fosse come le respettive ordinate BE, CD &c. questo tal corpo variante, avrebbe la medesima forza, che l'acqua della sezione d'un fiume dentro le dette circostanze; e sarebbe ridotta la legge delle forze de' solidi di-

scen-

ſcendenti a quella che oſſervano i fluidi, conſiſtendo in ciò una delle più rimarcabili differenze, che fra queſti corra, per rapporto a' fenomeni de' loro movimenti.

X X.

Le forze vive delle ſezioni di un fiume medeſimo ſono fra di loro come le velocità reſpettive; imperocchè eſſe forze ſono fra di loro in ragione delle maſſe o ſezioni, e del quadrato della loro competente velocità; ma una ſezione nella ſua velocità, deve eſſer eguale all'altra ſezione nella ſua velocità, ſecondo i principj communi dell'idrometria; adunque le dette forze ſaranno fra di eſſe nella ragione delle loro reſpettive velocità.

Cap. II.

CAPITOLO SECONDO.

Della uscita dell' Acqua da' lumi semplici de' Vasi; sue leggi, e fenomeni.

I.

NE' vasi, che abbiano aperto un foro di qualunque figura nel loro fondo, quando prescindasi dalle resistenze interne del Vaso, ed esterne dell'aria, dalla viscosità dell'acqua, e da ogni altra circostanza, non si vede cosa in contrario, che persuader possa, che quella tal acqua in uscendo dal detto foro, allorchè il vaso sia sempre tenuto con la medesima altezza dell' acqua, non abbia a moversi di moto accelerato, attesocchè essendo realmente ogni minimo componente dell' acqua un grave, e tutti essi minimi, essendo affetti dalla medesima azione della gravità, non potrà quello che verrà dietro al primo, al secondo, al terzo &c. dare verun impulso a quello, che lo precede, nè molto meno venir ritardato; tanto anche fu esposto dal Guglielmini nella prima delle due lettere idrostatiche indrizzate al chiarissimo Leibnizio, e che si leggono e nella Miscellanea Italica del Roberti, e nella Raccolta degli Autori ch' hanno scritto delle acque, stampata in Firenze. Se dunque e l'acqua, ed ogni altro fluido uscente da' Vasi hanno una tal legge, avranno altresì quella, che le loro velocità all'escire, dopo incominciato il flusso, stiano in ragione sudduplicata delle altezze di essi fluidi, appunto come resta spiegato al numero III. del Capitolo precedente, e la scala di queste velocità sarà una parabola conica, come pur è notato al numero VIII. del medesimo Capitolo.

II.

Tav. I Fig. 7.

Accelerandosi dunque il moto del fluido nel Vase ABCD all' uscire che fa dal foro FG, e successivamente in tutti gli altri punti di mezzo nella perpendicolare al centro del foro IK, nè dovendo questo discontinuarsi, nè abbassarsi di livello dalla sua superficie EH, ed avendo però per li numeri XIV e XV del precedente Capitolo a passare in tutte le sezioni poste fra K ed I una egual quantità di acqua, dovranno però anche le sezioni esser reciproche con le velocità respettive; quindi se questa legge

deve

deve sussistere, non potranno esse sezioni esser eguali, ma maggiori, e maggiori a misura, che si accostano al punto K; ed ecco la precisa necessità di considerare in movimento non solamente quell' acqua che a perpendicolo sovrasta al foro FG, ma anco molta della laterale, perche ridotto il flusso allo stato di permanenza, deve senz' altro formarsi l' infundibulo EFGH, che distinguerà il moto vivo dell' acqua, dal moto contenuto ne' spazj EBF, HGC, come acutamente fu asserito dal celebratissimo Newton ne' suoi *Principj della natural Filosofia:* inoltre, e come mai le particelle sommamente mobili dell' acqua, potrebbero tutte, a riserva delle imminenti a piombo sopra del foro, starsi immote e rigide, se la stessa sabbia dell' oriuolo a polvere, benchè di figura sì irregolare, ed in paragone dell' acqua cotanto resistente al moto, pur si conforma in una specie di cono, qualor esce pel suo foro senza agitazione esterna? Vi concorrono dunque nell' uscita dell' acqua i moti laterali, ed il moto vivo si propaga assai più de' limiti del foro, essendo affatto impossibile, che si possa formare un pariete rigido, e a piombo d' acqua, come dall' altra parte ha tutti i numeri dell' evidenza, e di una naturale inalterabile necessità il dilatarsi esso moto vivo, come si è esposto.

CAP. II.

III.

Sarebbe assai facile il ridurre a calcolo la quantità dell' acqua uscente dal lume FG col conformarla in un cilindro o prisma, che avesse questa stessa base, ed una certa altezza, se qualche circostanza non l'imbarazzasse. Poste dunque le stesse cose, come sopra, e supponendo per ora, che la quantità dell' acqua, ch' esce dal Vaso per FG, sia in ragione composta del tempo, del lume, e della velocità CM, o C*m*, essendo per la natura della parabola CM o C*m* in ragione suddupplicata delle altezze CD, CH, e de' respettivi parametri, i quali per il numero III. del primo Capitolo, sono come il doppio di una linea, che ne rappresenti la forza o la gravità; sarà dunque la detta quantità uscente in ragion composta del tempo, del lume, e della suddupplicata delle respettive altezze CD, CH, e della linea predetta dinotante la gravità.

IV.

Ed ecco, come nel Vaso ABCD in qualunque modo aperto nel suo fondo, si possa dare l'inegual moto dell' acqua, e salvarsi anche l' accelerazione che ha il medesimo con gli altri gravi, e ciò me-

mediante le ineguali sezioni, nelle quali realmente divider si dee tutta ess'acqua, qualor si concepisca posta in movimento; difficoltà, che per non esser stata mai direttamente incontrata dal Guglielmini, non ha potuto appieno risolvere nelle accennate sue lettere idrostatiche le obbiezioni fattegli dal Papino, registrate negli atti di Lipsia dell'anno *1691*, comprendendosi anche da questo, come tanto nel piano inclinato, che nel perpendicolare si salva l'identità dell'operare della natura, sempre costante nelle proprie leggi ed effetti. E' poi osservabile, che se un vaso fosse tutto aperto nel suo fondo, e fosse sempre tenuto alla medesima primiera altezza, che ciò non ostante l'acqua in escire non conserverebbe lo stesso diametro dell'apertura del Vase, ma restringerebbe la sua *vena*, concorrendo a far questo e le resistenze del Vaso, e quelle dell'aria, oltre molte altre cagioni, che sono state ne' precedenti numeri sufficientemente considerate.

V.

Scolio I. Essendo che le principali sperienze per rintracciare la quantità del moto de' fluidi, sono state fatte, e si fanno ancora ne' Vasi, che contenendo dell'acqua, la trasmettono per qualche foro aperto o ne' loro fondi, o ne' loro pareti in altri recipienti; ci accade però di dovere intorno a questi fare le opportune riflessioni, e da' fenomeni osservati da diligentissimi Uomini, raccogliere le leggi del moto predetto, così per lo stato *permanente* di ess'acqua, tenuta cioè sempre al medesimo livello, come per lo *variante*, alla stessa altezza non conservata. Fu dottrina del chiarissimo Evangelista Torricelli, che le acque uscissero da' lumi de' Vasi con una velocità in ragione suddupplicata delle altezze della medesima acqua; tale proposizione restò poi confermata da molti sperimenti praticati dai dottissimi Mariotte, e Guglielmini, e poi con una del pari elegante ed ingegnosa dimostrazione del rinomatissimo Signor Giovanni Bernoulli fu la stessa *a priori* dimostrata, come si registra in uno schediasma del fu Signor Ermanno negli Atti di Lipsia *1716*. Eccone un'altra: Sia f una forza costante, ds uno spazio infinitesimo per cui si muova l'acqua, q la quantità ch' esce da un foro in un tempo pur infinitesimo dt: sarà l'equazione secondo a' principj della Statica $2ffds = quu$ (dinotando u la velocità,) dicasi in oltre l il lume per cui esce l'acqua nel tempo $dt = \frac{ds}{u}$, g la gravità della medesima ac-

qua,

qua, ed a l'altezza a cui viene costantemente mantenuta, sarà $q = \int ludt = \int \frac{luds}{u} = \int lds$, dunque $2f = luu$, ma $f = gla$, e perciò $2ga = uu$ ed $u = \sqrt{2ga}$, ovvero per la costante $2g$, $u = \sqrt{a}$: perlocchè corroborata questa legge dalla ragione e dalle osservazioni, non rimane più luogo da dubitare, ch' ella non sia fatta secondo l' operar della natura. Il Castelli, che primo di ciaschedun altro ridusse la ragione delle acque correnti ad essere appoggiata alla Geometria, e dopo di lui il Barattieri, il Cassini, ed il Montanari, considerando le velocità de' fiumi, non credettero conforme al vero il servirsi in questi della legge sopradetta, cioè ch' esse fossero in ragione suddupplicata delle altezze, computando queste dall'orizontale, che s'intendesse passar per l'origine del fiume in quistione, ma furono di parere che le dette velocità stessero nella semplice ragione delle medesime altezze, alla qual asserzione si oppose poscia il Guglielmini nel Trattato *della natura de' Fiumi*. Più innanzi proccureremo di fare col mezzo di molte osservazioni un esatto criterio di queste due opinioni, comecchè servono di base a molta parte di ciò che spetta all'acque correnti.

VI.

Scolio II. Ne' vasi o conserve, destinate a scaricar dell'acqua, molte cose vi sono da considerare: sono le principali, I. *La velocità dell' acqua dentro del vase*. II. *La velocità della medesima all' uscire dall' emissario*. III. *La quantità dell' acqua, che esce, e questa o prescindendo dalle resistenze, oppure ponendole in conto*. IV. *Il tempo che si consuma in scaricarsene una data mole*. V. *La forza con cui ella esce, ed è valevole a far impressione sopra d'un corpo resistente*. VI. *Le resistenze de' pareti, e dell' emissario*. VII. *La contrazione della vena, che l'acqua acquista dacchè è uscita dal lume, e la cagione perche nasca un tal fenomeno*. VIII. *La differenza che vi è nello scarico unendo all' emissario un tubo sì in riguardo alla lunghezza di questo, sì alla larghezza e figura del medesimo*. IX. *La figura de' Vasi*. X. *Il sito e forma de' lumi, per i quali si versa l' acqua*. XI. *La fermezza, che devono avere i Vasi per contenere l'acqua*. XII. *E finalmente, l' impedimento del moto, allorchè il lume o semplice, o armato di tubo scaricasse dell' acqua, se tali emissarj stessero immersi nell' acqua stagnante:* ch' è dal più al meno tutto quello, che concerne la dottrina del moto dell' acque ne' Vasi.

Sia

VII.

CAP. II. TAV. I *Fig.* 8.

Sia il vase ACDB tutto ripieno di acqua, ed abbenchè sia aperto in PO, s'intenda però tenuto sempre pieno fino in CA. Si prenda AR eguale all'unità, e per i punti R ed N si conduchi il semicircolo RNS, il di cui centro sia I: parimenti prodotta la NM, ch'è una retta perpendicolare, che passa per lo centro del lume PO, fino in T si faccia MT eguale ad AR o all'unità, e per i punti T, O s'intenda fatto il mezzo circolo TOV col centro H, che tagli MN in V; prodotta poi CA in E fino che AE sia eguale a AS per i punti E e B col parametro eguale ad AR intendasi descritta la parabola conica EB, il di cui vertice sia B, ed a cui si ordini KW eguale ad MV, se si farà AZ eguale a BK abscissa della parabola, sarà il punto Z il più alto, come il punto O il più basso dell'iperboloide ZQO del quarto grado, in cui si conformerà l'acqua in uscendo pel lume PO, cosicchè dalla rotazione di questa curva intorno all'asse MN verrà descritto l'infundibulo ZOPX, che salverà la legge spiegata al numero II. di questo Capitolo. Condotte al detto iperboloide le ordinate XYZ, GLQ essendo $QL^2. OM^2 :: \sqrt{NM}. \sqrt{LN}$ cioè in suddupplicata di NM e di LN; ed essendo pur tale la ragione che si ricerca pel movimento dell'acqua, che discende, mentre qualunque sezione LQ, o la sua doppia GQ sta come i quadrati di LQ oppure di GQ: così l'orificio PO o MO sta come il quadrato di PO, oppure di MO: resta manifesto, che questa curva salva i fenomeni della discesa dell'acqua dentro de' vasi aperti nel fondo, come in PO. Che poi il punto Z debba essere il più alto nel caso presente, e resti determinato, quando AZ resta eguale all'intercetta BK della parabola BWE si dimostra nel modo che segue: Essendo per la natura della parabola stessa il quadrato di AE, ovvero di AS al quadrato di BW, o di MV, come l'abscissa AB all'abscissa KB, o alla sua eguale per la costruzione AZ, sarà dunque AS a MV in suddupplicata ragione di AB ad AZ, e per la natura de i circoli, essendo il quadrato di AN eguale al rettangolo di AS in AR, ed il quadrato di MO eguale al rettangolo di MV in MT, ed essendo AR, MT eguali per la costruzione all'unità sarà l'analogia; come il quadrato di AN al quadrato di MO, così la AS alla MV, adunque il quadrato di MO sarà pur in ragione suddupplicata di AB ad AZ.

Ovvero più brevemente: essendo il quadrato di AN ovvero

di

di ZY al quadrato di OM, così AS ovvero AE ad VM, ovvero KW per la natura del circolo, dunque il quadrato di ZY al quadrato di OM, come AE a KW; ma per la natura della parabola AE a KW, così la dimidiata di AB alla dimidiata di AZ, dunque il quadrato di ZY al quadrato di OM, così la dimidiata di AB alla dimidiata di AZ; il che era da dimoſtrarſi.

VIII.

Corollario. Perche dunque la AZ non può diventare nulla, ſe non quando NA ſia infinita, ne deriva, che NA ſarà uno degli aſintoti di queſta iperboloide, e che ſolo ne' vaſi di una infinita larghezza può reſtar immobile parte dell' acqua ſino alla ſommità, ma che in tutti i vaſi di una altezza determinata, ſi dà uno ſpazio più e meno dilatato in cui tutta l'acqua ſi muove, vale a dire, per tutto quello che giace oltre del punto Z, il quale ſarà ſempre d'una altezza eguale alla quarta proporzionale del quadrato di AS, del quadrato di MV, e dell' altezza del vaſo AB, e volendo ciò determinare in numeri, ſupponendo la larghezza del vaſo AC di 40 once, NA di 20, l'altezza AB di 100, il diametro del foro PO di 10, ed MO di 5, ſarebbe la AZ ricercata un $\frac{21}{64}$ di oncia: Reſta pur manifeſto, che l'altro aſintoto dell'iperboloide ſarà NM, non potendo l'ordinata LQ ſe non ad una infinita diſtanza unirſi con la NM.

IX.

Abbenchè le velocità delle acque correnti, ch'eſcono da' lumi de' Vaſi, ſembri che debbano eſſer ſemplicemente regolate dalle altezze dell' acqua eſiſtente nel Vaſe, nientedimeno ſenſibile differenza vi è fra il moto dell' acqua, ch' eſce da' lumi aperti nel fondo, e fra quelli fatti ne' lati, non oſtante che le altezze delle acque ſi mantenghino le ſteſſe: naſce ciò, perche il foro aperto nel fondo ha l'acqua premuta egualmente da per tutto, preſcindendo dalle reſiſtenze, dove ne' fori laterali la preſſione dell' acqua non può agire con la medeſima forza in tutti i punti del lume, eſſendo più premute le infime particelle dell' acqua vicine al fondo, che le più diſtanti da queſto, onde l'aggregato delle velocità, che nel foro laterale ſi eſercitano, ſarà ſempre minore dell' aggregato delle velocità, che ſpingono fuori l'acqua dal lume orizontale.

CAP. II.

X.

Perche le velocità delle acque correnti, possono esser di una diversa intensione ne' varj punti della stessa perpendicolare, perciò coll'oggetto che venghino rappresentate in una figura è costume di ordinarle tutte ad una linea retta perpendicolarmente, e far che terminino ad una curva, la di cui natura dipende poi dal vario grado di esse velocità, chiamandosi questa communemente nel linguaggio de' Geometri *Scala delle velocità*. Sia l' altezza di una sezione di un'acqua corrente AC ad angoli retti; a questa siano condotte AB, EF, CD &c. ciascheduna delle quali esponga respettivamente la velocità dell' acqua ne' punti A, E, C, e con tal legge potendosi inalzare infinite perpendicolari, saranno tutti i punti estremi di esse B, F, H, D terminati in una linea curva o retta, a misura del grado delle dette velocità: la natura della qual linea o scala sarà determinata dalla ragione di EF ad AE, o di CD ad AC che sono le di lei funzioni, come vengono dette da' Geometri; e perche tutte queste ordinate si possono considerare come altrettanti spazj percorsi da un mobile in un dato tempo con una velocità alle stesse linee respettivamente proporzionale; perciò questi spazj potranno ancora esser dinotati da dette respettive ordinate. In oltre ciascheduna ordinata AB, EF, CD &c. potendo venir considerata come un filamento di acqua, e tutti questi filamenti essendo d'una eguale grossezza, pertanto saranno essi prismi o cilindri di eguali basi, e di differenti altezze; e questi corpi rappresenteranno la quantità dell' acqua, che nel tempo in cui viene scorso lo spazio KH con le velocità KH, uscirà per i punti fisici, o basi A, E, C &c. e l' aggregato di tutti i detti corpi, empiendo l' area ABDC, sarà da questa connotata la quantità dell' acqua, che in detto tempo uscirà per l'altezza AC.

TAV. I. *Fig. 9.*

XI.

L'area ABCD, moltiplicata nella larghezza del lume o sezione, esprime la quantità dell' acqua, ch' esce in un dato tempo pel lume o sezione predetta, e se la larghezza di questa è costante, sarà la quantità dell' acqua come l' area ABCD, e per maggior facilità riducendo al calcolo l' espressione; se diremo essa larghezza z; AM, x; AB, y; MC, a ed AC, $a-x$; sarà nel primo caso la quantità dell' acqua $M - z\int y dx$, e nel secondo

Q—

$Q - \int y dx$ ($\int$ indica la somma degl'elementi, ch'entrano a comporre l'area, ed M, Q quantità costanti da determinarsi.) Se dunque a quest'area, che può esser curvilinea, sostituiremo un' area rettilinea rettangola ed eguale a quella, esprimerà essa l' aggregato di tutte le velocità, ed insieme la quantità dell'acqua che dentro un assegnato tempo può somministrar la sezione; i lati dunque di questo rettangolo restino espressi per m & u, sarà l'equazione $Q - \int y dx = mu$: Che se uno di questi due lati, come m si farà eguale ad AC, $a - x$ in tal caso si ridurranno le due aree rettilinee, o curvilinee ad avere la stessa altezza, e l'equazione diventerà $Q - \int y dx = u \times \overline{a - x}$, onde $u = \frac{Q - \int y dx}{a - x}$; pertanto facendosi CG eguale ad $AI = \frac{Q - \int y dx}{a - x}$, e conducendosi IG parallela all'asse AC, si averà il rettangolo AICG eguale all'area ABDC, e la AI ovvero KH, condotta dal punto dell' intersecazione della GI con la curva, sarà quella, ch'esprimerà la *velocità media*, o *ragguagliata*, con la quale se si movesse l' acqua in tutti i punti del lume, o della sezione, farebbe tanto cammino, quanto realmente ne può fare in movendosi con le velocità ineguali terminate alla curva BHD, onde l'una per l'altra si può sostituire, anzi per facilità de' calcoli, sarà più espediente di servirsi delle velocità *medie*, che delle effettive.

XII.

TAV. I. Fig. 10.

Ma questa velocità *media* si trova assai facilmente nel modo che segue: supponendo che la curva della velocità sia la parabola MBD, cosicchè l'area ABDC rafferma l'aggregato di tutte esse, essendo AB minima e superficiale, e la CD la massima del fondo; si produca BA in Z, cosicchè AZ sia eguale alle due terze di CD, e per il punto Z si tiri la CZQ che resti pur tagliata in Q dalla MQ parallela alla BZ; indi si faccia AY eguale alle due terze di AB, e si tiri la CYT, poi per il punto A si conduchi la AN parallela a CYT; se si ordinerà la EF eguale alla QN nella parabola MBD, e dal punto F sia condotta la GH parallela all'asse MC, sarà il rettangolo AHGC eguale all'area parabolica ABDC, ed EF sarà la ricercata *velocità media*. Perche ne' due triangoli simili CZA, CQM corre l'analogia AC. CM :: AZ. QM :: $\frac{2}{3}$ CD. QM per la costruzione, sarà il rettangolo $\frac{2}{3}$ CD $\times$ CM eguale al rettangolo di AC in QM: parimenti

 per

CAP. II. per i triangoli simili CAY, ANM. essendo CA. AM :: AY. MN :: $\frac{2}{3}$ AB. MN. sarà il rettangolo $\frac{2}{3}$ AB × AM eguale al rettangolo di MN in AC; ma la differenza de i due rettangoli $\frac{2}{3}$ CM in CD, e $\frac{2}{3}$ AM × AB vale lo spazio parabolico ABDC, adunque questo spazio sarà eguale al rettangolo CG × GH, e per il numero precedente, lo spazio predetto applicato all' altezza viva GH ovvero AC sarà eguale alla ricercata *velocità media*; il che era da trovarsi e da dimostrarsi.

XIII.

Scolio. Resti espressa la velocità superficiale AB per il numero 18, e quella del fondo CD per 24, si ha a trovare la *velocità media* corrispondente. Sia MC = 100, AM = 60, sarà per lo numero antecedente QM = 40, ed MN = 18, onde la *velocità media* EF o QN sarà 22. Così per sapere quanto il punto E se ne stia sotto del pelo dell'acqua AB, o più alto del fondo CD; essendo per la natura della parabola il quadrato di CD alla CM, come il quadrato della EF alla ME, o sia alla AM + AE, sarà servendosi de' numeri soprapposti 576. 100 :: 484. 60 + AE, e l' egualità 48400 con 34560 + 576 AE, e facendo le necessarie traspposizioni e divisioni, sarà AE eguale a 24 $\frac{1}{36}$, e per conseguenza CE = 15 $\frac{35}{36}$.

XIV.

Abbenchè paja, che le velocità delle acque uscenti dai fori de' Vasi, debbano esser semplicemente regolate dalle altezze dell' acqua esistente nel Vaso, nientedimeno sensibile differenza vi è fra la velocità dell'acqua ch'esce da i fori aperti nel fondo, e da quelli fatti ne' lati, quando siano di una sensibile grandezza; non ostante che le altezze dell' acque si mantenghino le stesse: nasce ciò, perche il lume aperto nel fondo manda fuori in ogni suo punto l'acqua, animata dalla stessa forza, che si genera dalla pressione dell'acqua, che vi sta di sopra, dove ne' lumi laterali, essa pressione non può con la medesima energia operare in tutti i punti della sezione, trovandosi più pressate le infime parti vicine al fondo, di quello siano pressate le più discoste dal-lo stesso. Sia il Vase ABDC, in cui intendasi aperto il foro EF nel fondo, scaricherà questo in un dato tempo una determinata quantità di acqua, tenuto che sia sempre ripieno fino in AC. Chiudasi poi, e si apra il lume laterale DG, che sia della medesima

TAV. I. *Fig.* 11.

sima

ſima grandezza dell'altro, e che termini in D col fondo; ſe il Vaſo, anche in queſto ſecondo caſo, ſarà ſempre conſervato con l'acqua ſino in AC, darà minor quantità di acqua dell'altra uſcita pel foro EF del fondo, abbenchè dentro lo ſteſſo ſpazio di tempo. La ragione ſi è, perche la forza della preſſione in EF ſi eſercita in tutti i punti, che compongono la ſezione del foro EF egualmente, mentre la ſteſſa altezza DC dell'acqua la và animando, dove nel lume laterale DG, eſſendo in G minore l'altezza dell'acqua di quello ſia in D, ſarà anche minore la forza della preſſione, nè ſarà eguale a quella del foro EF ſe non nel punto D.

CAP. II.

X V.

Sia da cercarſi le due differenti quantità di acqua, che uſcir poſſono da diverſi lumi verticali, comparati con uno orizzontale; ſia il vaſo RQBA con un foro nel fondo T di una figura quadrata, ed un altro verticale in Z pur quadrato, onde le aree di queſti lumi ſaranno Z quadrato e T quadrato; La quantità ſomminiſtrata da T ſia Q, e quella ſomminiſtrata da Z ſia R; così il tempo in cui eſce per T ſia X, e quello per Z ſia Y, ſarà la quantità Q per il numero III. di queſto Capitolo in ragion composta del quadrato di T, di X, e della ſuddupplicata dell'altezza AB; intendaſi poi deſcritta la parabola APGC con l'aſſe AB, e condotte le ordinate MO, NP ed altre; è chiaro per li numeri XI, e XII di queſto, che la velocità *media* competente al foro Z, ſi dovrà eſprimere per la differenza de' rettangoli $\frac{2}{3}$ di NP × AN e $\frac{2}{3}$ AM × MO applicata al diametro del foro Z, o ſia alla differenza fra le due quantità AN e AM, e che perciò la quantità dell'acqua, che darà eſſo foro Z, ſarà in ragion composta diretta del quadrato della differenza di AN e AM, del tempo Y, e della differenza de' rettangoli predetta, e reciproca della differenza di AN e AM, e per conſeguenza queſte due quantità ſaranno fra di loro, come il triplo quadrato del foro T, e la ſuddupplicata di AB, ed il tempo X, alla doppia differenza di AN e AM, ed il tempo Y nella differenza de' prodotti di AN, e la ſuddupplicata di queſta ſteſſa linea con AM, e la ſuddupplicata della medeſima AM, cioè, ſarà $Q.\ R :: 3TTX\sqrt{AB}.\ 2\,\overline{AN-AM}.\ Y.\ \overline{AN\sqrt{AN}-AM\sqrt{AM}}$.

TAV. I. Fig. 12.

Corol-

X V I.

Corollarj (*I.*) Se si farà $AB = AN$, il che succederà allora, che il foro verticale sia col suo lato inferiore al fondo del Vaso, e di più facendosi $T = AN - AM$, cioè supponendo eguali i due fori laterale e del fondo, si muterà l'analogia suddetta nella seguente $Q. R :: 3TX\sqrt{AB}. \ 2AB \times Y \times \sqrt{AB - AM}\sqrt{AM}$, e (*II.*) facendo $AM = o$, ch'è il caso portato da M. Mariotte nel suo Libro *de' movimenti dell' acque* a c. 416, sarà anche $T = AN = AB$, e perciò $Q. R :: 3X. \ 2Y$; e (*III.*) se i tempi saranno eguali, si avrà l'analogia $Q. R :: 3. \ 2.$ vale a dire, che le quantità fluenti dell'acque per l'uno, e per l'altro de' lumi predetti saranno tra di loro nella proporzione sesquialtera.

X V I I.

In due modi si può assoggettare al calcolo la quantità dell' acqua, che viene scaricata da i fori aperti ne' Vasi, cioè o *relativamente* col paragonare la quantità dell'acqua somministrata da uno de' Vasi, con un' altra quantità escita da un' altro, e ciò avuto riguardo alla grandezza de' fori, all'altezza dell'acqua, ed al tempo in cui succede lo scarico; oppure *assolutamente*, cioè a dire, col rilevare non solo la ragione, che fra di loro ritengono due quantità nell'antedetto modo escite da i vasi, ma col rintracciare il reale suo peso, ed il suo volume: Il primo modo è molto più facile del secondo, e qualche volta è sufficiente per venir in chiaro di ciò, che si cerca per qualche fenomeno dell'acque correnti; il secondo riesce alquanto più difficile, perche più composto: Ecco e dell'uno, e dell'altro il metodo, che si appoggia a quanto si è detto ne' numeri precedenti, ma che può esser ricevuto come un incontrastabile principio, cioè che le quantità dell'acqua ch'escono nell'antedetta maniera, sono in ragion composta delle velocità, del tempo che consumano ad uscire, e dell'orificio; cosicchè chiamando queste quantità Q, V, T e B quadrato respettivamente, sarà sempre $Q = VTB^2$; il valore della qual espressione si muterà a misura, che si muteranno le quantità, e le circostanze; e se vi saranno altre quantità q, u, t, bb esprimenti l'uscita dell'acqua da un altro vaso, sarà pure $q = utbb$, e perciò $Q. \ q :: BBTV. \ bbtu$, cosicchè se in grazia di esempio, il foro del secondo vaso che scarica la quantità q sia 36 linee quadrate, cioè $b = 6$, l' altezza dell' acqua in esso vaso

vaso 64, il tempo 10 minuti, cioè $t = 10'$, $n = 8$ per il numero III. di questo; e per il Vaso, che dalla quantità Q, B sia eguale a $\sqrt{40}$, $V = 10$ $T = 20'$, sarà $q.\ Q :: 288.\ 800$, ovvero come $9.\ 25$.

CAP. II.

XVIII.

Ma la quantità *assoluta* si determina nel modo che segue: Siano i due vasi RQBA, *rqba*, i quali abbino l'altezza dell'acqua *ab*, AB, ed i lumi *fb*, FB posti verticalmente, ed abbenchè per questi si versi l'acqua, s'intenda però che l'altezza primiera di questa non mai manchi, e per maggior facilità servendosi de' simboli, e del calcolo, dicasi $AB = A$, $AF = B$, il lume FB s'intenda quadrato, ed eguale a C^2; $ab = a$, $af = b$ ed $fb = cc$, sarà $FB = A - B = C$ ed $fb = a - b = c$; la quantità dell'acqua escita in un dato tempo dal vaso *rqba* sia q, e questa esprima in grani il peso dell' acqua, sarà per il numero XV. di questo $q = \frac{cc \times \overline{2a\sqrt{a} - 2b\sqrt{b}}}{3a - 3b}$, e per la medesima ragione, dicendo la quantità dell' acqua escita dal Vaso RB in grani Q, sarà $Q = \frac{CC \times \overline{2A\sqrt{A} - 2B\sqrt{B}}}{3A - 3B}$, e perciò $q.\ Q :: \frac{cc \times \overline{2a\sqrt{a} - 2b\sqrt{b}}}{3a - 3b}.\ \frac{CC \times \overline{2A\sqrt{A} - 2B\sqrt{B}}}{3A - 3B}$, e l'equazione $Q = \frac{qCC \times \overline{A\sqrt{A} - B\sqrt{B}} \times \overline{a - b}}{cc \times \overline{A - B} \times \overline{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}}$.

TAV. I. Fig. 13.

Se dunque risulterà da' fenomeni, che in uno dei due Vasi e. g. dal *rb* esca una conosciuta quantità d'acqua per un dato lume in un dato tempo, si saprà ancora quanto peso ne potrà uscire da un altro, che abbia diverso foro, e diversa altezza dell'acqua.

XIX.

Il Guglielmini nel suo Trattato *Aquarum fluentium mensura* a c. 143. dice, che in un vaso cilindrico di due piedi di diametro, e con altezza di acqua, mantenuta sempre la stessa, di piedi 3, once 11, con lume quadrato di linee tre di lato, uscisse di acqua in un minuto primo di ora libbre di Bologna 32, once 10, che sono grani 252160, in ragione di once 12 per libbra, di dramme 10 per oncia, e di grani 64 per dramma; cosicchè nel caso del numero precedente, sarebbe $q = 252160$ grani, $cc = 3 \times 3 = 9$, $a = 564$ linee, e $b = 561$ linee: osservò di più che in un'oncia cubica di acqua si contenévano di peso grani 786, onde

onde nella detta formola, sostituendo tutti questi numeri in vece de' simboli corrispondenti sarebbe $Q = \frac{252160 \times CC \times A\sqrt{A} - B\sqrt{B}}{3 \times 564\sqrt{564} - 561\sqrt{561} \times A - B}$; oppure più generalmente ponendo il tempo dello scarico del Vaso T, essendo già quello dell'altro vaso *rb* eguale per l'osservazione a 60″ sarà $Q = \frac{252160 \times cc \times T \times A\sqrt{A} - B\sqrt{B}}{3 \times 60'' \times 564\sqrt{564} - 561\sqrt{561} \times A - B}$, e facendo il foro quadrato cioè $C = A - B$ la formola diventerà la seguente $Q = \frac{252160 \times C \times T \times A\sqrt{A} - B\sqrt{B}}{3 \times 60'' \times 564\sqrt{564} - 561\sqrt{561}}$ nella quale sostituendo i valori di C, di T, di A e di B, si averà in peso di grani la quantità dell'acqua che verrà somministrata dal vaso RB dentro di quel tempo. Che se questa quantità espressa in grani si voglia in once cubiche, basterà divider il quoziente prima per 786, che sono i grani, che per le sperienze del Guglielmini entrano in un' oncia cubica di acqua della misura però Bolognese, indi dividendo questo nuovo quoziente pur anco per 1728, che sono le linee di un piede cubo, si averà la quantità dell' acqua ricercata in piedi cubi.

X X.

Volendosi sapere il peso dell'acqua, che uscisse da un lume aperto nel fondo orizontale di un vaso, ritenuto sempre alla medesima altezza di acqua, servendosi della formula del numero precedente, sarà da riflettersi che questo lume paragonato ad un lume verticale, quando tutti e due siano della medesima grandezza e figura, e che il verticale con uno de' suoi lati stia piantato nel fondo, darà una quantità di acqua, che alla quantità somministrata dal lume del fondo starà come $2A\sqrt{A} - 2B\sqrt{B}$. $3C\sqrt{A}$, come risulta dal numero XV. di questo; onde dicendo R la quantità escita pel foro laterale, ed S quella escita dall' altro del fondo, e facendo R eguale alla quantità Q del numero di sopra, e $c = A - B$, sostituendo in quella formola il valore di R quivi ritrovato, e supponendo il tempo $T = 60''$, si ricava $S = \frac{6104}{3} CC\sqrt{A}$ essendo che $564\sqrt{564} - 561\sqrt{561}$ è 100 prossimamente; onde l'esperimento del Guglielmini, ridotto al lume orizontale, avrebbe dato grani 272333, essendo cioè $CC = 9$ ed $A = 564$, che fanno di Bologna libbre 35, once 5 in circa, e ge-

e generalmente qualunque sia il tempo, in cui esce la detta quantità di acqua pel foro orizontale, se diremo esso tempo T, sarà la formola $S = \frac{6304 \times CC \times T - \sqrt{A}}{60''. 5.}$

X X I.

Scolio. Sia in grazia di esempio da indagare la quantità dell' acqua che uscisse da un foro circolare fatto nel fondo d'un Vaso, il qual foro abbia di diametro 12 linee del piede del Reno, che rispondono ad once 9 e punti 10 del piede di Bologna: sapendosi che questa misura a quella sta come 23 a 28; e contenga l'acqua in altezza di piedi 15 : 5 : 7 di Reno, che risponderanno a linee 1829 di Bologna, ridotte con l'accennata proporzione, e s'intenda la ragion del diametro alla circonferenza come 113 a 355, onde il lume sarà di perimetro 31 linea prossimamente, e l'area risponderà a questo logaritmo 1.8830528, ed il lato a 0.9415264; quindi la formola del numero antecedente sarà $S = \frac{6304 \times l\, 1.8830528 \times \sqrt{1829} \times T}{5 \times 60''}$,

e se $T = 6''$, diventerà: $\frac{6304 \times l\ 1.\ 8830528 \times \sqrt{1829} \times 6''}{5 \times 60''}$, che risponde prossimamente ad once cubiche di Bologna 644, e ridotte ad once cubiche di Reno, triplicando la ragione di 23 a 28, sarebbero once di questo piede 1161 in circa, cioè mezzo piede cubo di Reno più 297 once cubiche. Il Sig. Ermanno in questi medesimi supposti nella *Foronomia* allo Scolio della Prop. 33 del Lib. 2. servendosi dell' analogia della scesa de' gravi, secondo le osservazioni dell'Ugenio, trova che dovrebbe uscire un piede cubo di Reno più 24 pollici; ma secondo i di lui dati calcolando, si trova che uscirebbe un piede cubo, meno un solo pollice, cioè pollici 1727, e di misura di Bologna once cubiche 957; ecco dunque la differenza, che porta il calcolo fatto, servendosi de' fenomeni della scesa de' gravi per l'uscita dell'acqua piuttosto che delle immediate osservazioni tirate dal peso della mole uscita, che importa più d'un terzo: può essere che tal divario attribuir si debba alle resistenze che incontra l' acqua in uscendo dai fori, come anche dal soffregamento contro del solido, oltre all'aria che essa pure vi resiste. Veggasi quanto sopra di questa difficoltà ne ha scritto il Padre Abate Grandi, nel Libro del movimento dell' acque, allo Scolio della Proposizione 10. pag. 510.

APPENDICE
DEL
CAPITOLO SECONDO.

Che contiene le varie proposizioni e pareri intorno all' uscita dell' acqua dal fondo de' Vasi, conservata che sia dentro de' medesimi ad una data altezza.

Molto essendo stato scritto da celebri Matematici intorno al moto dell' acqua uscente per un foro fatto nel fondo di un Vaso, conservato sempre ripieno alla medesima altezza, dacchè il chiarissimo Cavaliere Newton avvanzò la proposizione registrata nel Libro II. *de' Principj della naturale Filosofia*, edizione prima, non potrà essere se non d'utilità, che in quest' Appendice venga considerato, quanto da' predetti dottissimi Uomini è stato prodotto, coll' indicare ancora nella discrepanza delle opinioni, i motivi de' loro dissensi, le varie interpretazioni date al fenomeno, ed i fondamenti più probabili delle di loro asserzioni; cominciando dunque dal Sig. Newton.

I.

1. Considera egli nel luogo citato il vaso ACBD con un foro EF nel di lui fondo, e ripieno d'acqua sino in AD, la quale nell' uscire non iscemi: chiama il foro EF nel fondo f, l'altezza dell' acqua costante GE $= a$, il peso dell' acqua incombente sopra del foro $= p$, la velocità che acquisterebbe nel fine della discesa, se libero cadesse questo peso nel vuoto $= s$, il tempo t, il moto m; vuole poscia che la velocità ch' avrebbe l'acqua all' uscire dal foro, sia alla velocità acquistata dopo della caduta nel vuoto, come d all' e; onde nominando r quella velocità sarà $r. u :: d. e$, e perciò $r = \frac{du}{e}$. Indi segue: E perche l'acqua discendendo nel vuoto, acquistato che ha la velocità u, può (ritenendo invariata la medesima) descrivere lo spazio $2s$, secondo a' ritrovati dal Galileo; dunque anco l'acqua uscente dal foro con

TAV. I Fig. 14

la ve-

la velocità $\frac{du}{e}$ potrà descrivere lo spazio $\frac{2ds}{e}$, attesocchè sono proporzionali $u. 2s :: \frac{du}{e} \left(\frac{2dsu}{eu} =\right) \frac{2ds}{e}$. Prende in seguito questo spazio, ch'è lo stesso dell' altezza della colonna acquea, e lo moltiplica col foro, provenendone $\frac{2dsf}{e}$ valore della quantità dell'acqua, che può fluire dal foro nel tempo, in cui liberamente sarebbe essa quantità caduta nel vuoto: Raccoglie dipoi il moto di ess' acqua, col moltiplicare cioè questa colonna o quantità dell' acqua nella sua velocità r, onde ne cava $\frac{2dsf}{e} \times \frac{du}{e} = \frac{2ddsfu}{ee}$, il qual moto, dovendo esser eguale a quello seguito nel vuoto, sarà l'equazione $\frac{2ddsfu}{ee} = afu$, oppure $\frac{2dds}{ee} = a$ ovvero $\frac{dd}{ee} = \frac{a}{2s}$ e $\frac{d}{e} = \sqrt{\frac{a}{2s}}$, cioè $d. e :: \sqrt{\frac{a}{2}}. \sqrt{s}$. cioè $r. u :: \sqrt{\frac{1}{2}a}. \sqrt{s}$. oppure $r. u :: \sqrt{aa}. \sqrt{2as} :: a. \sqrt{2as}$, vale a dire, che la velocità con la quale l'acqua esce pel foro, alla velocità dell'acqua liberamente cadente nel tempo t, e con cui percorre lo spazio s, sarà come l'altezza dell' acqua sopra del foro alla media proporzionale fra l'altezza medesima raddoppiata, e lo spazio predetto descrittosi nel cadere di ess'acqua.

2. Si concepisca ormai, che questi moti si facciano al rovescio ascendendo, e perche $r. u :: \sqrt{\frac{1}{2}a}. \sqrt{s}$ per le cose dette di sopra, sarà anche $rr. uu :: \frac{1}{2}a. s.$ cioè i quadrati delle velocità come gli spazj respettivi, e per tanto l'acqua fluente ascenderebbe all' altezza di mezza la colonna, nel tempo, che la stess' acqua nel vuoto ascendesse tutto lo spazio s; di modo che la quantità dell' acqua uscente dal foro, nel tempo che un grave potesse descrivere in cadendo l'altezza $\frac{1}{2}a$ sarà eguale alla colonna di tutta l'acqua af, che sopraincombe al foro.

3. Perche non si poteva maneggiare questa quantità di moto dell' acqua uscente pel foro senza considerare costante la velocità, nè tale essendo ne' gravi cadenti; perciò il Sig. Newton ha introdotto il paragone del peso cadente nel vuoto, supposta la velocità acquistata nel fine dello spazio percorso, correrne con la medesima invariata, un altro, e con tale supposizione ha poi dedotte le predette conseguenze; ma perche le illazioni ricavate fossero convincenti, sarebbe stato d'uopo di provare, che

 l'acqua

Append. del CAP. II.

l'acqua all'uscire dal Vaso, e non altrove di sua colonna si movesse di moto equabile; quindi la conclusione Newtoniana non può esser considerata che come ipotetica, e dare solamente un paragone fra i due moti dell'acqua uscente pel foro, e quello del peso, e non già come se dinotasse il moto reale ed assoluto della medesima acqua uscente pel foro fatto nel fondo del vaso in quistione.

II.

1. Nella nuova edizione de' Principj della Filosofia Newtoniana 1713, e così nelle altre pubblicate dopo di questo tempo, occupa questo Problema il luogo della Proposizione 36, in vece di quello della 37 della prima edizione, e senza più servirsi dell'antedetto paragone de' moti dell' acqua nel vuoto, e nel foro del Vase, è stata riformata la Proposizione nel modo che segue: Sia il Vaso cilindrico PCDQ, in cui s' intenda un cilindro di ghiaccio APBQ della medesima capacità del vaso, e che con moto uniforme discenda perpetuamente, di modo che le di lui parti inferiori non sì tosto tocchino la superficie AB, che liquefacendosi il ghiaccio, e riducendosi in acqua, discendano verso del foro EF, formando la cateratta o imbuto AEFB, ed escano pel medesimo foro perfettamente empiendolo. E perche per la determinazione della quantità uscita, si ha bisogno dell'uniformità del moto, pertanto vuole il Signor Newton, che la velocità del ghiaccio squagliato in acqua sia uniforme, e tale come se cadesse dall'altezza IH: supposta questa velocità, ricava poi l'altra dell' acqua all'uscire dal foro, facendo l'analogia, come sezione a sezione, così reciprocamente velocità a velocità. Dicendo dunque $AB=a$, $HI=x$, $EF=b$, $GI=y$, sarà $bb. aa ::$ (essendo i circoli come i quadrati de' loro diametri) $(\sqrt{HI.})\ \sqrt{x}. \frac{aa\sqrt{x}}{bb}$, ma la velocità sta ancora in dimezzata dell' altezza dell'acqua, sarà però l'equazione $\frac{aa\sqrt{x}}{bb}=\sqrt{y}$, ovvero $b^4. a^4 :: x. y.$ vale a dire IHaIG in dupplicata del circolo EF al circolo AB.

(Tav.I Fig.15)

2. Passa dipoi alla considerazione del ristringimento della vena all'uscire che fa l' acqua dal foro, ma ciò non essendo della presente ispezione, si ommette da noi il quivi riflettervi.

3. Il corollario primo resta manifesto dalla analogia $b^4. a^4 :: x. y$ ricavato, come sopra si è detto, dal principio idrostatico delle sezioni

zioni in ragione contraria delle velocità; quindi ſe ne deduce, che ſe AK a CK ſia in ragione dupplicata del foro per cui eſce l'acqua alla dupplicata del circolo AB, la velocità dell'acqua uſcente pel detto foro ſia come quella d'un'acqua, che foſſe diſceſa dall'altezza CK.

4. Nel Corollario ſecondo, la forza (nel ſenſo Newtoniano) con cui può prodursi tutto il moto dell'acqua all'uſcire dal vaſo, vale il peſo d'una colonna cilindrica, di cui baſe ſia il foro EF, e l'altezza 2GI, veramente eſſendo proporzionale il peſo ad eſſa forza, ed eſſo trovandoſi compoſto dalla predetta colonna, ſembrerebbe che la forza dell'acqua non doveſſe ſe non conteggiarſi con queſta ſteſſa colonna; contuttociò, ſe ben ſi farà attenzione, altre circoſtanze nel calcolo ſono da averſi in rifleſſo, conciòſiacoſacchè, ſe il moto dopo la caduta dell'acqua dall'altezza GI continuaſſe ſubito ad eſſere invariato ed equabile, non ſi potrebbe porre in dubbio la verità dell'aſſerto; ma ſe d'eſſo, come in fatti ſucceder deve, abbia ad aſſoggettarſi alle leggi de' gravi cadenti, pare che in altro punto più ſotto del G ſia da prenderſi quell'altezza da cui cadendo l'acqua abbia ad animare il moto che ſi cerca, ed i calcoli debbanſi fondare ſopra di altri principj, onde determinarſi la vera quantità.

5. Nel Corollario terzo ſi dimoſtra, che il peſo di tutta l'acqua nel Vaſo ABCD ſta alla parte che fluiſce per la cateratta come la ſomma de' circoli AB ed EF al doppio circolo EF del foro, il che ſi rileva nel modo ſeguente: Sia $IH = m$, $IG = n$, $IO = x$, $ON = y$, $AB = 2c$, $EF = 2b$, dunque $HG = n - m$, ed eſſendo per quanto ſi è detto nell'eſporre la propoſizione, l'equazione $AB^2 \sqrt{IH} = MN^2 \sqrt{OI}$, ovvero in termini analitici $c^4 m = y^4 x$ farà $x = \frac{c^4 m}{y^4}$, e prendendo le differenze $dx = \frac{-4c^4 m\, dy}{y^5}$, ed il ſolido di parte della cateratta AMNB, eſſendo $\int 4yydx$ diverrà, ſoſtituendo il valore di $dx = \int -16\, c^4 m y^{-3} dy$, e facendo $ON = GF$ per averſi il ſolido intiero, farà l'integrale $\frac{-8c^4 m}{yy} + \frac{8c^4 m}{bb}$, ed il ſolido o peſo di tutta l'acqua contenuta nel vaſo $= 4cc \times \overline{n - m}$; quindi la ragione fra queſti due ſolidi farà quella di $4cc \times \overline{n - m}$. $\frac{-8c_4 m}{yy} + \frac{8c^4}{bb}$, ma ſi ha anco l'equazione $AB^2 \sqrt{IH} = EF^2 \sqrt{GI}$, cioè $cc \sqrt{m} = bb \sqrt{n}$ onde $n = \frac{c^4 m}{b^4}$; ſoſtituendo pertanto queſto valore

Append. del CAP. II.

lore di n nella detta analogia, si avrà $\frac{4c^4m}{b^4} - 4m. \frac{-8ccm}{yy} + \frac{8ccm}{bb}$, e perche per l'intiero solido dell'imbuto deve farsi $y = c$, adunque la detta analogia si muterà in $\frac{c^4 - b^4}{bb}$. $2bb + 2cc$, ovvero $c^4 - b^4$. $2bbcc - 2b^4$; e dividendo l'uno e l'altro membro per $cc - bb$ sarà come $cc + bb$. $2bb$, ovvero come $4cc + 4bb$ ad $8bb$, vale a dire, come la somma de i due circoli AB, EF al doppio circolo di EF.

6. Gli altri corollarj sono troppo facili; nè accade però maggiormente fermarsi nella loro spiegazione.

III.

1. Il Signor Jurin nelle Transazioni Filosofiche d'Inghilterra num. 355. considera egli pure il movimento dell'acqua uscente dal foro di un vaso fatto nel fondo, secondo a quanto fu considerato dal Sig. Newton alla predetta proposizione 36 della seconda edizione. Noi riferiremo le sue viste, aggiongendovi l'analisi da cui egli facilmente le avrà ricavate. Avendo egli dunque, sul fondamento avanzato dal Newton, stabilita la cateratta che si forma nell'atto di succedere il detto movimento, dice, che l'acqua ne uscirà con quella velocità, ch'è dovuta al cadere de'corpi gravi da una data altezza, che quì è appunto quella dell'acqua nel Vaso, considerando per altro l'acqua discendente nel medesimo soggetta a tutte le leggi degli altri corpi gravi. S'intenda DE ordinata della curva CGS $= y$, AD $= x$, sarà la velocità competente alla sezione EE $= \sqrt{x}$, supposta l'acqua sempre conservata all'altezza DA nel vaso, e perche il prodotto di ciascheduna sezione EE nella sua respettiva velocità, dev'esser costante, secondo le leggi delle acque correnti; pertanto sarà l'equazione alla curva CGS, $xy^4 = 1$, la quale è manifesto che sarà un iperboloide del quarto grado; e lo spazio SADES sarà eguale a $\frac{4}{3}$ del rettangolo HD, e per conseguenza lo spazio SHE eguale ad un terzo del medesimo rettangolo di HD; ed essendo lo spazio SHE infinito dalla parte S resta manifesto che questo, ciò non ostante non può esser maggiore della detta terza parte di esso rettangolo; paradosso, come tant'altri, che punto non sorprende i moderni Geometri.

TAV. I *Fig.* 16

L'analisi è assai facile; sarà dunque l'elemento del predetto spazio DdeE $= \int - ydx$ mentre crescendo le absciсse, decrescono le

ordi-

ordinate della curva in quistione, e per l'equazione si hà $\frac{4dy}{y^4} = -ydx$, onde l'integrale sarà $\frac{4}{3y^3} = \frac{4}{3y \times yy}$, ma per la natura della curva essendo ancora $yy = \frac{1}{xyy}$ diventerà però il detto integrale $\frac{4}{3}xy$.

3. Stabilisce poscia il Sig. Jurin il suo teorema primo, ch'è il fondamentale in questo particolare, e dice, che uscendo l'acqua da un foro circolare fatto nel fondo del vaso, che s' intendesse avere un' infinita larghezza, il moto di tutta la cateratta acquea verso dell' orizonte, sarà eguale al moto di un cilindro acqueo di base eguale al foro, e di altezza quanto quella dell'acqua, onde la velocità sua sia pari a quella dell'acqua uscente per il detto foro.

4. Oltre alle cose antedette, dicendo il foro bb, e l'altezza dell'acqua nel vase a, avremo l'equazione $xy^4 = ab^4$ (A), e condotta ee infinitamente prossima ad EE, sarà il solido infinitesimo EE $ee = \int -yydx$ (B), ed il moto suo secondo a' principj communi dell'idrostatica $\int -yydx\sqrt{x}$, e differenziando l'equazione (A) ne proviene $\frac{4b^4 ady}{y^5} = -dx$, onde sostituendo questo valore nella formola (B) sarà essa mutata in $\int \frac{4b^4 ady}{y^5} \times \frac{bb\sqrt{a}}{yy} = \int 4b^6 a \sqrt{a} \times y^{-5} dy$, ovvero $\frac{4b^6 a\sqrt{a} \times y^{-4}}{4} = \frac{b^6 a\sqrt{a}}{y^4}$ (C). e sostituendo in vece di y^4 il suo valore $\frac{b^4 a}{x}$ sarà trasformata questa formola (C) nella seguente $bb \times \sqrt{a}$, e quando si concepisca che AD diventi AB, allora sarà $x = a$, e la formola diventerà $bba\sqrt{a}$, ma questa vale il cilindro predetto nella velocità competente alla discesa per tutta l'altezza dell'acqua; dunque &c.

5. Li tre corollarj che stanno aggionti alla dimostrazione che fa il Signor Jurin della prima parte del suo primo teorema, facilmente si deducono da quanto si è di sopra esposto: mentre supposta costante l'altezza dell'acqua, stabilisce $m = bb$, cioè il moto in ragione del foro, ch'è il primo corollario; indi fatto costante bb, cioè il foro sarà $m = a\sqrt{a} = \sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}} = u^3$, (dicendo u la velocità) vale a dire il moto in sesquiplicata dell'altezza dell'

dell'acqua, ch'è il secondo Corollario; e finalmente dato m, si cangia la formola in $bb = \frac{1}{a^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{u^3}$, cioè il foro in reciproca sesquiplicata dell'altezza dell'acqua, ovvero in triplicata reciproca della velocità, ch'è il terzo Corollario.

6. Parimenti si ricavano con molta facilità li sei Corollarj annessi alla dimostrazione della seconda parte del teorema dell' Autore. Si dica q la mole uscita, e le altre cose come sopra, sarà secondo a' principj presi da esso oltre $m = abb\sqrt{a}$, $q = bbtu$ (dicendo t il tempo impiegato nel raccogliersi quella tal mole d' acqua) $= bbt\sqrt{a}$, onde sostituendo nella formola $m = bba\sqrt{a}$ il valore di $bb\sqrt{a} = \frac{q}{t}$ si avrà $m = \frac{aq}{t}$, nella quale, facendo costante l'altezza e la mole, sarà $m = \frac{1}{t}$, vale a dire il moto in reciproca ragione del tempo, e date a, t. sarà $m = q$, cioè esso moto come la mole, e fatte costanti t, q, sarà $m = a$, cioè la mole come l'altezza; date m ad a, sarà $q = t$ che dà la mole come il tempo; date m, q allora $a = t$ cioè l'altezza come il tempo; e finalmente date m, t sarà $q = \frac{1}{a}$, vale a dire la mole in ragione inversa dell'altezza dell'acqua, il che rafferma tutti li sei antedetti Corollarj; da tutto ciò però non ancora si rileva la conclusione del Corollario secondo NeWtoniano, ch'è il soggetto della quistione, restando fin quì per altro manifesto che il Signor Jurin nel fatto de' vasi che scaricano dell' acqua per un foro fatto nel fondo de' medesimi, vuole ed ammette la cateratta, di cui si è detto.

I V.

1. La proposizione Newtoniana adottata per vera senz' altra dimostrazione dal dottissimo Jacopo Keill, nel Libro intitolato *Tentamina Medico-physica. Tentamen III.* fu dichiarata falsa dal celebre ed amicissimo, allorchè viveva, Sig. Michelotti nel Libro *de separatione fluidorum in corpore animali* (p. 112.) professando che l'acqua uscente dal foro d'un vaso, altra velocità aver non possa, che quella che acquistato avrebbe un grave in cadendo da pari altezza, come quella dell'acqua: nel che il Sig. Jurin è perfettamente d'accordo col Sig. Michelotti, se rettamente s'attende a quanto esso ha dimostrato, nè altro divario si sa vedere, se non che esso Signor Michelotti non vuole cateratta o imbuto nel mo-

to

to dell'acqua del vaso: per altro la conclusione del Jurin sembra la stessa affatto che quella del Sign. Michelotti; anzi l'istanza che questi fa (pag. 127) all'altro, cioè, che se è vero, che in qualunque sezione EE debbasi esprimere la velocità per la sudduplicata di DA, non puossi negare, che anche nella sezione del foro CC, la velocità competente esser non debba la sudduplicata di BA, il che sono persuaso, che non solamente non lo negasse il Sig. Jurin, ma che anche sia una delle conclusioni dedotte dalla sua stessa analisi, se in vece di porre l'equazione $xy^4 = 1$, sia posto, per supplire anco alle leggi degli omogenei, e per aversi la dimostrazione da noi sopra espressa nel numero precedente, $xy^4 = bba$, dicendo bb il foro, ed a l'altezza dell'acqua. Perlocchè sin ad'ora tutto il dissenso fra questi Autori non è se non che, se si dia o nò la cateratta, non mai che la velocità dell'acqua uscente dal foro non sia eguale a quella che avrebbe un grave in cadendo da pari altezza, e non già dalla doppia, come è il parere del Sig. Newton. Si farà sopra di quanto scrisse il Signor Michelotti contro il Signor Jurin, qualche riflesso sì intorno la cateratta acquea, che si vuole far credere affatto commentizia, sì intorno a quello che si è addotto di fisico, e considerato per distruggerla.

Append. del Cap. II. Tav. I. Fig. 16.

2. Comecchè dunque verun assurdo non vedo, ch'essa cateratta porti in natura, e che anzi per l'opposto, ponendo la medesima, osservo con essa salvarsi molti fenomeni, che nella discesa dell' acqua ne' vasi aperti con un foro accadono; e che l'occhio e la ragione la fanno, per così dire, altresì toccar con mano, se non col riconoscerla effettivamente dentro del Vaso, al certo, coll'osservarla fuori d'esso nel restringersi, che manifestamente fa la vena dell'acqua in discendendo (sopra di che si può anche vedere il Trattato del movimento dell' acque del chiarissimo Padre Abate Grandi Prop. IX. Cap. II. p. 507. Autore in queste ed in altre materie a niuno secondo) non so comprendere come la medesima vena non possa, o non debba ammettersi, e continuare anche dentro del vaso, come di fuori apparisce, e formare in somma l'imbuto, o sia cateratta in quistione.

3. Esaminando poi quanto riferisce il Sign. Michelotti circa il Vaso ACDB; lo considera egli ripieno prima di acqua fino in AB col foro O per cui si scarica con una velocità come $\sqrt{AC}$, ed indi facendo, che quasi tutta ess'acqua svanisca, a riserva di una pochissima ed insensibile parte CD*mn*, gli sostituisce un corpo soli-

Tav. I. Fig. 17.

do A*mn*B della medesima gravità specifica dell'acqua, ma talmente lubrico, che niuna resistenza patir possa dalle sponde del Vaso, onde impedirsi la libera scesa, ed in conseguenza l'azione sopra della superficie dell'acqua rimasta *mn*: il che posto, conclude, che pel detto foro uscirebbe ancora l'acqua affetta della medesima velocità come prima, cioè come $\surd AC$.

4. Supponiamo dunque di aversi trovato questo corpo solido, e sia di cera caricato di poca limatura di ferro o di piombo, di modo che posto in acqua sia conosciuto veramente della medesima gravità specifica di ess'acqua; quindi se verrà posto nella medesima, potrà fermarsi in qualunque sito sotto della di lei superficie, senza che affettar possa nè di salire, nè di scendere, secondo a quanto importa l'equilibrio fra due corpi eterogenei bensì, ma della medesima specifica gravità. Ciò dato, sia posto il detto solido A*mn*B sopra l'acqua del nostro vaso: in questa dunque o ch'egli ha campo da immergersi, o no; supponiamo che immerger si possa, adunque secondo a' principj della Statica, non potrà sussistere, ma dovrà andarsi a collocare sotto della superficie, e disturberà per conseguenza questo ideale sperimento: ma si vuole supporre che talmente combacj i lati del vaso, che bensì premer possa l'acqua rimasta *m*CD*n*, ma non penetrarla, ed in tal supposizione peserà egli sopra dell'acqua, quanto porta la di lui mole e peso, e nel comprimer l'acqua farà appunto l'effetto dell' embolo in un sifone; e comecchè i solidi, a differenza de' fluidi, operano con tutte le loro parti, quasi fossero unite in un solo punto, così la forza che darebbe all'acqua per uscire dal foro, non sarebbe già quella che compete all'altezza AB, moltiplicata nel foro, ma quella che derivarebbe dal cilindro di acqua, che avesse il peso assoluto di tutto il detto solido, e per conseguenza nulla ha che fare tal argomento per farci conoscere il moto dell'acqua in quistione.

5. Nè parmi che aver possa maggior forza contra della cateratta Newtoniana, l'altra ragione presa dall'Elaterio. Vuole il Signor Michelotti (pag. 129) supporre un corpo senza gravità, fluido però, ed egualmente denso che l'acqua: cosa in fatti che non si crede necessaria per dedurne la conseguenza, che si ha in vista, potendo bastare la supposizione ch'egli sia elastico, e che esercitar possa contro del fondo una forza pari a quella dell' acqua nelle ipotesi di sopra prese; l'effetto che questi produrrebbe

può

può bensì provare esservi in natura delle potenze, che applicate a varj corpi generar possono eguali velocità, ma non mai avrà che fare con l'esistenza o nò della cateratta.

V.

1. Rispose il Signor Jurin al Michelotti al numero 355. An. 1722. delle Transazioni Anglicane, proccurando di giustificare le sue prime proposizioni, e dichiarando fra le altre cose di mai aver nè meno pensato di scriver contro la dimostrazione del chiarissimo Signor Giovanni Bernoulli, ben sicuro che niuno mai potrà rinvenire nella sua dissertazione cosa, che abbia nè anco ombra di verisimiglianza, ch'egli abbia voluto connotare il predetto Sig. Bernoulli.

2. Cerca poi di salvare il Corollario Newtoniano della quantità del moto eguale alla doppia colonna, che ha per base il foro del vaso, e passa a giustificare ancora la proposizione 37 de' Principj della prima edizione, col far vedere che il tutto procede bene nelle supposizioni del Newton, avvalorando ancora quanto avanza con alcuni sperimenti, che dice fatti e dal detto Autore, e da altri, affermando lui stesso di averli veduti con altri molti della Società Regia, nell' esame di che noi non immoreremo di vantaggio, attenendosi a quanto abbiamo detto ne' numeri I. e II. di codesta Appendice, allorchè furono considerate quelle proposizioni. Indicando dunque il Signor Jurin che la colonna premente debba risultare dal foro moltiplicato nella doppia altezza dell'acqua, come appunto l'ha considerata il Signor Newton, ne porremo quì l'analisi, che s'accorda con quanto rimarca esso Signor Jurin al §. *Libet hic loci* &c. cioè che l'intiera cateratta sia eguale alla detta doppia colonna o cilindro, il di cui peso tutto impiegar si dee nella scesa dell'acqua; imperocchè il valore di detta cateratta è $\int -yydx$ in cui sostituendo $4xdy$ in vece di $-ydx$, e $\frac{b^4a}{y^4}$ in vece di x in forza dell'equazione $xy^4 = b^4a$, ne deriva $\int -yydx = \int 4b^4ay^{-3}dy$ ovvero $\frac{4b^4ay^{-2}}{2} = \frac{2b^4a}{yy}$, ma $yy = \frac{bb\sqrt{a}}{\sqrt{x}}$, dunque sostituendo il valore di yy sarà $\int \frac{2b^4a\sqrt{x}}{bb\sqrt{a}} = 2bba$ essendocchè quando si calcola tutta intiera la cateratta, x diventa $= a$; il che era &c.

3. Segue poscia il Sig. Jurin ad esaminare i fondamenti, sopra

de' quali si è formata la dimostrazione del Sign. Giovanni Bernoulli, pretendendo di poter concludere, che quella goccia di acqua, che da esso viene posta come animata non che dalla gravità naturale della medesima, ma dalla colonnetta acquea, che gli sovrasta, non lo sia in effetto, sopra di che lasciandone la decisione ad altri, passerò a fare qualche riflesso sopra la risposta, che ne ha dato il Michelotti.

V I.

1. La critica dunque, che a questa proposizione fa il Signor Jurin, avendo per fondamento, che tutte le particelle dell'acqua agiscano in ragione della propria gravità, senza che le sovraposte vi concorrano ad accrescerne la forza, pretende il Signor Michelotti nelle risposte fatte e pubblicate l'anno 1724 p. 15. e seguenti, che il principio sia equivoco e falso, & è di parere, che da ciò seguirebbe un assurdo, che qualunque grave mosso dalla quiete, riceverebbe in un istante quella intiera velocità, che acquisterebbe il medesimo se fosse sceso da una maggiore altezza. Prova indi la verità della proposizione Bernoulliana anche col mezzo dell'equilibrio de' liquori, notando che l'azione delle parti di essi, rispetto alle parti imminenti al foro, sia quella di un cuneo, che volendo penetrare sforza del pari e le superiori, e le inferiori particelle, onde ne deduce dover esser la velocità della particella che sta per uscire dal foro in ragione dell'altezza di tutta l'acqua.

2. Quanto a me, come parmi evidente nelle sue suppposizioni la dimostrazione del Sig. Bernoulli, così mi sembra anche assai facile il porla in chiaro, quando però prima venga distinto il vero caso della quistione. Un fiume, per prender la cosa assai materiale, quando il di lui corso si voglia ridurre ad un certo calcolo, in due stati si deve considerare o di alterazione, attesa la sopravenienza di nuove acque o lo scemamento delle medesime, ovvero di permanenza con acque costanti: nel primo caso i calcoli fondati sopra una data quantità di acqua, che in un dato tempo passi per ciascheduna sua sezione non servono, come servono nel secondo, ch'è quello che d'ordinario viene considerato dagl'idrometri. Se si farà la dovuta attenzione anche all' acqua uscente dal noto foro del fondo, o da qualunque altra parte, non sarà difficile da concepire, che anche in questa faccenda succeder dee in parità di circostanze lo stesso che ne' fiumi, almeno

no per alcuni iſtanti di tempo, cioè ſino a tanto che ſia ridotto il moto dell'acqua ad uno ſtato di permanenza, e ch'eſſo abbia acquiſtati tutti que' gradi di velocità in tutte le ſue parti, che gli competono.

Append. del CAP. II.

3. Quando dunque ſi diſtinguano queſti due caſi, ſi può facilmente venir in cognizione per il primo, che la preſſione delle parti ſopraposte alle inferiori deve aver luogo, almeno per que' primi iſtanti, e che queſta poi debba cedere tantoſto che ſucceda il ſecondo caſo dello ſtato di *permanenza*, nel quale tutte le particelle ch' eſcono dal foro, n' eſcono dopo eſſer ſtate moſſe dalla ſuperficie arrivando ſino al fondo con quel moto ch' è comune a tutti i gravi cadenti, e ſenza che abbiano uopo di altra forza acceleratrice, che della naturale della propria gravità.

4. Proſeguiſce il Michelotti (pag. 22.) con nuovi argomenti contro la propoſizione Juriniana, conſiderando quella forza che può far la preſſione dell'acqua in un vaſo largo di fondo, e riſtretto nella ſua ſommità, e ſupponendovi dentro l'acqua naturale, e poi agghiacciata, e nella varietà di detta forza che ſi eſercita contro del fondo nell'uno e nell'altro caſo, pone in eſſere quanto ſia incongruo l'aſſerto di eſſo Signor Jurin. Ottimamente il Michelotti va deducendo quanto ſia diverſa la preſſione del fluido, riſpetto al ſolido, premendo queſto nella ſola ragione del di lui peſo (quando ſia in quiete) quello nella ragione della baſe nell'altezza del fluido, naſcendo tal differenza appunto dalla natura della fluidità, diverſa da quella de' corpi ſolidi. Il fenomeno può ſpiegarſi nella maniera che ſegue, il quale per dir vero ha molto ſembiante di paradoſſo. Nel vaſo ACDEFB di figura larga nel fondo, e che poi va reſtringendoſi verſo la di lui ſommità, vi ſia l'acqua fino in AB; la preſſione che ſarà contro del fondo EF è eguale alla preſſione che ſarebbe l'acqua ſe il vaſe foſſe bensì con la medeſima baſe, ma con l'altezza dell' acqua da per tutto come FB, vale a dire, ſe la baſe eſſendo circolare, foſſe il vaſo un cilindro; in ſomma produrrà lo ſteſſo effetto e nell'uno, e nell'altro caſo, abbenchè nel cilindro l'acqua foſſe in aſſai maggior quantità di quello foſſe nel vaſo propoſto; atteſocchè il peſo dell'acqua contenuta nella parte riſtretta CABH non ſolamente ha uopo di eſſer bilanciata dall' acqua eſiſtente in un qualunque ſito della porzione larga del vaſo, ma tutta dee cooperare al medeſimo effetto, mentre il peſo AHBC

TAV. I. *Fig.* 18.

tro-

trovandosi sempre in atto di discendere, deve restar impedito egualmente da ciascheduna parte dell'acqua sottoposta e laterale, giacchè se una parte fosse nell'azione di resistere, e l'altra no, accaderebbe che per questa subito discendesse l'acqua CABH per la ragione del bilanciamento de' liquidi; L'asserto si prova ancora, conciosiacchè se in qualunque punto di DC apriremo un foro, l'acqua, quando l'altezza sia conservata fino ad AB, risalirà, non computate le resistenze dell'aria ed altre del vaso fino al detto livello AB, ed istessamente aprendosi infiniti fori, succederà sempre lo stesso per le cause sopradette; in oltre, se con un tubo recurvo piantato nel fondo EF, e rivoltato verso di AB, daremo sfogo a quest'acqua, vedremo, che poste le stesse cose, risalirà es' acqua al livello AB, e così seguirebbe se infiniti tubi recurvi posti nell'antedetto modo fossero inserti nel detto fondo; dunque la pressione è eguale alla base EF nell'altezza FB, come appunto succederebbe se lo sperimento si facesse in un vaso cilindrico FG, che fosse ripieno di acqua; cosa che non può far il solido, perche le di lui parti non agiscono se non unite, e come una cosa sola, quanto se fossero ramassate nel di lui centro di gravità, ed allora, come nota il Michelotti, la pressione è proporzionale al peso semplicemente, cioè alla quantità della materia ch'è posta sopra quel tal fondo.

5. Quanto all'ipotesi di esso Michelotti di considerare l'acqua esistente nel vaso di difforme larghezza, primo nello stato di fluidità, indi di agghiacciamento, comecchè è vera l'illazione che ne viene dedotta circa alla forza del di lei premere, così pare che sia molto lontana da ciò che ha voluto intendere il Jurin, avendo questi bensì considerato col Newton, che si possano agghiacciare le parti laterali dell'acqua, quelle cioè che non stanno a piombo sopra del foro, ma non già quelle della colonna imminenti all'emissario, come rilevasi dal di lui §. *Quoniam nulla alia re &c.* (pag. 10) della dissertazione prodotta dal Michelotti, che però varie essendo le supposizioni, non è da maravigliarsi, se anco le conseguenze siano diverse.

6. E circa allo sperimento della scesa di quella colonna di Zecchini cento, l'ipotesi del Michelotti, non è quella del Jurin, e per quanto a me pare, non può ella accordarsi co' pesi di ciascheduna sezione della cateratta, nè può correre la parità che ne viene addotta, mentre in tanto si dice, che la cateratta succeder debba, in quanto che l'acqua in discendendo viene animata

da

da una varia velocità, ed ha bisogno per non discontinuarsi di far che le sezioni di essa cateratta sieno reciproche alle dette velocità; dove i Zecchini secondo all'ipotesi del Michelotti riuscendo sempre minori di peso a misura, che si discostano dal fondo, su di cui posano, non si sa vedere come mai correr possa il paragone fra le sezioni della cateratta più dilatate a misura, che dal foro sono discoste, co' Zecchini, che devono esser minori di peso; ma o maggiori, o minori di questo che fossero, è noto che prescindendo dalle resistenze dell'aria, tutti i gravi cadenti, discendono nello stesso tempo, quando pari siano le altezze delle cadute.

7. E quanto a ciò che soggiugne il Michelotti, (pag. 24) che prima che il Jurin voglia definire il moto dell'acqua uscente pel foro di un vaso col fondamento della quantità uscita e conformata in un cilindro di doppia altezza di quella che abbi l'acqua nel vaso, abbia egli a provare, che la forza dell'acqua uscente come sopra, debba esser eguale a quella che avrebbe un grave, che cadendo in un dato tempo ed eguale a quello dell'acqua uscente dal vaso nelle dette circostanze; si può rispondere, che abbenchè non sia incomparabile il moto uniforme coll'accelerato, come sembra volerci significare il Michelotti, trovandosi sempre la velocità dell'uniforme ed equabile doppia dell'accelerato, acquistata nel medesimo punto secondo ai principj del Galileo, nulladimeno la difficoltà della proposizione del Jurin, credo consistere nel non sapersi dove esso moto accelerato termini, e dove cominci l'uniforme, se al foro, come l'hanno supposto fin ora quasi tutti quelli, che hanno trattato di queste materie, ovvero nel maggior ristringimento della vena acquea, come lo persuadono oltre la ragione anco gli sperimenti fatti, e fra questi quelli praticati dalla diligenza del chiarissimo Signor Marchese Poleni; non solamente nel Libro *de Castellis*, ma ancora in quella lettera che indirizzò al Signor Marinoni Matematico Cesareo l'anno 1724, non potendo la diversa quantità dell'acqua uscita e raccolta in que' cavi prismi, de' quali egli fa menzione, in altro modo salvarsi e spiegarsi, se non col ristringimento delle vene; ha il medesimo Signor Poleni, con una esattezza eguale alla di lui penetrazione, rettificate le sperienze dell'insigne Mr. Mariotte *Trattato del movimento delle acque*, (pag. 423) e rilevata con il porre a' vasi lumi di varie figure, e di difformi grossezze la molta differenza che ne risulta, la quale se fu conosciuta dal Mariotte

riotte, venne da lui attribuita nel medesimo *Trattato* (p. 428) *discorso terzo*, alle diverse resistenze incontrate dall'acqua all'uscire, il che è vero: ma tali resistenze non da tutto il moto dell'acqua, ma da quello in particolare che si fa per la varia grossezza de' lumi, semplicemente provengono.

8. Alla dimostrazione portata in appresso dal Sig. Michelotti (pag. 29) non vi è che rispondere, se intender si vuole nel primo tempo, che aperto il lume l'acqua fluisce; ma quando questa sia ridotta allo stato di permanenza; in tal caso, considerando il moto concepito dall'acqua, se questo si vuole equabile ed uniforme, può benissimo esser vero, che la pressione sia eguale al doppio cilindro, il che non succederà allora quando il detto moto tale non fosse; mentre non valerebbe che il semplice cilindro, cioè il prodotto del foro nell'altezza dell'acqua; quindi il tutto dipende dal porre una retta ipotesi senza confondere i moti accelerati con gli equabili ed uniformi, e lo stato *variabile* dell'acqua, che ha ne' primi istanti dell'apertura del foro, con lo stato di *permanenza*, il che nella determinazione della quantità dell'acqua uscita da' fori predetti, ha cagionato di molti equivoci, e perplessità.

VII.

1. E' entrato in questa quistione anco il Signor Daniele Bernoulli figliuolo del rinomatissimo Sig. Giovanni fin d'allora che trovavasi in Venezia. A questo insigne Matematico professando io del pari e grandissima stima per la singolar sua cognizione nelle scienze più recondite, ed una sincera amicizia per le rare doti che il di lui animo adornano, dovrei ciecamente soscrivere a quanto nelle di lui eruditissime Esercitazioni ha prodotto in Venezia fin dall'anno 1724, se non fossi sicuro che l'ingenuità sua, e l'amore della sola verità, a cui ha diretto ogni scopo de' suoi profondi studj, non mi permettessero di aggiugner quivi qualche riflessione sopra di quanto fu in questa materia da esso in allora pubblicato.

2. Il motivo dello scrivere suo fu, com'egli stesso si esprime, perche il Signor Conte Riccati, soggetto di chiarissimo nome, aveva trovato nella proposizione, di cui si è detto, di che ridire a quanto aveva pubblicato il Signor Michelotti nel Libro *de separatione fluidorum*, professando esso Sig. Conte di poter difendere

fendere e sostenere la verità del Corollario Newtoniano, non ammesso dal predetto Sig. Michelotti.

Append. del CAP. II.

3. Pone il Sig. Bernoulli come *apodittica* la dimostrazione Newtoniana del Corollario spesse volte nominato della prima edizione de' Principj, ed in prova della validità della medesima dice: Che se nel vaso EABF ripieno di acqua sino in EF s' intenda aprirsi il foro CD, e si supponga, a riserva della porzione A*mn*B infinitamente piccola, agghiacciarsi l'altra parte acquea E*mn*F dice, che il ghiaccio dovrà esercitare sopra dell' acqua rimasta la stessa pressione, che faceva prima dell'agghiacciamento. Circa però alla forza di questa ragione, avrei quella stessa difficoltà ch' ebbi quando esaminai la proposizione del Sig. Michelotti nel numero precedente §. 4; diversa, quanto al mio intendere, essendo l'affezione del solido, che tale è divenuta l'acqua agghiacciata, da quella del fluido, ed altri e diversi per conseguenza gli effetti che a prodursi vengono nell' uno e nell'altro stato; onde per questo capo sembra che il mezzo termine addotto dell' acqua agghiacciata non possa aver luogo per concludere quanto è stato proposto.

TAV.I *Fig.19*

4. Per altro la dimostrazione del Sig. Co: Riccati riferita nelle *Esercitazioni* (pag. 33) è appoggiata a non altro che alla velocità ridotta equabile e costante, che vien supposto aver acquistato l'acqua all' uscire dal foro, nè si vede perche in tale supposizione non abbia ad aver luogo per concludere effettivamente quanto è stato asserito; il punto sta che tal supposizione si accordi col fatto, e che così realmente succeda in natura.

5. Nè differente da ciò è quanto nella lettera del Sig. Conte Riccati portata (pag. 38 di dette Esercitazioni) vien riferito al §. *Quid ex his sequatur vides*; volendo cioè non altro esso Sig. Conte ivi concludere, come conclude di fatto, che se la quantità dell'acqua uscita nell'assegnato tempo è doppia, doppia dovesse altresì essere la forza impellente della medesima, secondo gli stessi principj portati dal Sig. Michelotti.

6. Dicendo poscia il Sign. Co: Riccati al §. della lettera suddetta (p. 39.) *Quod si ab istis circumstantiis*; che non potendosi misurare altrimenti la forza espellente, se non per la quantità del moto generata in un dato tempo; vien egli documentato dalla esperienza, che l'acqua uscente da un vaso nel tempo definito dal Newton, quando venghi paragonata con quella quantità, ch'empisse la cavità di un cavo cilindro, attaccato normalmente

 all'

all' orificio, sarà molto maggiore della semplice, vale a dire, del prodotto del foro nell'altezza dell' acqua costante; ma soggiugne, non mai però arrivare ad esser doppia, abbenchè in certi casi a questa di molto s'avvicini, secondo gli esperimenti fatti dal Sig. Marchese Poleni.

7. Questi credo che possino esser quelli registrati nella lettera da esso diretta al Signor Marinoni Matematico Cesareo, cioè li sei ne' quali armando il foro di lamine, e di cavi cilindri, ha raccolto varie quantità di acqua dentro il tempo di un minuto primo d'ora, conservando però sempre gli stessi diametri delle aperture, e la stessa altezza dell' acqua; in fatti essendo il foro, di cui egli si è servito di 3 linee di diametro, cioè all' in circa $\frac{1}{15}$ di un pollice quadrato, e l'altezza dell'acqua di piedi 13 ovvero once 156, e supponendo coll' Ugenio che un grave discenda in forza della propria gravità per piedi 15 in un minuto secondo di ora (ommettendo il pollice di più, ch' egli osservò, ciò poco alterando il calcolo) il medesimo grave percorrerebbe in 52‴ in circa lo spazio delli 13 piedi predetti; quindi facendo $\frac{156}{15}$ la quantità corrispondente in detto tempo, valerebbe questa pollici cubici 10 $\frac{2}{5}$.

8. Ma avendosi osservato, che in un minuto primo uscirono nel primo sperimento pollici cubici 607; adunque in 52‴ uscirebbero pollici 11 $\frac{35}{52}$, cioè poco più della semplice quantità ricercata dal foro, e dalla semplice altezza. Nel sesto sperimento poi, mutati gli emissarj, abbenchè dello stesso diametro e figura, crebbe la quantità raccoltasi nel medesimo tempo a 905 pollici cubici, i quali divisi per 52‴, come sopra, danno pollici cubici 17 $\frac{21}{52}$, vale a dire, che molto si accosta alla doppia quantità, senza però mai arrivare al preciso; ma tutte queste varianti quantità provengono dal sito del maggior restringimento delle vene acquee, senza la considerazione di cui, mai si potranno spiegare li sopradetti fenomeni.

9. Segue il Sign. Co: Riccati nella detta lettera (pag. 40) in forza degli addotti sperimenti a rappresentare, che se nel tempo definito dal Newton, discendendo la suprema superficie dell' acqua, che sta imminente sopra del foro, fino al fondo del Vaso, o sia il cilindro sotto una tal altezza, e di base eguale al foro, se altro non cospirasse (dic' egli) ad alterare questo di lei moto, dovrebbe uscirne appunto tanta quantità, quanto porterebbe essa colonna, ma dalle sperienze n' esce di vantaggio; dunque, conclude,

clude, che all' azione verticale dell'acqua, vi si aggiugne anco l'obliqua, ed esser in somma certo, che opera in questo incontro una maggior copia di acqua, di quella che porterebbe la sola colonna predetta.

Append. del CAP. II.

10. Nella risposta che a questa lettera diede il Sig. Bernoulli (pag. 44) adduce in prova del suo argomento varie ragioni, che non facendo direttamente allo stato della quistione, che quì si esamina, le potrà il Lettore vedere nel suo fonte; si dirà solamente che (alla pag. 46) sembra che e' dubiti dell' esperienze citate dal suo Antagonista, cioè ch'esca maggior quantità di acqua pel foro, di quello che dia il calcolo della colonna: asserendo, che la ragione persuade il contrario, quì mi farò lecito di dire, che il fatto è tale, nè doversi ricredere a quanto con tutti i numeri dell'attenzione ha osservato il Sig. Marchese Poleni nella citata lettera, dalla quale si è tirato il calcolo registrato a' numeri 7 e 8 di questo articolo.

11. Le obbiezioni del Sig. Bernoulli diedero motivo al Sig. Co: Riccati di replicar di nuovo con altra lettera in data 24 Marzo 1724, e viene pur questa registrata nelle Esercitazioni (p. 47, e seguenti) in questa riproducendo al criterio la materia, si esprime (pag. 50) che veramente da quanto scrissero il Guglielmini, l'Ermanno, il Varignon, e l'Ugenio si ritrae, dover uscire dal foro del vaso in quistione una doppia quantità di acqua rispetto a quella raffermata dalla colonna imminente al detto foro, ma pretende esso Sig. Conte che non vi arrivi, nè arrivar vi possa; dopo presa per mano la dimostrazione Newtoniana del Corollario della 36 afferma che in questa siasi molto bene dal suo Autore distinta la velocità della superficie, dalla quiete che aveva prima che niun moto concepisse: cosa, dice, non ben osservata da altri che hanno versato sopra di tal materia, aggiugnendo, che il NeWton insegna che detta velocità della superficie, debba esser quella, che un grave avrebbe acquistata in cadendo col moto accelerato dall'altezza HI: cosa a cui, soggiugne il Signor Conte Riccati, per non aver avuto riflesso il Sig. Bernoulli, l'abbia portato a tirar delle conseguenze lontane dal vero, volendo per altro che nel fatto della cateratta, vi sia stato anche nel suo Autore qualche cosa di umano: confessando però, che con tal ipotesi si salvino molto meglio i fenomeni, che secondo qualunque altra di ciaschedun' altro Autore.

TAV. I Fig. 15

12. Provocato a versar sull' esperienze, risponde il Sig. Bernoulli

noulli (pag. 58) dubitar delle praticate osservazioni, rimarcando che le fatte dal Sig. Marchese Poleni, non danno che il medio fra la semplice, e la doppia quantità, o sia il cilindro dell'acqua imminente al foro, quando, soggiugne, la ragione mostra, che avesse ad esser eguale o all'una o all'altra di esse due quantità, e conclude di non doversi fidare degli sperimenti, almeno (credo che voglia dire) de' praticati fin allora. Veramente il voler che le sperienze indichino a capello il vero stato di ciò, che si cerca, sembra un pretender troppo, e voler che la fisica dia quanto la pura ed astratta Geometria; basta bene, che gli sperimenti si accostino convenientemente a quel termine, che l'osservatore ha in vista. Nelle fatte sperienze, che danno sempre una maggior quantità di acqua del semplice cilindro predetto, e mai minore, anzi in certi casi assai da vicino al doppio, pare che prescindendo dalle circostanze che visibilmente possono alterar l'uscita dell'acqua, debbasi credere, che se non precisamente la doppia colonna, non mai la semplice sia quella che uscir dovrebbe: cosa, che abbondantemente resta poi comprovata dalle ultime esperienze fatte dal Sig. Marchese Poleni, e registrate nella detta lettera diretta al Sig. Marinoni: notizia della quale in fatti non mi costa, che il Signor Bernoulli abbia avuta, essendosi pubblicata dal più al meno nello stesso tempo, che le esercitazioni stesse uscirono alle stampe. Quindi non dee recar meraviglia, se il Signor Bernoulli non avendo vedute dette posteriori esperienze, abbia detto di dubitare delle osservazioni sin' allora praticate dagli Idrometri. Che poi l'aria abbia potuto ritardare nella scesa del grave il di lui moto, e che per conseguenza il tempo della caduta, a cui si è ragguagliata anco l' uscita dell'acqua, sia stato preso maggiore di quello sia stato in fatti, non pare che tal obbiezione possa detrarre sensibilmente alle dedotte conseguenze: e ciò tanto meno, se si ha riguardo che questo è stato calcolato secondo le osservazioni fatte dall' Ugenio nel pieno, e non già nel vuoto, allorchè con replicate sperienze ricavò, che un grave liberamente cadente dalla quiete, percorra in un minuto secondo di tempo piedi 15, ed un pollice del Regio piede di Parigi.

13. Ciò che il Sig. Bernoulli (p. 59) avanza del cilindro insistente sopra dell'orificio del fondo, e pertugiato da infiniti fori, non pare, che l'effetto, che ne dee avvenire, altro non possa indicare, se non che allo sbilancio della colonna, o cilindro suddetto

detto, succeder debba il movimento delle parti laterali, nel che farsi, se ben si riflette, nascerà non altro che la cateratta Newtoniana; tanto poi è lungi, che l'acqua laterale alla detta colonna pur acquea, possa tenerla sospesa, che anzi è credibile, che venghi ajutata dalla detta acqua laterale al moto; ed in somma che segua appunto l'opposto di ciò, che di seguire ci avvisa esso Signor Bernoulli; e circa a' cuneoli dell' acqua, e agli interstizj risultanti fra goccia e goccia, non pare che una mera ipotesi immaginata per salvare con qualche verisimiglianza gli allegati fenomeni, al certo senza alcun fondamento, che sia reale, che pure sembrava assai necessario, trattandosi non di altro, che del modo di conoscere la misura di detta acqua uscita.

14. Passa in seguito il Sig. Bernoulli (pag. 61 e 62) a provare contro del Sig. Co: Riccati, che quando si volesse ammettere il moto obliquo delle particelle dell' acqua asserito da esso, questo non solo nulla contribuirebbe alla pressione delle goccie dell' acqua, che anzi per lo contrario, quanto maggiore egli fosse, tanto minore pretende, ch' esser dovesse la velocità con cui si scaricherebbe l'acqua. A tal causa considera in primo luogo il vaso pieno d'acqua, ma tutto aperto nel di lui fondo, e dice che ciascheduna particella dell' acqua, venendo animata dalla propria naturale gravità, discenderebbe con una velocità da principio infinitamente piccola, nel passar che farebbe dalla quiete al moto; ma in tal caso, non ridotto il fluido allo stato di *permanenza*, pare che l'ipotesi sia fuori della quistione. Considera poi in secondo luogo il foro infinitamente piccolo, e ricerca che cosa ne fosse per seguire nell'uscita dell'acqua, ed asserisce che ciascheduna goccia di acqua dovrà communicare a quella che gli sta di sotto tutta la forza della sua gravità differentemente da quello che succederà nel primo caso, in cui la goccia precedente non riceveva impulso veruno dalla susseguente; e la ragione dice, di essere, perche in questo secondo caso la goccia superiore preme con tutta la sua gravità la inferiore, mentre essa niente cede; credo, voglia inferire, perche questa è come in quiete per l'equilibrio dell'acqua laterale col mezzo de' cuneoli da esso introdotti nella spiegazione del fenomeno; nella qual circostanza deve però ricevere, secondo al parere del Signor Bernoulli, tutto l'impeto della superiore. Prima di passar oltre siami lecito di riflettere brevemente sopra l'asserito equilibrio, che consiste nel supporsi, che ogni particella della colonna acquea resti controbilanciata da un filamento

dell'

Append. del CAP. II.

dell'acqua laterale, il che a mio credere ha le sue grandi difficoltà per esser ammesso, come un vero principio in Statica. Questo equilibrio dunque fra le particelle della colonna, e l'acqua laterale, se io mal non mi appongo è stato dedotto da quanto succede nel meccanismo della sospensione dell'argento vivo nel Barometro; ma la faccenda, se dritto si mira, va molto diversamente, mentre in quella machinetta succede effettivamente il bilanciamento fra la colonna dell'aria alta quanto è tutta l'atmosfera, e le 28 once di altezza in circa del Mercurio; ma l'azione e reazione, che vicendevolmente viene esercitata da que' due fluidi succede pel vuoto d'aria che resta fra la superficie del Mercurio, e la sommità del cannello sigillato ermeticamente, come si può vedere da quanto ne scrissero tanti Autori, che di tal materia hanno lodevole, e chiaramente trattato; tolto perciò il vuoto, si toglie subito anco l'equilibrio; quindi non si sa concepire in buona filosofia, che i filamenti laterali, possino mai formar bilanciamento con le parti della colonna; ma per l'opposto, anzi cospirare al medesimo moto, ch'ella ha, e proccura di avere per uscire dal foro; e perciò la pressione non potrà esser esercitata dalle superiori contro le inferiori particelle. E quanto all'argomento che si potrebbe trarre dalle galleggianti per ispiegare il detto equilibrio, entrandovi nel paragone due corpi eterogenei, la cosa esce subito da' limiti delle nostre supposizioni, nè può dare per l'assunto del Sig. Bernoulli prova alcuna.

15. In terzo luogo si fa a riflettere il Signor Bernoulli ad un' altro caso, che sarebbe allora quando il foro fosse eguale alla metà del fondo, o della superficie dell'acqua contenuta nel vaso: il che posto, dice, che la superficie predetta EF discenderebbe con la metà della velocità, di quello sarebbe l'acqua uscente per CD: e ne ricava, che ciascuna goccia non impieghi da principio del suo moversi, se non la metà della propria gravità naturale, e l' altra metà la comunichi alla goccia, che gli sta soprapposta; di modo che torni lo stesso, come nel foro infinitamente piccolo del caso precedente, venendo l'acqua animata da una gravità acceleratrice eguale alla metà della gravità acceleratrice ordinaria; onde poi la forza con cui l'acqua da principio esce, la stabilisce eguale a mezzo il peso della colonna acquea imminente sopra del foro CD, e la velocità con cui esce, rispetto a quella con cui uscirebbe, se il foro fosse infinitamente piccolo come $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ad 1, vale a dire, l'acqua fluirebbe con quella velocità, ch'è dovuta

TAV. I *Fig.* 19

ad

ad un grave che cadesse dall'altezza di $\frac{1}{2}$ BF; e finalmente vuole che da ciò ne segua, ch'essendo in questa supposizione maggiore il moto obliquo o intrinseco, che deriva dall' ampiezza maggiore del foro, minore sia la velocità.

16. Ma quì mi sarà permesso di riflettere, che il Signor Bernoulli, ed appoggia, direi quasi, senza avvedersene, la cateratta che cerca di proscrivere, e fa un'ipotesi, che pare interamente fuori della quistione: Appoggia la cateratta, avvegnacchè, dicendosi la velocità del vaso suddupla di quella del foro per esser reciproche le sezioni con le dette velocità, convien porsi il moto in tutta la superficie EF, come appunto per un qualche spazio succede nella cateratta; e pure esso Signor Bernoulli non voleva altro moto nell'acqua, che quello che si fa nella colonna imminente al foro; oltredicchè non resta poi manifesto, come porre si possa la velocità della superficie EF suddupla di quella del foro, quando quella per la supposizione non ha da muoversi, dovendo esso vaso conservarsi sempre ripieno; quindi le conseguenze che se ne sono dedotte, pugnando con i supposti nulla possono concludere.

Facendo poi attenzione alla formula $\frac{n-m}{n}p$, espressa dal Sig. Bernoulli (p. 63) per la forza che caccia l'acqua fuori del foro, quando questo fosse eguale a tutto il fondo cioè $n = m$; in tal caso essa forza sarebbe nulla, e la velocità espressa per $\frac{n-m}{n}r$ (in cui r vale l'altezza del cilindro: dove p nella prima espressione dinota la pressione della colonna acquea) sarebbe essa pure eguale a *zero*, non che infinitamente piccola, come l' Autore si esprime più abbasso; Può forse aver egli inteso per l'una e per l'altra il solo primo istantaneo momento: ma questo non è quello che porta la quistione, come tante volte si è notato nella disamina di queste proposizioni.

17. Istando il Sig. Co: Riccati verso il Signor Bernoulli, che per venir in chiaro della verità, volesse far il calcolo di quell'esperimento, che viene registrato dal Guglielmini verso il fine del suo Trattato *della misura delle acque correnti*; lo eseguisce il Signor Bernoulli (alla p. 66) delle *Esercitazioni*; ed in fatti si trova, che paragonata l' uscita effettiva dell' acqua dal foro con quella del cilindro inserviente al medesimo, non è molto differente dall' egualità, cioè con la sola discrepanza di queste due frazioni $2\frac{10298}{10611}$ e $2\frac{11}{16}$ cioè quella, che corre fra il numero 504320 e 509328,

e 509328, ovvero di parti 5008; degno per altro di rimarco si è, come non ostante che la mole dell'acqua del cilindro, molto, per vero dire, si accosti ad esser eguale alla uscita pel foro, ciò non ostante quella sia però maggiore, e come che lo sperimento fu fatto dal Guglielmini coll'armar il foro di semplice lamina di ferro, così risponde con poco divario a quello, che pur fece il Signor Marchese Poleni (se le misure si riducono, come è conveniente o tutte alle parti del piede Regio di Parigi, oppure a quelle del piede di Bologna) sopra di che potrà vedersi, quanto fu detto a' numeri 7 e 8 dell'articolo corrente di quest'Appendice, cioè, che praticato lo sperimento in questo modo, l'acqua uscita molto si accostava ad esser eguale a quella che potrebbe esser contenuta nel semplice cilindro di base come il foro, e di altezza come quella costante dell'acqua del Vaso, il che poi non si è verificato nelle susseguenti sperienze, quando il foro veniva armato in altra maniera, come in detto Articolo abbondantemente si è considerato; in somma, quando non si abbia in riflesso il diametro della *vena*, ch'è il vero e naturale emissario, ma solo l'artificiale del foro, nulla di certo in questo affare sarà mai per raccogliersi.

18. Il fenomeno poi, osservato dal Signor Bernoulli (pag. 68) della vena di acqua torbida ed opaca fino al di lei maggior restringimento, e dopo il detto punto pellucida e chiara, sembra a me, che molto provi, circa all'accelerarsi del moto dell'acqua fino al detto punto, e ridursi poi equabile dopo del medesimo, mentre e l'opacità, e la torbidezza non ponno da altro procedere, che dalla maggior costipazione ed affollamento dell'acquee particelle, che atteso il di loro maggior moto, più si affollano fino al massimo restringimento della *vena*; ma dopo di questa, rimettendosi alla uniformità del movimento, danno luogo alla diafaneità; il che ancora resta ulteriormente comprovato dall'osservarsi la vena continuar col medesimo diametro senz'altra alterazione: segno indubitato della equabilità del moto contratto dopo di quel punto dalle particelle dell'acqua.

VIII.

Nel mentre che stavo trascrivendo la presente Appendice, mi giunse la nuova Edizione della *Natura de' fiumi* del celebre Guglielmini, con le annotazioni del chiarissimo Sig. Eustachio Manfredi, soggetto per tutti i titoli d'indelebile memoria, e la di

cui

cui perdita seguita in quest'anno 1739, sarà memorabile, accoppiate ch'erano in lui con raro esempio le perfette cognizioni egualmente delle più sublimi scienze, e delle più amene lettere. Egli dunque nell' Annotazione III. del Capitolo primo alla Propos. 6. (p.34) rimarca, che il detto Guglielmini sia stato il primo a porre in essere la figura della cateratta o imbuto, che viene formato nel cadere dell' acqua dalla sommità di un vaso che ne sia ripieno, ed abbia un foro nel fondo, andandovi di moto accelerato. E vaglia il vero, certamente che il Newton nella prima edizione de' *Principj della naturale Filosofia* non fa parola di tal cateratta, come la fa nella seconda pubblicata del 1713, quando il Libro della *misura delle acque correnti* del Guglielmini uscì l'anno 1692; Egli dunque e l'indicò in detto Trattato al Libro 4. propos. 6, e geometricamente poi dimostrolla, benchè cateratta non la chiamasse, nel Libro 5. Prop. 9. Dopo poi e del Guglielmini, e del Newton, il celebratissimo Sig. Giovanni Bernoulli negli Atti di Lipsia del 1716, ed il Sig. Ermanno nell' Appendice alla *Foronomia* ne diedero le loro particolari dimostrazioni fondate sopra il principio delle pressioni; onde furono di parere, che per concepire la velocità dell' acqua all' uscire dal foro, bastasse il porre al calcolo la semplice altezza della colonna acquea imminente ad esso foro.

2. Ma il Sig. Manfredi con un molto convincente raciocinio stabilisce contro il sentimento predetto: *Che il semplice peso della colonna del fluido, che sta perpendicolarmente sopra del foro, da se solo non basterebbe che per metà a cacciar fuori l' acqua con quella velocità, con cui esce dal vaso (se questa è eguale a quella di un cilindro caduto da pari altezza) nè per trovare il rimanente della forza a ciò necessaria ad altro si saprebbe ricorrere, che all' altra acqua laterale, ch' è d' intorno alla detta colonna: e che spingendo secondo alla comune proprietà de' fluidi per ogni verso, venga come ad ischiacciare, e ad assottigliare quell' ultima falda o gocciola d' acqua, che si presenta al foro (la quale sola può cedere a tal pressione per avere l' esito aperto per lo stesso foro,) e con ciò fuori la sprema; succedendo essa a riempier d' intorno ciò che quella ha lasciato di vuoto presso gli orli del foro, onde poi nasca la contrazione del getto: E però si dee conchiudere, che la forza di tutta l'acqua laterale nel produrre questo effetto sia altrettanta, quanta è quella della colonna perpendicolare, con cui in fatti sta in equilibrio; se pure non si dee dire piut-*

tosto, che tutto l'effetto dipenda dalla detta acqua laterale, e che la colonna verticale altro non faccia, che andare somministrando al foro nuove falde di se stessa, di mano in mano che la forza obliqua le va spremendo, e cacciando fuori del vaso.

3. Ho voluto quì trascrivere tutti li pensamenti del Signor Manfredi, per spiegar il fenomeno: riputando io poter questi dar tutto il peso a quanto si cerca; circa poi alla di lui dimostrazione che comincia al §. *Prendendo dunque* &c. (p. 40) ella è tutta fondata sopra la comparazione di un solido che cade dall'altezza che ha il fluido nel vaso, con la quantità del fluido ch'esce dal medesimo vaso, supposto che il primo abbia nel fine di sua caduta acquistata per appunto quella velocità, che poi sempre ritener dee il fluido in escire dal foro: vale a dire, ch'essa velocità nel solido sarebbe stata capace di correre un doppio spazio nel medesimo tempo, se invece di cominciar dalla quiete ad accelerarsi, secondo la legge ritrovata dal Galileo, fosse sempre disceso con quella tal velocità acquistata nel fine della caduta; quindi esso Sig. Manfredi raccoglie, che la quantità del fluido uscito, debba in buona teorica esser doppia della colonna, che sta sopra del foro, e non già, come altri hanno sentito, come la semplice colonna.

CAPI-

CAPITOLO TERZO.

Dell' uscita dell' acqua da' Vasi armati di tubi; sue leggi e fenomeni.

I.

Nella ricerca della quantità dell'acqua, che in certo determinato tempo esce da' lumi de' vasi, oltre alle cose dette nel Capitolo antecedente, vi è da attendere ad altre molto essenziali circostanze, le quali o trascurate, o non osservate, possono render dubbiose le sperienze, e fare che i calcoli che ad essi si appoggiano, restino non corrispondenti alla verità che si cerca. Fu il primo, per quanto a me costa, il Mariotte, che si avvisò, uscire maggior quantità di acqua da un tubo cilindrico, che fosse inserito nell'orificio di un vaso, di quella che nel medesimo tempo, può dallo stesso uscire dal detto orificio libero, e non punto armato di tubo, abbenchè il diametro e nell'uno e nell'altro caso si supponga il medesimo. Riporterò una sola delle quattro sperienze fatte da questo acuratissimo Autore, e sarà quella che riferisce nel Trattato del moto dell'acque Vol.II. p.423. Ediz. d'Ollanda in 4. Io, dic'egli, *ho fatta un' altra simile sperienza: Ho attaccato un tubo di sei piedi di lunghezza, e di un' oncia di larghezza all' apertura E di un vaso di capacità di un piede cubo, il quale essendo stato riempito di acqua, e' si vuotò in 37 seconde: ed avendo tagliato il detto tubo nel mezzo H, si vuotò in 45 seconde: e tagliato nell' alto in E, si scaricò in 95 seconde; dal che si ricava, che la lunghezza de' tubi cagiona maggior accelerazione.* Altri sperimenti soggiunge poi il detto Autore, che tutti confermano questa sua proposizione, aggiongendo a carte 424. *Un altro tubo di piedi 4 fece pure il medesimo effetto; egli aveva 4 linee* (di apertura di diametro) *da un capo, e quatro e mezzo dall' altro. Si inserì all' orificio secondo tutte e due le posizioni* (cioè da un capo e poi dall'altro) *e diede la medesima quantità di acqua, se non che parve, che essendo le 4 linee in E e le $4\frac{1}{2}$ in F* (vale a dire con la maggior apertura esternamente) *ne somministrasse tre o quatro cucchiari di più.* Nota in oltre, che se questi tubi sono troppo ristretti, poco o nulla è la differenza fra la quantità

TAV. I. Fig. 20.

tità che danno i vasi, siano o armati, o non armati ne' loro emissarj di tubi.

II.

Per ispiegare con fondamento quanto ci occorrerà in questa materia, è necessario di avanzare ciò che il Sig. Cavaliere Newton ha prodotto ne' *Principj della natural Filosofia*. Ediz. II. prop. 36. Libro II. Caso primo al §. *Liquescat jam glacies &c.* dic' egli dunque: *Conciosiacchè le particole dell' acqua non passano tutte perpendicolarmente per il foro, ma dai lati del vaso d' ogni intorno fluendo e drizzandosi verso l' orificio, passano per questo con moti obliqui: e dirigendo abbasso il loro corso, cospirano nell' uscire a formare una vena di acqua, la quale è più ristretta un po al di sotto del foro, di quello sia nello stesso orificio, ed è il diametro della vena, al diametro dell' orificio come 5 a 6, ovvero come 5 ½ a 6 ½ prossimamente, seppure senza prender sbaglio, queste misure ho potuto prendere.* E verso il fine di questo stesso paragrafo soggiugne: *Egli è poi noto, per gli sperimenti, la quantità dell' acqua somministrata da un lume circolare aperto nel fondo di un vaso, esser quella, che in ragione del diametro della vena con l' antedetta velocità uscir dee &c.* Dalle quali cose si raccoglie in primo luogo, per le osservazioni del Mariotte, che maggior quantità d' acqua esce pel foro di un vaso armato di tubo, di quello faccia per il semplice lume: contuttocchè siano entrambi di una stessa apertura di diametro; ed in secondo luogo dalle sperienze del Newton, doversi stimare la quantità dell' acqua, che viene somministrata da' lumi, in ragion della velocità, e della sezione non del foro, ma di quella della vena di acqua che in uscendo si forma.

III.

Per stabilire alle osservazioni di questi insigni Autori, che primi tali fenomeni scoprirono, un congruo raziocinio, e ridurre possibilmente alla verità del calcolo la cosa, è d'uopo riflettere a qualche essenziale proprietà de' corpi fluidi in generale. Hanno questi, come è noto, le loro parti componenti, tutte vicendevolmente staccate; ma una certa loro naturale viscosità, o come altri chiamar la potrebbero, *attrazione*, fa che si muovano con una specie di partecipazione, vale a dire, come se le medesime parti fossero in qualche modo assieme collegate: cosa, a cui se ben si atten-

attende, che disturba non poco le ordinarie leggi della gravità, per le quali ciascuna particola dell'acqua, dovrebbe con un certo impeto avvicinarsi al centro de' gravi, come accade a' solidi, qualor liberamente discendono; dal che si raccoglie, che il fluido mover si debba, come se fosse una cosa sola, ma il di lui moto dipende poi da molte altre circostanze affatto proprie di esso fluido, e niente comuni a' corpi solidi. In uscendo dunque, che fa l'acqua da' vasi, convien attendersi non solamente alla velocità, che ritiene per la pressione delle parti superiori, ma ancora al vero diametro del foro, come secondo il Newton si è registrato nel numero precedente. E perche si osserva, che l'acqua uscente da' vasi non progredisce sempre con la stessa grossezza di vena, ma che si va assottigliando fino ad un certo termine, egli è da esaminarsi, da che possa derivare un tal ristringimento di diametro, il quale è maggiore, allorchè l'acqua passa nell'uscire per semplici lumi, e minore, quando passa per tubi di qualunque figura; e s'indicherà poi il modo di calcolare precisamente qualunque quantità di acqua, somministrata da qualunque lume o munito, o non munito di tubo.

IV.

Per la spiegazione di un tal fenomeno, il dire, che la velocità si accresca in passando pe' tubi; e che perciò si assottigli la *vena* dell'acqua (che così la chiameremo per uniformarsi al Sig. Newton) ella è una mera ipotesi gratuitamente introdotta, non iscorgendosi veruna cagione, che un tale accrescimento di celerità possa produrre; quello che ben ci pare secondo la ragione in questo proposito di poter dire, si è, che ogni qualvolta i fori de' vasi vengono armati di tubi, allora l'acqua non può non seguire la direzione della cavità de' medesimi, senza che venga gran fatto ribattuta e riflessa verso l'asse del moto, caminando incassata, ed essendo più gagliardo il moto che si fa, secondo la lunghezza de' tubi, dell'obliquo che può nascere dalla ripercussione fatta da' pareti, onde le *vene* de' tubi sono sempre in parità di circostanze più dilatate delle *vene*, che si formano da' semplici e nudi lumi de' medesimi vasi; mentre discendendo l'acqua per l'altezza di questi vasi, non sì tosto esce da quelle angustie, che il di lei moto retto, resta non poco debilitato; perlochè l'obliquo, proveniente dall'affollamento dell'acqua in uscire, prevalendo sopra dell' altro, si dirige verso l'asse del moto, e riduce

CAP. III. duce però più ristrette le *vene* ne' loro diametri. Una tale convergenza ne' semplici lumi, nasce dalla forza maggiore che ha l'acqua all'uscire spinta dalla pressione della soprastante nel vaso, dove uscendo da i tubi, non viene il moto obliquo gran fatto accresciuto; imperocchè la lunghezza del tubo, gli leva buona parte dell'energia, con cui ess'acqua dentro la cavità del detto tubo s'introduce. Se dunque da i moti obliqui, e per conseguenza ritardanti il libero corso dell'acqua, ne nasce la maggior contrazione delle *vene* dell'acqua; e se questa, posta in azione, risente in ogni sua parte le diverse affezioni del moto, non è difficile il dedurre la spiegazione del fenomeno, cioè che in parità di circostanze, scarichi più acqua un foro armato di tubo, di uno che ne fosse privo.

V.

Per calcolar adunque le vere quantità dell'acqua che somministrano i vasi o per nudi fori, oppure col mezzo de' tubi, convien distinguere due sorti di sezioni, cioè *fisica* e *razionale*. La sezione *fisica* è quella che si viene a formare dal reale emissario, e che ha per sua ampiezza il diametro o del semplice foro, oppure del tubo. *Razionale* poi è quella che fa la *vena* dell'acqua nel sito del suo maggior restringimento, il quale, come dicemmo, nasce dalla cospirazione di tutti i moti obliqui dell'acqua posta in movimento per uscire. Per non andar errati nel calcolo della quantità dell'acqua ch'esce nel modo predetto, dobbiamo servirsi delle sezioni *razionali*, non delle reali e *fisiche*, che sono sempre maggiori delle prime, e danno sempre un prodotto maggiore del vero: ch'è quel tanto che fu indicato anco dal Newton, come si è esposto al num. II. di questo Capitolo. Sia il diametro del lume *razionale* di un vaso b; l'altezza dell'acqua mantenuta costante a; il tempo in cui se ne vuota una data quantità t; ed il diametro del lume pur *razionale* di un altro vaso B; l'altezza della sua acqua, conservata come sopra A; ed il tempo dello scaricarsi di una quantità di acqua eguale alla prima T: se però sarà supposto incognito il diametro della vena del secondo vaso B, ed il resto tutto cognito, si avrà la formula $B = \frac{b\sqrt{t}\sqrt{\sqrt{a}}}{\sqrt{T}\sqrt{\sqrt{A}}}$, che si ricava dal num. XVIII. del Capitolo precedente.

Sco-

V I.

Scolio I. A motivo di rilevare, se alla teoria qui sopra posta corrispondano le osservazioni, si sono volute prendere quelle che stanno registrate nel Libro *de Castellis per quae derivantur fluminum aquae* del chiarissimo Signor Marchese Poleni: le quali comecchè fatte con la più precisa diligenza, così le prenderemo come fondamento de' nostri calcoli. Si piglieranno dunque alcune delle dette osservazioni come *radicali*, cioè a dire per norma dell' altre, e come sicure e certe: e colla base di queste, servendosi della formola del numero precedente, si anderanno rilevando le altre. Si supporrà per incognito il diametro di una vena di acqua, e per cognito quello di un'altra; e sarà quello dell' osservazione che diremo *radicale*, ed assieme supporremo conosciuta l'altezza dell'acqua, ed il tempo in cui succede lo scarico di una data quantità della stessa, come in fatti porta quella tal osservazione. Prendendo dunque per osservazione *radicale* la registrata a' §§. 29 e 30 di detto Libro, nella quale il diametro della vena dell'acqua è di linee $25\frac{1}{4}$; il diametro maggiore del frusto conico per cui usciva l'acqua di linee 42, il minore di linee 26, (essendo il detto maggiore attaccato al vaso) e la lunghezza linee 92, scaricò questi in minuti 2. 58″ una data quantità di acqua, essendo quella del vaso costantemente conservata all' altezza di linee 256; fatto però il calcolo, si ritrova, che il diametro della vena dell'acqua per il §. 31 dell' antedetto Libro, dovrebbe essere secondo i dati, e la formula, linee $25\,\frac{55448}{170333}$, ch' eccede di tutta questa frazione il diametro osservato, cioè della terza sola parte di una linea o poco più. Così nel §. 32 avrebbe ad essere il diametro della vena $25\,\frac{18952}{170333}$, dove si pone solamente 24. Parimenti nel §. 33 dovrebbe stare per la formola $25\,\frac{82527}{88644}$, ma nell'osservazione non è più di linee $23\frac{1}{2}$: ma egli è chiaro da vedere, quanto difficile sia il prendere queste misure con l'ultima esattezza, quale veramente la dinota il calcolo; e ciò non tanto per un certo tremore, che in uscendo concepisce la vena, ma ancora perche non è così facile il rilevare, ove veramente sia il piano della minima sezione della vena predetta; oltredicchè, si può dare il caso, che l'osser-

CAP. III. l'osservazione da noi presa per *radicale*, non siasi praticata con l'ultimo dell'esattezza necessaria, ma che più precisa sia alcuna delle altre; lo che tutto può servire ad indurre le differenze sopradette.

VII.

Scolio II. Molto più però si accostano al vero i seguenti sperimenti, col supporre cioè per osservazione *radicale* quella, che sta registrata al §. 34, in cui si pone il diametro della vena linee $24\frac{1}{2}$, col fondamento della quale si ritrova, che il diametro della vena del §. 35. dev'essere $20\frac{36024}{211893}$, ponendosi dall' Autore $20\frac{1}{2}$, ch'è una sprezzabile differenza. Il diametro della vena del §. 38. deve star secondo la formola $20\frac{4779}{211893}$, e l'osservazione porta 20. Nel §. 39 dev'essere $19\frac{50489}{55691}$, ed è posto 20, pure con insensibile differenza. Si prende poi ne' tre seguenti sperimenti per osservazione *radicale* quella del §. 40, in cui l'altezza dell' acqua è di linee 128, il foro di un tubo cilindrico linee 26, la sua lunghezza linee 91, il tempo in cui scaricò una data quantità di acqua fu di 4. minuti, e 25. seconde, ed il diametro della vena linee 25; con tali dati si trova, che per il §. 41 avrebbe ad essere secondo la formula $24\frac{35047}{44322}$ assai prossimo al numero raccolto. Così ne' §§. 42, 43 dovrebb' essere il diametro della vena $20\frac{30190}{70631}$, dov'è notato $20\frac{1}{4}$ con un insensibile divario.

VIII.

Scolio III. Presa poi per *radicale* osservazione quella registrata alli §§. 45 e 46. in cui non vi era tubo, con altezza di acqua di linee 178, con 9 linee di diametro nel lume, con acqua uscita nel tempo di un minuto e mezzo di once cubiche 2560, ebbesi la vena di linee $7\frac{1}{2}$; calcolando dunque col fondamento di questa, trovasi per lo §. 47, che il diametro della vena avrebbe ad essere secondo la formola $7\frac{228431}{579920}$, dove è posta $7\frac{1}{4}$ secondo l'orizontale, e $7\frac{3}{4}$ secondo la perpendicolare all'orizonte. Nel §. 48, preso il diametro della vena $8\frac{1}{2}$ per osservazione *radicale* si ricava, che il diametro della vena pel §. 49 dovesse essere $7\frac{291253}{579920}$ ed

ed è posto $7\frac{1}{2}$, pure con una insensibile differenza. Il diametro della vena del §. 50 dovrebbe stare $8\frac{195883}{511525}$, e si fa eguale al foro reale, vale a dire, a linee 9. Nel §. 53, $8\frac{195883}{511525}$; nel §. 54 $8\frac{257055}{511525}$; nel §. 55 $8\frac{485843}{511525}$, cioè tutti essi diametri qualche poco minori delle linee 9, come porterebbero le osservazioni del precitato Libro. Nel §. 57, l'area della sezione si trova essere $39\frac{87739}{109954}$ ma l'osservazione porta 42: così al §. 60 l'area si trova $46\frac{40275}{93401}$, e secondo l'osservazione il lato quadrato di questa sezione è $7\frac{2}{3}$. Una tale troppo sensibile differenza fra il calcolo, e l'osservazione può dipendere, perche in questo §. non vengono dall' Autore determinati i lati della sezione *razionale*: nel rimanente, come si è veduto, si accordano le osservazioni, per quanto è lecito pretendersi nelle cose fisiche, dalli calcoli geometrici.

I X.

Dalle quali osservazioni, e diduzioni sembra potersi conchiudere, che i tempi, ne' quali escono le dette quantità di acqua da i frusti conici siano in subvigecupla proporzione de' diametri medii degli stessi frusti, o al più in subventunecupla de' medesimi diametri: noi però si appiglieremo alla prima ragione di queste due; attesocchè dalla comparazione de' §. §. 30 e 31, essendo quei diametri medii 29 e 34, sarebbe $\sqrt[20]{29} \,.\, \sqrt[20]{34} :: 177 \,.\, 178$. onde summando i logaritmi estremi e medii di questi quatro termini, sarebbero l. 2. 3245072, e l. 2. 3235399 che hanno con poco divario lo stesso numero 211. Più anco si accosta alla detta proporzione paragonandosi i due §. §. 31 e 33 per l'egualità che devono raffermare di $177 \sqrt[20]{72} = 185 \sqrt[20]{29}$. dando i due logaritmi 2. 3408399 e 2. 3402916, il di cui numero è prossimamente 219: così paragonando i §. §. 31 e 32, dovendo stare l'analogia $\sqrt[20]{29} \,.\, \sqrt[20]{43} :: 177 \,.\, 180$, risultano i logaritmi 2. 3283924 e 2. 3296467, il numero de' quali è prossimamente 213.

X.

Scolio I. A norma di che, si può calcolare quant'acqua di più darebbe un regolatore, che fosse posto alla bocca v. g. di un diversivo di un fiume, se questo avesse i lati dell'incile convergenti, rispetto ad uno che li avesse paralleli. Figuriamoci che quel

CAP. III. Regolatore avesse in bocca piedi 31, e nell' uscita piedi 24, e fosse paragonato ad uno della medesima lunghezza, ma con le sponde parallele e distanti da per tutto piedi 24; sarebbe per il numero antecedente come $\sqrt[21]{24}$ a $\sqrt[21]{\frac{55}{2}}$, così il tempo per l'emissario parallelo che si chiamerà T al tempo per l'emissario convergente, che diremo *t*; e se T sarà eguale in grazia di esempio a 3600, sarà prendendo i logarithmi *l*. 0.0690105 . *l*. 0.0723579 :: *l*. 3.5563025 al quarto onde $t = l$. 3.5596599, il di cui numero prossimo è 3628, cioè 28 secondi di più d'un'ora, ricercherebbesi per lo scarico della medesima quantità di acqua nell'emissario convergente, di quella si ricercasse nel parallelo; di modo che essendo i tempi come le quantità dell'acqua scaricata, se per esempio uscissero in un'ora 2000 botti di acqua pel parallelo, nel medesimo tempo pel convergente ne uscirebbero a questo conto botti 2015 $\frac{1}{9}$, cioè botti 15 $\frac{1}{9}$ di più; e servendosi dell'altra ragione subventunecupla ne uscirebbero sole botti 13 $\frac{7}{11}$ di vantaggio, sempre con una sprezzabile differenza.

Scolio II. Sia adesso da cercarsi qual larghezza aver dovesse l'emissario parallelo, perche tant'acqua vuotasse in un dato tempo, quanta il convergente nelle misure predette; è manifesto che dovendo essere $T = t$, sarà in tal caso (fatto il calcolo) la larghezza ricercata dell'emissario parallelo $\frac{55}{2} = 27\frac{1}{2}$, cioè appunto un medio aritmetico fra 31 e 24. Ma a quetto passo è facile da rilevare la contradizione che ne proviene in rapporto all' analogia dello Scolio precedente, mentre ivi il diametro medio di piedi 24 dell' emissario parallelo dà la stessa quantità che quello di piedi 27 $\frac{1}{2}$ convergente in diverso tempo: dove, secondo queste ultime supposizioni, la darebbe nello stesso tempo con manifesta implicanza: lo che abbastanza prova o che la differenza è insensibile, ovvero, avendo noi puntualmente seguito quanto proviene dagli sperimenti del Signor Marchese Poleni, esser fuori di dubbio, che per salvare i fenomeni vi abbisogni qualche cosa di più di ciò, che per le formole generali danno le aperture degli emissarj, le convergenze, o parallelismi de' loro lati, o le velocità delle acque uscenti; lo che sia detto a maggior lume di questa cotanto intricata e difficile materia. Parimenti quando si facesse l'emissario parallelo eguale da per tutto a piedi 31, non si avrà gran fatto una maggior quantità di acqua, mentre in tal caso il logaritmo del tempo per l'emissario convergente sarebbe 3.5540924, a cui risponde il numero 3585, vale a dire, che 19 seconde prima darebbe il paral-

parallelo la ſteſſa quantità dell'acqua del convergente, e che queſto in vece delle 2000 botti in un'ora, ne ſomminiſtrerebbe botti 1989 $\frac{1}{2}$, cioè ſole botti 10 $\frac{1}{2}$ di meno: Per altro e nell'uno e nell' altro caſo ſono queſte differenze, come ſi è rimarcato, ſprezzabili, quando ſi trattaſſe di una reale diverſione per quello ſpetta alle alterazioni, che naſcer poteſſero dalla maggiore o minore convergenza di detti Regolatori. Bensì ne naſce, che la ſezione *razionale* di un tal regolatore, abbia ad eſſer non poco differente dalla *fiſica* dell'emiſſario, altrimenti molto differenti ſarebbero i prodotti per la quantità dell'acqua uſcita, come può aſſicurarſene chi voleſſe aver il tedio di farne il calcolo. Sarebbe ſtato veramente il luogo più adattato da produrre queſte conſiderazioni intorno a' diverſivi, quello in cui ſi avrà a trattare delle acque correnti de' fiumi; ma ci ſono parute tanto dipendenti da quanto in queſti numeri ſi è eſpoſto, che ſi è ſtimato proprio più toſto che altrove di quì regiſtrarle.

X I.

Inſiſtendo nelle ſperienze del ſuriferito Libro, ſegue il §. 34. in cui applicandoſi al ſolito vaſo un tubo cilindrico, reſta conſervata l'acqua alla conſueta altezza di linee 256; il diametro del tubo fu di linee 26, e la ſua lunghezza di linee 91; diede queſto in tre minuti e ſette ſeconde la ſolita quantità d'acqua. Parimenti nel §. 35 ſi regiſtra l'oſſervazione dell'eſſerſi applicata al medeſimo vaſo una lamina di groſſezza di un dodiceſimo di linea, di pari diametro col tubo, e che laſciò uſcire la ſolita data quantità di acqua in 4 minuti e 36 ſeconde. Fatti dunque i confronti di queſti numeri e quantità, ſi trova che conſiderando la lamina anch'eſſa come un cortiſſimo tubo, il tempo dello ſcaricarſi dell'acqua ſta in ragione ſubdecottupla della lunghezza reſpettiva de' tubi; coſicchè corre l'analogia $\sqrt[18]{\frac{1}{12}}$. $\sqrt[18]{91}$ :: 187. 276; riſpondendo li due logaritmi che ne riſultano, ſummando gli eſtremi ed i medii termini, aſſai da vicino a dare il medeſimo numero 2.4409091, e 2.4406313. Tanto pur ricavaſi anco dalle oſſervazioni regiſtrate ne'§. §. 41. 42. e 43; dove nel §. 41. ſi prende il tubo cilindrico della medeſima lunghezza e diametro come ſopra, ma l'altezza dell'acqua ſi è fatta di linee 542; il tempo dello ſcarico fu di minuti 2 e ſeconde 11; e ne'§. §. 42 e 43 preſa la lamina come ſopra, fu fatta pure la ſteſſa altezza dell'acqua di linee 542, ed il tempo dello ſcarico della medeſima quantità di acqua fu di minuti

CAP. III. tre, ſeconde 13; onde l'analogia 131. 193 :: $\sqrt[18]{\frac{1}{12}} . \sqrt[18]{91}$, ed i logaritmi che riſultano dall'egualità ſono 2. 2860614 e 2. 2855573 che danno quanto baſta lo ſteſſo numero; che però tanto da queſto, che dal IX. di queſto Capitolo, ſembra poterſi raccogliere il canone, *Che le quantità* aſſolute uſcenti da qualunque tubo o convergente, o di lati paralleli, e di qualunque lunghezza, ſiano in ragione compoſta della ſubvigecupla de' diametri medii, e della ſubdecottupla delle loro reſpettive lunghezze. Contuttociò queſto canone non riſponde (per quello riguarda alle proporzioni riferite alle lunghezze de' tubi) alle oſſervazioni de' §§. 50, 52, 53 e 54, ſalvandoſi piuttoſto quelle riſpondenti a' diametri medii negli emiſſarj convergenti; dal che ſempre più ſi può conoſcere, che molto reſti da inveſtigare per accoſtarſi alla vera quantità, ch' eſce da' vaſi armati di tubi, ed in ſpecie da queſti di figura cilindrica.

XII.

Tutto ciò che ſin quì ſi è detto non riguarda che il ſemplice paragone degli orifizj *razionali*, o ſiano diametri apparenti delle *vene*, nella ſuppoſizione, che una delle due oſſervazioni ſia giuſta ed eſatta; ora è da cercarſi il vero diametro *razionale*, ſenza che ſi abbia la neceſſità di averne oſſervato prima un altro corriſpondente, come di ſopra ſi è fatto; onde *poſto il fiſico orificio*, *ſia da ritrovarſi il razionale*, almeno ne' lumi armati con tubi o conici, o cilindrici; atteſocchè ne' nudi orificj conviene ſervirſi di qualche altra oſſervazione, come ſi vedrà nel progreſſo. Perche dunque l' acqua diſcendendo a cagion di eſempio liberamente da O in N, nell'accoſtarſi che fa al punto *n*, ſi va accelerando; coſicchè in minor tempo una particella dell' acqua percorrerà lo ſpazio K*n*, che un eguale ſpazio PK; quindi per una tale ragione le vene dell' acqua, dovranno per neceſſità ſempre più aſſottigliarſi in diſcendendo, e nel progreſſo facendoſi maggiore la velocità per la ſceſa del momento, con cui le parti dell' acqua a cagione o della loro viſcoſità, o delle loro vicendevoli attrazioni, ſtanno unite, ſi devono allontanare le une dalle altre, e la vena rimanere come diſcontinuata. Un tale ſtaccamento comincia appunto ſotto del minimo diametro della vena cioè in CD, oppure in LM, concependo che il vaſo KABO, per li due eguali emiſſarj KI, HGFA, verſi l'acqua IKLM e DCHG. Ad altra circoſtanza deeſi pur attendere, ed è, che, come ſi è notato, dovendo eſſer ſempre maggiore il diametro della vena GHCD, ch' eſce dal foro armato di

TAV. I. Fig. 21

tubo

tubo conico o cilindrico del diametro della vena IKML, fatto da quello senza tubo, abbenchè non minore, ma eguale di portata al primo GH, ne deriva, che tutte le sezioni analoghe della vena GHCD siano respettivamente maggiori di tutte le sezioni analoghe della vena IKLM; onde il diametro *razionale* di IK, sarà minore del diametro razionale di GH. Egli è ben vero, che per gli orificj armati di tubi conici o cilindrici, perche poco o nulla restringesi all'uscire l'acqua, si potrà senza sensibile errore prendere i diametri *fisici* in GH per i *razionali*, non però in qualche distanza da GH come v. g. in CD, restringendosi a norma dell'allontanarsi da GH sensibilmente la vena.

XIII.

Supposte le quali cose, se per esempio, conoscer vogliamo il minimo diametro CD della vena GHCD, osservisi il luogo preciso, dov'essa comincia a gettare de'spruzzi, e a discontinuarsi, e sia in C; si conduca CD normale alla direzione della vena nel punto C, o sia alla sua tangente, e questa normale per il numero antecedente rappresenterà il minimo diametro ricercato, e dal punto predetto C al lato BA prodotto si conduchi la perpendicolare CE; dicasi il lume *reale* o *fisico* (che in questo luogo equivale, ed è lo stesso, a cagione di essere il detto lume armato di tubo, che il *razionale*) bb; e perche eguali quantità di acqua devono passare per GH, e per CD nello stesso tempo, conservata che sia ad un'altezza costante l'acqua dentro del vaso in OB; sarà l'equazione $bb\sqrt{BA}=uyy$ (dicendo yy l'area del ricercato lume, ed u la velocità corrispondente al punto C; la qual velocità sarà come la radice quadrata di BE a cagion dell'accelerazione, che in discendendo va acquistando l'acqua, secondo le leggi de'gravi cadenti) onde sarà ancora $yy = \frac{bb\sqrt{BA}}{\sqrt{BE}}$, ovvero $y = \frac{b\sqrt{\sqrt{BA}}}{\sqrt{\sqrt{BE}}}$, ed in tal modo dalla sola osservazione del sito del punto C, si ricaverà per i detti tubi il minimo ricercato diametro.

XIV.

Ma se il lume sarà senza tubo, converrà prima di ogni altra cosa ritrovare il diametro *razionale* corrispondente al reale IK, il quale, come si è detto, è maggiore sensibilmente del *raziona-*

le,

CAP. III. *le*, nè ſi può ſenza errore, come ne' tubi conici o cilindrici, prendere uno per l'altro. Si oſſervi dunque il più eſattamente che ſia poſſibile l'apertura del diametro LM, e l'altezza corriſpondente NK; e dicendo il lume LM, cc, ſarà l'equazione $cc\sqrt{ON} = tt\sqrt{OK}$ (facendo tt eguale all'area ricercata della ſezione *razionale* IK) onde $tt = \frac{cc\sqrt{ON}}{\sqrt{OK}}$, ſtabilita la dimenſione della qual area, ſarà poi facile di rintracciare qualunque diametro minimo LM; e conoſciuto il minimo diametro *razionale*, chi voleſſe da ciò dedurre l'altezza corriſpondente AE, oppure KN, baſterà prendere per incognita la BE o la ON, e tutte le altre quantità ſupporle conoſciute e date, ſervendoſi della formola $BE = \frac{b_4 \times BA}{y^4}$, ovvero $ON = \frac{t^4 \times OK.}{c^4}$

CAPI-

CAPITOLO QUARTO.

De' moti ritardati dell' acqua ch' esce da' lumi de' Vasi; sue leggi e fenomeni.

I.

PER moto ritardato non si vuole intender già quel ritardamento, che nell' uscire dell' acqua da' fori de' vasi deriva dal soffregamento delle parti componenti l' acqua con le pareti interne de' recipienti, e degli stessi lumi, ma bensì l' impedimento che si genera, allorchè l' acqua in uscendo incontra dell' altr' acqua stagnante, che sia però con la sua superficie di livello più basso di quello che sta nel vaso, mentre se quella ch' è in quiete fosse nello stesso orizonte con quella che dee uscire, restarebbero bilanciate, e senza moto, come è facile da vedere. Il primo, per quanto io sappia, che di cotali moti ritardati ne formasse idea, e contezza ce ne desse, fu il Sign. Cav. Newton ne' *Principj della natural Filosofia:* vedendosi che nel caso sesto della Proposizione 36. Lib. 2. Ediz. II. accenna le leggi che cotesto moto può avere, dicendo: *Che se un vaso ripieno di acqua avrà un lume che sia immerso sotto la superficie di un acqua stagnante, la di cui altezza sia minore dell' altezza dell' acqua del vaso, scaricherà l' acqua con una velocità che sarà come la dimezzata del residuo ch' è fra tutta l' altezza dell' acqua del vaso e l' altezza dell' acqua stagnante*, cioè a dire, in ragione dimezzata dell' altezza dell' acqua del vaso, che rimane sopra dell' acqua stagnante.

II.

Sia a cagion di esempio il vaso ADGH ripieno di acqua fino in HA, ed abbia un lume CD; pongasi questo vaso nell' acqua stagnante BDFE, la di cui altezza sia BD, sarà la velocità, con cui esce l' acqua, purchè sempre sia tenuto pieno fino in HA, come la radice quadrata di AD — DB cioè come $\sqrt{AB}$, e ciò proviene perche tutta l' acqua GDB viene sostenuta da altrettanta acqua BDFE per l' equilibrio de' liquidi; onde la sola acqua sopra del livello BE, cioè quella, la di cui altezza è BA = AD

Tav. I Fig. 22

CAP. IV. AD—BD deve uscire per il lume CD. Se dunque la quantità ch'esce per il lume CD così immerso, in un assegnato tempo, dicasi q, sarà l'equazione (supposta la larghezza del lume la QR) $q = QR \times \overline{AD - AC} \times \sqrt{AB} = QR \times CD \times \sqrt{AB}$, che sarà la formola generale per conoscere le dette quantità, e dicendo qualunque altra quantità r, e le altre respettive linee di altro vaso similmente immerso qr, ad, ac, ad, sarà l'analogia $q. \ r :: QR \times CD \times \sqrt{AB}. \ qr \times cd \times \sqrt{ab}$; quindi se una di queste due quantità, e le misure del vaso, saranno conoscinte e nel peso, e nelle loro lunghezze, avremo, mediante la sola sostituzione, conosciuta qualunque altra quantità e misure dell'altro vaso; cosicchè sarà la formola $r = \frac{q \times qr \times cd \times \sqrt{ab}}{QR \times CD \times \sqrt{AB}}$.

III.

Altra sorte di moto ritardato nasce allora, che un fluido in quiete, viene posto in movimento da un altro fluido, che sopra vi cade. Sia il vaso φLEK, il quale s'intenda chiuso da tutti i lati, a riserva del foro QP, e l'acqua in esso sia mantenuta all'altezza costante SB; l'altezza del foro sia sopra l'acqua stagnante XTμ per tutta la $P\mu = NR$ (condotta cioè VM parallela a SL) è chiaro che questa verrà posta in movimento dalla forza dell'impeto, con cui essa cadendo mette in azione la superficie fluida ma quieta Xμ. Un tal moto seguirà con due contrarie direzioni, cosicchè si moverà l'acqua in parte secondo la TX, ed in parte secondo Tμ, e quell'acqua, ch'è sottoposta all'asse della *vena* cioè la qV, non si moverà nè verso una, nè verso l'altra parte. Questa impressione deve avere i suoi limiti, e comunicarsi o sino al fondo in V, se la distanza non è grande, ovver anche non passar il punto Z, se RV fosse d'una insigne profondità; in tutti i modi ragion vuole che si comunichi alle parti dell'acqua con forza ineguale, e che perda della propria energia a misura che si discosta dalla superficie Xμ, e che resti l'acqua maggiormente mossa vicino ad XR di quello sia in YZ, o in V. Un tale scemamento di moto nasce, perche essendo l'acqua XμLV per la supposizione in una perfetta quiete, ed il moto dovendo cominciare la propria azione nella superficie XR per stendersi poi successivamente verso del fondo, avendo a movere tutti, dirò così, gli strati dell'acqua, e moverli successivamente, gli si moltiplicano le resistenze, onde deve perde-

TAV. II. *Fig.* 1.

re

re anche fucceffivamente non pochi gradi della primiera veloci- tà, prima di arrivare a muovere le parti più lontane dalla fuperficie, e più vicine al fondo.

IV.

Prodotta l'orizontale BS in M, producafi altresì RV in M, e fatto affe Mq e vertice il punto M fi defcriva la mezza parabola MXq, egli è manifefto che Xq efprimerà la velocità della vena dell'acqua in TR; perdendofi poi l'impeto a mifura dello fcoftarfi che fa dalla fuperficie Xq fino all'eftinguerfi affatto il moto, che può fupporfi al fondo V, vi farà una curva, che tali velocità refidue potrà connotare, come VYX, e però l'area di quefta rappresenterà il moto ritardato nell'acqua ftagnante, che rifulterà bensì originalmente dalla direzione verticale della penetrazione, ma effettivamente dalla tendenza orizontale, con cui efs'acqua viene pofta fecondo tal direzione in movimento: che però fe s'intenderà, che l'acqua della vena ad altro non contribuifca, che ad eccitare il moto predetto all'acqua ftagnante, fenza farla punto crefcere di altezza, come accade allorchè o l'acqua ftagnante può tramandare a capello la fopraveniente, o pure che la dett'acqua ftagnante fia di fuperficie così dilatata, che qualunque quantità di acqua, che vi poffi fomminiftrare il vafo, fia da riputarfi un infinitamente piccolo, in riguardo della quantità di dett'acqua ftagnante; farà dunque in tali circoftanze il moto ritardato di queft'acqua, rapprefentato dall'area di detta curva XRV, la natura della quale dipenderà dalla cognizione della legge delle refiftenze.

V.

Pofte le fteffe cofe, fia il vafo φLDEKA, che in vece di avere il foro PQ, foffe dalla cima al fondo aperto, come moftra la fezione ADEK, cofìcchè l'acqua ftagnante poteffe entrarvi liberamente, fino al lato oppofto PL, ed in oltre, che per la bocca φK gli venghi fomminiftrata una data quantità di acqua, la quale però in cadendo niente alteri quella che trovafi attualmente nel vafo, e che a cagione delle anguftie della fezione ADEK, che proibifce la libera ufcita, debba alzarfi internamente di livello. Sia da ritrovarfi (dopo che farà l'interna acqua ridotta allo ftato di permanenza, a cui arriverà in pochi momenti) l'altezza BC fopra la ftagnante CD. Anche dalla fola ifpezione del-

TAV. II. *Fig.* I.

CAP. IV.

la figura apparisce che due moti devonsi separatamente considerare, il primo *vivo* dell'acqua che strammazza dalla sommità B nella stagnante CG, ed il secondo quello che dovrà concepire l'acqua stagnante, a cagione della pressione e forza fatta dall' acqua viva CBG. Per quello riguarda il primo di questi moti, essendo di già per la supposizione, arrivata l'acqua allo stato permanente, in tutti i punti della perpendicolare cb, si moverà con la stessa legge, come ne' moti liberi di pressione, vale a dire, che descrivendo intorno all' asse bc una mezza parabola, esprimerà questa con la di lei area, l'aggregato delle velocità competenti a tutti i punti di bc. Il moto poi che riceverà l'acqua stagnante CGD lo potremmo supporre come le due terze del rettangolo fatto dalla velocità massima CG, e dalla profondità CD, cioè che questa curva DHG che lo esprimerà, sarà dessa pure parabolica, giacchè con tale ipotesi bastevolmente si possono spiegare i fenomeni, e le osservazioni.

VI.

Se pertanto diremo q la quantità dell'acqua somministrata esternamente dal vaso φLEK, sarà l'equazione $q = \frac{2}{3} BC \times CG \times DE + \frac{2}{3} CG \times DC \times DE$ eguale alla quantità dell'acqua, che nello stesso tempo, in cui si scarica la quantità q esce per la sezione BDE col moto vivo BC, e con quello che diremmo di *partecipazione* CD. E se si concepirà, che un vaso esterno somministri per la bocca φK al vaso φLEK per uno o più fori l'acqua q, cosicchè il numero di questi fori sia n; la sezione razionale di uno di questi sia bb, ed a l'altezza, alla quale viene costantemente mantenuta l'acqua in questo vaso esterno, e dicendo $BC = x$, $DE = y$, $DC = c$, sarà l'equazione analitica $nbb\sqrt{a} = \frac{2}{3} xy\sqrt{x} + \frac{2}{3} cy\sqrt{x}$, ovvero $3nbb\sqrt{a} = 2xy\sqrt{x} + 2cy\sqrt{x}$, in cui supponendo per incognita la sola $BC = x$, e liberando l'equazione dall'asimetria, si ridurrà a $x^3 + 21xx + ccx - \frac{9nnb^4a}{4yy} = 0$, ed il valore di x sarà

$$\sqrt[3]{\frac{m^3}{2} + \sqrt{\frac{m^6}{4} - \frac{c^6}{729}}} + \sqrt[3]{\frac{m^3}{2} - \sqrt{\frac{m^6}{4} - \frac{c^6}{729}}} - \frac{2}{3}c$$

nella quale $\frac{m^3}{2} = \frac{8c^3yy + 243\,nnb^4a}{216yy}$. Questo valore serve per ritrovare, data la quantità dell' acqua esternamente somministrata da' fori nbb, l'altezza, a cui giongerà sopra la stagnante, la viva BC. Che

se

se l'acqua, che dal vaso esterno entra nel vaso φLDEKA, cadesse sopra l'acqua in esso contenuta, e ridotta già allo stato permanente, tal pressione accrescerebbe il moto della stagnante, cosicchè uscirebbe dalla sezione composta DEB tanta maggior copia di acqua, quanto importerà l'azione di essa nuova pressione equivalente, cioè alle due terze del rettangolo, che avesse per lati, la massima velocità di quest'acqua cadente, e la profondità BD.

VII.

Scolio. Molti sperimenti intorno questi moti ritardati ha fatti il Signor Marchese Poleni, e riferiti nel Libro intitolato: *De motu aquæ mixto*, da' quali si possono rilevare in fatti le altezze vive BC acquistate dall'acqua nell'uscire che fa dalle sezioni BDE. Dice il celebre Autore *di aver ricercate varie regole*, per addattarle alla spiegazione de' fenomeni, *e di aver con molti e molti calcoli procurato di salvare le osservazioni: varias regulas quæsivi, nec sine plurimis calculis tentavi* (*non enim alio modo, quam tentando, res hæc perfici posse videbatur*) *aptare ipsas singulis experimentis &c.* §. 67, e soggiugne di aver finalmente scelta una regola, *la più conveniente di tutte per ottenere il fine, che avevasi proposto*; e di ciò aver eseguito coll'introdur nelle curve paraboliche esprimenti le velocità, certi parametri variabili, le formole de i quali si dichiara di averle fissate col tentare l'operazione, cioè a *posteriori* e dagli effetti risultati dagli sperimenti.

VIII.

Il Teorema su cui sono piantate le proposizioni, è fondato nella supposizione che l'acqua stagnante, dopo esser stata posta in movimento da quella che sopra vi cade, si muova in ciascheduna sua parte con la velocità massima, con cui si muove la viva: così sta espresso al §. 87. con questi sensi: *La quantità dell'acqua, ch'esce per la perpendicolare del moto misto è il prodotto, che si fa dal tempo, moltiplicato per la radice dell'altezza viva nel parametro del moto misto, moltiplicato per le due terze parti della viva altezza, aggiontavi l'altezza morta*, vale a dire con i simboli Algebraici da noi sopr'adoperati, sarà $q = t\sqrt{Px} \times \frac{2}{3}\overline{x+c} = t \times \frac{2x+2c}{3}\sqrt{Px}$. (chiamando P il parametro del moto misto) la qual formola è differente da quella, che si è posta al num. VI.

 di

CAP. IV.

di questo, e la differenza nasce per prendersi la velocità massima competente alla viva altezza, come costante per il moto, che concepir deve l'acqua stagnante, dove nel numero predetto viene esposta per $\frac{2}{3}$ del rettangolo fatto dalla massima velocità, e dalla profondità, ove termina la propagazione del moto. E' pur differente da quella, imperocchè il parametro P si pone nel numero VI costante, dove nel Libro del *moto misto* si varia secondo che variano le altezze che vengono chiamate *vive* e *morte*: La formola per esso si è dedotta, per quanto viene asserito, col tentar l'operazione; quella del numero VI. da i principj più semplici dell'idrometria.

I X.

Scolio I. Se la quantità $s \times \overline{\frac{2x+2c}{3}} \sqrt{Px}$ si porrà eguale alla quantità dell'acqua somministrata dal vaso intermedio, come far si deve ogni qualvolta l'acqua uscente per la sezione del *moto* chiamato *misto* è ridotta allo stato di permanenza, la formola non si troverà a sufficienza corrispondere alla detta uscita. In oltre dandosi P per x e costanti, se noi vogliamo (date le altre quantità) ritrovare l'altezza viva della sezione, non lo potremo fare, secondo a quanto viene prescritto dal Libro predetto, se non arrivando ad una equazione biquadratica molto involuta per ritrarne il valore di x, dove con le formole di sopra registrate non ascende l'equazione, che al terzo grado. I calcoli registrati a' §. §. 82. 83. e 84 per verificare alcune osservazioni, danno il solo rapporto fra la quantità dell'acqua ch'esce in uno sperimento, rispetto a quella ch'esce in un altro, lo che non sembra sufficiente per far conoscere realmente ciò che si cerca.

X.

Scolio II. Ad oggetto però di rilevare il consenso delle formole poste di sopra con li fenomeni osservati dal Signor Marchese Poleni, si sottopone al calcolo lo sperimento registrato al §. 43, servendosi della formola del numero VI. Supponiamo dunque come incognita l'altezza viva, ritrovatasi con l'osservazione, di $\frac{22}{4}$ di linee del piede Regio di Parigi, e come incognite tutte le altre quantità, cioè l'altezza di linee 55 dell'acqua stagnante $= c$, la larghezza della sezione $y = \frac{11}{2}$, il numero di tubi, che scaricano l'acqua cioè $n = 3$, l'altezza dell'acqua del vaso intermedio

$a = 252$

$a=252$ il diametro di ciaſchedun tubo, che il Signor Poleni dice, che arrivava quaſi alle 8 linee, noi le prenderemo come di $\frac{11}{4}$ di linee, e ciò non ſolamente perche in fatti il foro fiſico ſcarſeggiava delle 8 linee, ma ancora perche doveva molto più ſcarſeggiarne la ſezione *razionale* dalla accennata miſura, abbenchè poteſſe poi computarſi qualche coſa di più l'altezza dell'acqua del vaſo intermedio, che però prendendo queſto diametro di $\frac{11}{4}$ di linee ſi crede anzi di prenderlo un po' eccedente, piuttoſto che minore. Eſſendocchè dunque il valore di x è eguale a

$\sqrt[3]{\frac{m^3}{2}+\sqrt{\frac{m^6}{4}-\frac{c^6}{729}}}+\sqrt[3]{\frac{m^3}{2}-\sqrt{\frac{m^6}{4}-\frac{c^6}{729}}}-\frac{2}{3}c$, in cui

$m=\frac{8c^3yy+243\,nnb^4a}{216yy}$ ne rileveremo il preciſo nel modo che ſegue:

X I.

Scolio III. Sarà $bb=47$ ommeſſe le frazioni, che poco o nulla rilevano

$$\begin{aligned}\log.\ 8 &= 0.9030900\\ \log.\ c^3 &= 5.2210881\\ \log.\ yy &= 2.3806634\\ \hline \log. &= 8.5048415\end{aligned}$$

il di cui numero è 319772774

$$\begin{aligned}\log.\ 243 &= 2.3856063\\ \log.\ 9 &= 0.9542425\\ \log.\ b^4 &= 3.3441958\\ \log.\ a &= 2.4014005\\ \hline & 9.0854451\end{aligned}$$

il cui numero è 1217433109; e però la ſumma delli due antecedenti numeri ſarà - - - - 1537205883 (A)

$$\begin{aligned}\log.\ 216 &= 2.3344537\\ \log.\ yy &= 2.3806634\\ \hline & 4.7151171\end{aligned}$$

il di cui numero è 51894, onde ſe queſto dividerà il numero (A), il quoziente 29622 ſarà $\frac{m^3}{2}$ e $\frac{m^6}{4}$ ſarà 877462884. (B) Se

poi

CAP. IV.

poi dal logaritmo di $c^6 = 10.4421762$ si sottrarrà il logaritmo di $729 = 2.8627275$, rimarrà 7.5794487 logaritmo di $\frac{c^6}{729}$ il di cui numero è 37977080, e se questo pure sarà sottratto dal numero (B) resterà $839485804 = \frac{m^6}{4} - \frac{c^6}{729}$ la di cui radice quadrata è prossimamente 28974, onde la formola per il valore di x, diverrà eguale a $\sqrt[3]{29622 + 28974} + \sqrt[3]{29622 - 28974} - \frac{110}{3} = 38\frac{4943}{112810} + 8\frac{113672}{170505} - \frac{110}{3}$, che si riduce a $x = 10\frac{505819101}{11540801430}$.

XII.

Scolio IV. In tali supposizioni dunque l'altezza viva x sarebbe qualche cosa maggiore delle dieci linee, dove il Signor Marchese Poleni la trova solamente $\frac{39}{4}$ di linee: molti accidenti possono esser cagione di un tal divario, i più rimarcabili sono i seguenti: il non aversi determinato il vero diametro *razionale* de' tubi del vaso intermedio, come sopra si è avvertito; l' aversi ommessa la considerazione di qualche frazione nel calcolo ad oggetto di non imbarazzarsi in una fatica fuori di proposito; l' aversi preso nell'osservazione in vece della vera altezza dentro del labbro che fa l'acqua in strammazzando nella stagnante, qualche altezza nella stessa curvatura del detto labbro; e finalmente, perche forse, per niente dissimulare li $\frac{2}{3}$ del rettangolo fatto dalla massima velocità nella profondità da noi preso per esprimere il moto dell' acqua che prima era stagnante, non è per avventura la supposizione più esatta, ripugnando anche alla sperienza; mentre non abbiamo mai ritrovato che i tempi abbiano veruna costante relazione alle altezze vive, lo che pure dovrebb'essere, quando le velocità avessero qualche relazione alle altezze. Potrebbe tal varietà anco derivare, perche il moto orizontale concepito dall' acqua, penetrando assai sensibilmente fino al fondo, turbasse la legge predetta, e ricercasse di prendersi un' altra quantità diversa dal rettangolo, di cui si è detto; lo che non può veramente determinarsi che con molte e molte sperienze ed osservazioni.

XIII.

Si è sottoposta al calcolo la medesima osservazione del §. 43. del Libro predetto, supponendo cognite tutte le quantità, fuori che

che l'altezza dell'acqua del vaso intermedio S, e ciò per scandagliare se in fatti corrisponda alla formola in esso fissata $q = \frac{2}{3} \times \overline{x+c} \times y \sqrt{Px} = nbb \sqrt{a}$, oppure $\sqrt{a} = \frac{\frac{2}{3} \overline{x+c} \times y \sqrt{Px}}{nbb}$. Avressimo, per vero dire, ricercato volontieri, come nel numero XI di questo si è fatto, il valore dell'altezza viva x, ma il tedio di aver a sviluppare un'equazione del quarto grado ci ha fatto astenere da una tal ricerca; tanto più, che se il metodo è conforme alla verità, questo, supposta incognita qualunque quantità, quando le altre sieno note, deve far rilevare il valore dell' indeterminata. Per una maggior facilità adunque abbiamo presa per incognita l'altezza predetta a, e supposti i numeri esprimenti le altre quantità, come sopra; si è in primo luogo sulle tracce del §. 71 ritrovato il valore del parametro del *moto misto*, senza però supporre divisa la linea del piede Regio nelle $\frac{m}{40}$ parti, come ivi viene praticato, ma prendendola come una linea appunto, e supponendo poi il parametro del moto chiamato *semplice* eguale all'unità, che dal Signor Marchese Poleni si fa 1000, si trova per tanto P eguale a $\frac{8971}{11265}$, le altre quantità sono $x = \frac{11}{4}$, $c = 55$, $bb = 47$; $y = \frac{11}{2}$, onde sostituendo questi valori nella formola soprapposta, e riducendola proviene $\sqrt{a} = 17$ ed $a = 289$. Sopra di che è d'avvertire, essersi tralasciate le frazioni, come poco o nulla alteranti il calcolo; ma secondo l'osservazione era $a = 252$, che però risulta maggior del vero la quantità dell' acqua, che si fa uscire per la sezione del *moto misto*, e potersi concludere che la formola non ben regge alla verità, comecchè in tali supposizioni eccede l'altezza dell'acqua del vaso di mezzo la vera osservatasi, di una quantità di linee 37.

XIV.

Che se in vece di supporre incognita la dett' altezza, si farà tale la largheza della sezione cioè y, per vedere se il calcolo più si accostasse a quanto fu rilevato nell'osservazione, sarà la formola per questo caso $y = \frac{nbb\sqrt{a}}{\frac{2}{3}\overline{x+c}\sqrt{Px}}$, in cui $a = 252$, e sostituendo i numeri posti e ritrovati di sopra, si ha, lasciate le frazioni $y = 13$ quando nel §. predetto viene determinata $\frac{11}{2}$ cioè molto maggiore: Che però ad oggetto di far che uscisse una determinata quantità di acqua per la sezione del *moto misto*, converrebbe restringerla alle dette linee 13, con manifesto dissenso dell'osservazione dalla formola.

Si

XV.

Si è pur fatta altra prova del noſtro metodo ſopra l'oſſervazione regiſtrata al §. 48 in cui l'altezza *morta* ſi fa di linee in circa 16, la larghezza della ſezione linee 38, e ſi hanno 12 tubi aperti, perſiſtendo l'acqua del Vaſo di mezzo pure alle linee 252. Si ritrova dunque, che queſti numeri rettamente ſoſtituiti nella noſtra formola danno $x = 40\frac{1}{2}$ proſſimamente, dove nel Libro predetto ſi pone linee 42, con divario quaſi ſprezzabile, potendo anco eſſer provenuto dall'averſi preſo $c = 16$, quando dovevaſi prendere $c = \frac{65}{4}$ cioè un po' maggiore di 16. Ma eſaminando la formola del Signor Poleni, col porre per incognita l'altezza a dell' acqua del vaſo di mezzo, ſi trova per lo ſperimento ſopradetto del §. 48 eſſere il parametro del moto *miſto* $P = \frac{6375}{7511}$; onde ſoſtituendo i valori degli altri numeri, facendo $c = 16$, come ſopra, ſi ha che l'altezza ſopradetta a, dovrebb' eſſere, neglette le frazioni, eguale a 289, come appunto fu ritrovato, calcolando l'oſſervazione del §. 43, e per conſeguenza maggiore di quello, che realmente fu ritrovata, e dev' eſſere di un ecceſſo di linee 37 proſſimamente. Un tale conſenſo fra tutti e due gli ſperimenti, calcolati ſecondo le formole del Signor Marcheſe Poleni, fanno chiaramente comprendere eſſervi dappertutto dell' eſorbitanza, e prenderſi la quantità dell' acqua uſcita col *moto miſto* maggiore di quello, che in effetto dovrebb' eſſere.

XVI.

Corollario I. Qualunque delle quantità, ch'entrano nella noſtra equazione fondamentale $x^3 + 2cxx + ccx - \frac{9nnb^4a}{4yy} = 0$ ſuppoſta per incognita, e cognite tutte le altre, ſi avranno nuove formole, che faranno conoſcere il valore delle medeſime. Sia in grazia di eſempio incognito il numero di tubi n per i quali ſi ſcarica il vaſo di mezzo. L'equazione ſi cangerà nella ſeguente (1) $n = \frac{29\sqrt{x^3 + 3cxx + ccx}}{3bb\sqrt{a}}$, nella quale eſſendo cognite a, c, bb, x, ſi ritraerà il vero valore di n, cioè il numero predetto dei tubi da aprirſi, acciocchè con l'altezza a dell'acqua del vaſo di mezzo, ſi abbiano poi ancora le altre quantità ricercate.

II. Ma

II. Ma ponendo incognita l'altezza dell'acqua e del vaso di mezzo, sarà la formola (2) $a = \frac{4yyx^3 + 8cxxyy + 4ccxyy}{9nnb^4}$.

CAP. IV.

III. E supponendo incognita la c, cioè l'altezza *morta* della sezione, sarà (3) $c = -x + \sqrt{xx + mm}$, in cui $mm = \frac{9nnb^4a - 4yyx^3}{4xyy}$.

IV. E facendo incognita la larghezza della sezione y, sarà (4) $y = \frac{3nbb\sqrt{a}}{2\sqrt{x^3 + 2cx^2 + ccx}}$.

V. E finalmente volendosi per incognito il lume di uno de' tubi (eguale però di diametro a tutti gli altri) del vaso di mezzo, sarà la formola $bb = \frac{2y}{3n\sqrt{a}}\sqrt{x^3 + 2cxx + ccx}$.

I casi possibili dagl' impossibili si manifesteranno dalle stesse sostituzioni, quando provenghino quantità negative o immaginarie.

VI. Servendosi della (3) formola $c = -x + \sqrt{xx + mm}$ per ritrovare l'altezza dell'acqua stagnante c, se il numero n de' tubi del vaso di mezzo sarà 8, $bb = 47$ linee quadrate, $a = 300$, $y = 20$, $x = 12$ diverrà l'antedetta formola $c = 129$ nella quale $mm = 19737$ e $\sqrt{xx + mm} = 141$ prossimamente.

XVII.

Sia da ridursi il *moto ritardato* al *moto libero*, vale a dire, data la sezione, in cui vi sia un' acqua stagnante posta in moto da un'acqua viva corrente che gli sopravenga, ritrovare un'altra sezione, nella quale movendosi liberamente l' acqua, scarichi questa in un dato tempo la stessa quantità di acqua che scaricava la sezione del moto *ritardato*. Intendasi nella perpendicolare alla AD l'altezza BD, in cui per lo spazio BC muovasi l'acqua di moto *libero*, e in CD di moto *ritardato*. Sia BE la parabola esprimente la velocità del moto *libero* e $\frac{2}{3}$ CE × CD l'area, che connota il moto *ritardato*; egli è da ritrovarsi l'altezza FG, sopra la quale, come asse descrivendosi la parabola FGH, esprima l'area di questa una quantità eguale alla quantità dell'aggregato dei due moti predetti *libero* e *ritardato*, cioè, che l'area FHG sia eguale alle due aree BCE e $\frac{2}{3}$ DC × CE. Chiamisi la FG l' altezza media de i due moti suddetti; e dovendo per la supposizione esser eguali le aree BCE + $\frac{2}{3}$ CE × CD a FHG, sarà l'equazione

TAV. II. Fig. 2.

 (dicen-

CAP. IV.

(dicendo u la GH, y la CE, e le altre linee chiamandole e determinandole come sopra) $\frac{2}{3} cy\sqrt{x} + \frac{2}{3} xy\sqrt{x} = \frac{2}{3} uz\sqrt{z}$ (z è l'altezza ricercata FG) che si riduce a $z = \sqrt[3]{\frac{\overline{c+x}|^2 \times xyy}{uu}}$, e l'area mista diventerà $\frac{2}{3} u \times \sqrt[3]{\frac{\overline{c+x}|^2 \times xyy}{uu}} \times \sqrt{\sqrt[3]{\frac{\overline{c+x}|^2 \times xyy}{uu}}}$. Che però se si dirà q la quantità dell'acqua uscita per FG in un dato tempo t, sarà $q = \frac{2}{3} tu \sqrt[3]{\frac{\overline{c+x}|^2 \times xyy}{uu}} \times \sqrt{\sqrt[3]{\frac{\overline{c+x}|^2 \times xyy}{uu}}}$, e tale sarebbe la ricercata quantità, che darebbe la sezione *libera* nelle condizioni de' moti antedetti *libero*, e *ritardato*, e la velocità media $\frac{2}{3} u\sqrt{u} \sqrt[3]{\frac{\overline{c+x}|^2 \times xyy}{uu}}$.

XVIII.

Corollario. L'altezza della sezione *libera* z del moto *ritardato* dell'osservazione registrata al §.43 del *moto misto*, supponendo $u = y$ sarebbe eguale a linee 33 prossimamente, ricavandosi ciò dalla formola posta al numero antecedente, divenendo in tal supposizione $z = \sqrt[3]{\overline{c+x}|^2 \times x}$, nella quale $c = 55$, $x = \frac{11}{4}$. Ma l'altezza della sezione libera del moto *ritardato* del §. 47 in cui $c = 108$, $x = \frac{11}{4}$, ed $y = u$ sarà eguale a linee 32 in circa.

XIX.

Sia proposto da indagare nel peso di grani l'acqua, che fosse per uscire dalla sezione *libera* del moto *ritardato* dentro lo spazio di un minuto di ora. E' chiaro da vedere, che la formola per questi casi è la registrata al numero XVIII del Capitolo II, e che allora la y ivi adoperata diventa zero; sarà adunque $r = \frac{252160 \times 3}{9 \times 564\sqrt{564} - 561\sqrt{561}} \times f\sqrt{x}$, ma $f\sqrt{x}$ è eguale in queste supposizioni ad $uz\sqrt{z}$ ovvero facendo $u = y$ ad $yz\sqrt{z}$, perlochè sarà la quantità dell'acqua ridotta al peso di grani per il tempo predetto di un minuto di ora $r = \frac{252160 \times 3}{9 \times 564\sqrt{564} - 561\sqrt{561}} \times y \sqrt[3]{\overline{c+x}|^2 \times x} \sqrt{\sqrt[3]{\overline{c+x}|^2 \times x}}$, nella qual formola basterà sostituire i valori di c, x e y per conoscer la ricercata quantità.

Scolio.

X X.

Scolio. Essendo per tanto, secondo l'osservazione del §. 43. $y=\frac{31}{2}$, $c=55$, $x=\frac{33}{4}$, ed essendosi trovato al numero XVIII di questo $z=33$, sarà $\sqrt{z}=\sqrt{33}$, onde $r=\frac{252160\times 3}{990}\times\frac{31}{2}\times 33$ $\sqrt{33}$, che fanno grani prossimamente 2233526 per un minuto primo d'ora, ch'equivalgono ad once cubiche 2841 $\frac{250}{393}$; e nello sperimento del §. 47, uscirebbero nel medesimo tempo grani in circa 2177925, ommesse le frazioni. Si potrebbero rettificare queste operazioni col ridurre a peso l'acqua, ch'esce dal vaso intermedio S, ed in tal modo sarebbe ridotto il foro verticale all'orizontale, come viene anco prescritto al numero XX del Capit. II. e la quantità dell'acqua sarebbe $\frac{126080}{110}\times f\,252\sqrt{252}-\frac{977}{8}\sqrt{977}$. Ma se si ponesse f ch'è l'orificio di uno de' fori, di linee quadrate 47, come sopra si è fatto, supposto il diametro $7\frac{1}{4}$, ne darebbero i tre fori maggior quantità di quella, che fosse per dare la *media* sezione *libera* del moto *ritardato*; onde perche si ottenghi l'eguaglianza, sarebbe da farsi $f=28$ linee quadrate, cioè, che il diametro di uno de' fori fosse di sole linee 6. Un tal divario può procedere dalle resistenze che incontra l'acqua all'uscire, essendovi molta differenza fra il moto dell'acqua osservato nello sperimento del Guglielmini, preso da noi per *radicale*, e quello osservatosi dal Signor Marchese Poleni. Il Guglielmini prese un vaso molto alto per le sue osservazioni; cosicchè vi è luogo di credere, che il moto dell'acqua risentisse minori resistenze in uscire dal suo orificio; in somma molte sono le circostanze che vanno alterando la quantità dell'acqua uscente da i vasi, per battere di puntino con li fondamenti teorici del calcolo; lo che abbiamo voluto accennare, perche alcuno non credesse che volessimo troppo attribuire alle nostre proposizioni, o troppo derogare alle dottrine con studio, fatica e merito avanzate dagli altri.

X X I.

Non solamente dall'equazione fondamentale $\overline{c+x}|^2 \times x=\frac{9nnb+1}{4yy}$ si può avere l'altezza *media* z coll' eguagliare la frazione di que-

 sta a,

CAP. IV. sta a, $\overline{c+x}|^2 xx$, ma ancora coll'eguagliarla all'altro membro $\frac{9nnb^4a}{4yy}$ essendo questa quantità parimenti composta dalle condizioni della mole dell'acqua, ch'esce dal spesse volte nominato vaso di mezzo, che ha servito per le osservazioni del moto misto: Comechè dunque devesi conservar l'eguaglianza fra $\overline{c+x}|^2 xx$ e $\frac{9nnb^4a}{4yy}$, così il valore dell'altezza della sezione *media* z, dovrebbe trovarsi sempre lo stesso, tanto diducendolo da uno, che dagli altri membri; contuttociò se con le osservazioni registrate dal §. 43 fino al §. 55. inclusivamente del Libro predetto, se ne farà la prova, si rileverà esservi un sensibile divario fra le medesime *medie* altezze. Le due Tavole del numero seguente ne faranno conoscere le differenze, nelle quali la prima colonna contiene le altezze medie *del moto ritardato* ricavate dalle altezze *viva* e *morta*, osservate negli sperimenti predetti; e la seconda contiene le medesime altezze *medie* calcolate sopra la quantità dell'acqua somministrata dal vaso di mezzo. Per la prima colonna si è adoperata la formola $z = \sqrt[3]{\overline{c+x}|^2 xx}$; e per la seconda quella di $z = \sqrt[3]{\frac{9nnb^4a}{4yy}}$, avvertendo che la sezione *media* si suppone della stessa larghezza di quella del *moto ritardato* di linee quadrate 47, cioè, il di cui diametro sia linee $7\frac{3}{4}$. E' anche d'avvertirsi, di aversi fatti questi calcoli, senza tener conto delle frazioni, ciò nulla rilevando per una sufficiente esattezza.

XXII.

Scolio I. TAVOLA PRIMA delle altezze *medie* del *moto ritardato*, secondo le osservazioni registrate nel Libro del *moto misto* dal §. 43. fino al §. 55.

§.	Altezze medie delle sezioni.		Altezze medie de' fori del Vaso di mezzo.
43	33		36
44	55+	Altezza morta linee 55.	57
45	73	Larghezza linee $\frac{11}{4}$.	75
. .	90		91+
. . .	106		105

Al-

§.	Altezze medie delle sezioni		Altezze medie de' fori del Vaso di mezzo
47	33		36
. .	51		57
. .	70	Altezza morta linee 108	75
. .	85+	Larghezza linee $\frac{35}{2}$.	91+
. .	99		105
48	19		20
. .	30	Altezza morta linee 26	31
. .	43	Larghezza linee 38	41+
. .	52		50+
. .	61		58
49	35+	Altezza morta linee 35	38
. .	62	Larghezza linee 79	65

TAVOLA II. delle altezze *medie* del moto *libero*.

§.	Altezze medie delle sezioni		Altezze medie de' fori del Vaso di mezzo
53	15		$13\frac{73}{100}$
. .	23	(Larghezza linee 88.)	$21\frac{79}{100}+$
. .	30		$28\frac{56}{100}+$
. .	37		$34\frac{59}{100}$
54	21		$19\frac{49}{100}$
. .	34	(Larghezza linee 52.)	$30\frac{95}{100}$
. .	44		$40\frac{50}{100}$
. .	52		$49\frac{13}{100}$
55	21		$19\frac{83}{100}$
. .	33		$31\frac{49}{100}$
. .	45		$41\frac{33}{50}$
. .	54		$49\frac{97}{100}$
. .	63		58

XXIII.

Scolio II. Molte cose possono esser cagione del divario, che si è notato fra le osservazioni ed il calcolo, una delle più probabili sarebbe, se rettamente non fosse stato da noi assunto il diametro *razion ale* de' fori del vaso di mezzo, stabilito come si è detto di linee

CAP. IV. nee $7\frac{3}{4}$, e reſtarebbe ciò anche avvalorato, ſe iſtituendoſi il calcolo col ſupporre, in grazia di eſempio, che l'altezza *media* dello ſperimento del §. 43 foſſe di ſole linee 33 in vece delle 36, che nella ſuppoſizione predetta ſi ſono ritrovate; ed in fatti ſi rileva, che ad oggetto che i fori e le ſezioni diano la ſteſs' altezza *media* per lo ſperimento del §. 43, che ciaſcheduno de' fori dovrebbe avere di diametro linee $7\frac{237}{1000}$, grandezza non eccedente in paragone del diametro *razionale*; ma ſe poi queſta quantità ſi prenderà come coſtante, non corriſponderanno gli eſperimenti de' paragrafi ſuſſeguenti, mentre facendo attenzione alla ſerie di ambe le altezze *medie* e delle ſezioni, e de i fori, ſi vede che l'altezza *media* della ſezione del §. 43. è di linee 33, e quella de i fori di linee 36; ma quella ch'è la quinta dopo di queſta, cioè quella degli ſperimenti del §. 45 ha per altezza *media* della ſezione linee 106, e per altezza media de i fori linee 105, minore dell'altra, dove nel §. 43 l'altezza *media* delle ſezioni era minore dell'altezze *media* de i fori, e per queſto tal eſperimento il diametro *razionale* dovrebb' eſſere $7\frac{153}{200}$, ch'è maggiore di quello ritrovato di ſopra in ragione di 7765 a 7237.

XXIV.

Scolio III. Più curioſo è il riſultato del calcolo degli ſperimenti regiſtrati incluſivamente dal §. 53 ſino al §. 55 fatti per i moti *liberi*, o, come ſi chiamano nel Libro del *moto miſto*, *ſemplici*; mentre ſe i fori e le ſezioni deſſero, come ſarebbe uopo, la ſteſſa altezza *media* in una larghezza, che foſſe reſpettivamente eguale alla larghezza delle ſezioni *libere* de i medeſimi ſperimenti, ſecondo al calcolo fatto ſopra 13. oſſervazioni, ciaſcun diametro *medio* de' fori del vaſo di mezzo, dovrebb' eſſer di linee $8\frac{17}{171}$, coſa che non può correre, non arrivando alle 8 il diametro ſteſſo di uno de i fori, come ſi rileva al §. 38, convien però dire, che qualche altra circoſtanza alteri queſte miſure: può eſſere che le reſiſtenze, incontrate dall' acqua in uſcendo da i fori, alterino in parte le altezze; contuttociò non ſarei perſuaſo che foſſero per riuſcire sì ſenſibili da indurre tal variazione. Quello che mi ſembra poter molto contribuire a ciò, ſi è che l'acqua ſcappando dalle ſezioni, non altrimenti di quello faccia in uſcendo da' fori, è coſtretta a formare una ſezione, che non impropriamente ſi potrà chiamare *contratta*, e per conſeguenza minore della *reale*, onde ſarebbe ſtato deſiderabile di indagarſi anco la miſura di queſte

ſezio-

sezioni *contratte*, come si hanno per le vene delle acque uscenti da' vasi.

XXV.

Nella supposizione dunque, che i diametri *razionali* de' tubi del vaso di mezzo siano ciascheduno di essi di linee $7\frac{3}{4}$ o siano linee quadrate 47, e che le sezioni del *moto libero* si restringano secondo la loro larghezza all' uscire che fa l'acqua, durando invariata l'altezza delle medesime sezioni; in tal caso ad oggetto di salvare l'egualità delle sezioni *medie*, sarebbe uopo supporre nello sperimento primo del §. 53 in luogo della larghezza delle linee 88, solo linee $77\frac{6}{100}$, e nel §. 54 per il primo sperimento in vece delle linee 52, solamente linee $46\frac{72}{100}$, e finalmente nel primo sperimento del §. 55. in vece delle linee 38, linee $34\frac{19}{100}$, tutto ciò ricavandosi dalla formola $y = \frac{3\,nbb\sqrt{a}}{2\sqrt{z^3}}$, nella quale il valore di z è sempre l'altezza respettiva delle sezioni libere 15, 21, 21; cosicchè sembra potersi senza notabile errore prendere pel restringimento delle sezioni l'ottava parte di meno del diametro *reale*, onde aversi il diametro *razionale* della sezione, e secondo un tal computo, dicendo il diametro *reale* d, sarebbe il razionale $\frac{7}{8}d$.

XXVI.

Questa regola però, abbenchè paja non molto lontana daldalla verità, almeno nelle sezioni de' *moti liberi*; nientedimeno può molto ingannarci, secondo la diversità de' casi, ed al certo della medesima non sarà da servirsi per le sezioni de' moti *ritardati*; mentre in questi a cagione dell'acqua stagnante che rintuzza il moto vivo di quella che scende, molte altre cose possono entrare a render fallace la suddetta regola; molti sperimenti vi abbisognerebbero per accostarsi al vero a norma del variarsi degli accidenti: converrebbe, oltre il ristringimento della larghezza, ridurre a calcolo ancora le resistenze per li sfregamenti incontrati dall' acqua in uscendo da i vasi, e rilevare (del che vi è molto da dubitare) se in fatti nelle sezioni si possa prendere per inalterata l'altezza, come sopra si è esposto, per aversi l'area *razionale* della medesima. In somma quanto si è detto, è stato solamente per accennare da che possa dipendere l'eguaglianza dell'altezze delle sezioni *medie*, comparate colle se-

CAP. IV.

le sezioni *libere*, e a fori del vaso di mezzo, quando la stessa quantità di acqua e nell'une, e negli altri si scarica nel medesimo tempo. Chi potesse combinare tutte le possibili variazioni che succeder possono, vederebbe a capello dove sta radicata questa disuguaglianza; ma l'umano intelletto è troppo limitato per giugnere a ciò, e deve contentarsi da rilevarne solamente una poca parte, e di accostarsi nelle cose fisiche nel miglior modo che può al vero, se non può effettivamente conseguirlo.

CAPI-

CAPITOLO QUINTO.

PARTE PRIMA.

Della velocità dell' acque correnti ; loro leggi e calcoli secondo varj Autori.

I.

ESsendo essenzialissima cosa in trattandosi dell' acque correnti, come sono quelle de' fiumi, il determinare il grado della loro velocità, dipendendo dalla retta cognizione di questa ed il mezzo di rilevare il moto, con cui esse progrediscono, e la maniera di ridurre a calcolo quella reazione ch' esercita contro di esse il recipiente, ch' è l'alveo, come pure l'intendere e l'accrescimento che un influente produrrebbe in un alveo, e l'abbassamento che nascerebbe, quando si facessero una o più diramazioni; quindi per preliminare della materia de' fiumi, che si và ad ispiegare, si è da me stabilito il versare sopra questo punto, che io faccio il principale nell' affare di che si tratta; e perche quanto si anderà avanzando sia meno equivoco e più certo, ho procurato di fondarlo sopra le migliori scoperte che fin ora si sono fatte da i più esperti Idrometri. Si è creduto in fatti, che dacchè il Torricelli, il Mariotte, ed il Guglielmini, rilevarono co' loro sperimenti, che l'acqua in uscendo da i fori de' vasi, sempre conservata ad una costante altezza, abbia una velocità corrispondente alla dimezzata delle altezze dei medesimi Vasi, si è creduto, dico, che la stessa legge avesse pur a conservarsi anco nelle acque correnti de' fiumi, considerandosi l'acqua di questi, come se uscisse da un vaso alto quanto la stessa origine del fiume, e che avesse un' apertura eguale all' area della sezione, sopra di cui aveva a cadere il calcolo. Contuttociò, se ben si attende alla moltiplicità delle circostanze che alterar possono questa legge, si vedrà non difficilmente, che quanto si asserisce, non può sì di leggieri verificarsi, quando bene non si prendesse per modano un fiume, che camminasse senza resistenze, e che liberamente sboccasse non in un altro fiume, o nel Mare, o in un Lago o Laguna, come tutti

 fanno,

fanno, ma sto per dire, in aria, oppure nel vuoto; che però la maniera di calcolare esse velocità con l'analogia de' vasi, riesce, se non ideale, certamente poco adattabile alla pratica.

II.

Benedetto Castelli Abate Cassinense, che prima di ogni altro seppe unire la scienza delle acque alla Geometria, avendo fatto certo sperimento pretese di provare, che le velocità delle acque correnti stessero respettivamente come le altezze delle medesime acque; opinione, che fu seguitata dal Barattieri, ed anco dal celebre Montanari, come si rileva dalle molte Scritture prodotte in materia di acque, nel tempo ch'egli, trovandosi al servigio della Veneta Repubblica, sosteneva in Padova la Catedra d'Astronomia e Meteori. Il fondamento, su di cui il Castelli appoggia i suoi raziocinj, consiste in uno sperimento registrato da lui nel Corollario secondo della Proposizione 4 del Libro intitolato, *Dimostrazioni Geometriche della misura delle acque correnti* a c. 92. esprimendosi nel modo che segue: *Io ho preparato*, dic'egli, *cento sifoni, o vogliam dire canne ritorte, tutte eguali, e postele al labbro di un vaso, nel quale si mantiene l'acqua con un istesso livello (o lavorino tutte le canne, o qualsivoglia numero di esse) collocate le bocche, dalle quali esce l'acqua, tutte al medesimo livello parallelo all'orizonte, ma più basso di livello dell'acqua del vaso; e raccolta tutta l'acqua cadente da i sifoni in un altro vaso più basso, l'ho fatta scorrere per un canale, incbinando in modo, che mancando l'acqua da i sifoni, il canale rimane affatto senz' acqua asciutto. E fatto questo, misurai l'altezza viva del canale diligentemente, e poi lo divisi in dieci parti eguali precisamente; e facendo levare via 19 di quelli sifoni, in modo che il canale non scorreva acqua se non di 81 di quei sifoni; di nuovo osservai l'altezza viva dell'acqua nel medesimo sito osservato di prima, trovai che l'altezza sua era scemata la decima parte precisamente di tutta la sua prima altezza; e così seguitando a levare 17 altri sifoni, l'altezza era pure scemata $\frac{1}{10}$ di tutta la prima sua altezza viva, e provando a levare 15 sifoni, poi 13, poi 11, poi 9, e poi 7, poi 5, e poi 3, sempre in queste diversioni fatte ordinatamente, come si è detto, ne seguiva ogni sbassamento di $\frac{1}{10}$ di tutta l'altezza. E quì fu cosa degna d'esser osservata, che crescendo l'acqua per detto canale, la sua altezza viva era diversa in diversi siti del canale, cioè sempre minore, quanto più si av-*

si avvicinava alla sboccatura; contuttociò lo sbassamento seguiva in tutti i luoghi proporzionatamente, cioè in tutti i siti scemava la prima parte dell' altezza di quel sito, e di più usciva l'acqua dal canale sparsa in campo più largo, dal quale pure avendo diversi esiti e bocche, in ogni modo ancora in quella larghezza, le altezze vive s' andavano variando, e mutando colle medesime proporzioni. Nè quì mi fermai nell' osservazione, ma sendo scemata l'acqua, osservai l' altezza viva, che faceva ne' sopradetti siti (la quale era pure un decimo di tutta la prima altezza,) aggiunsi all' acqua di quel sifone l'acqua di tre altri sifoni, sicchè tutta l' acqua era di 4 sifoni, ed in conseguenza quadrupla della prim' acqua, ma l'altezza viva era solamente il doppio; ed aggiongendo cinque sifoni l'altezza viva si fece tripla, e con aggiungere sette sifoni, l' altezza cresceva il quadruplo: e così coll' aggiunta di nove cresceva il quintuplo: e coll' aggiunta di 11 cresceva il sestuplo: e coll' aggiungere di 13 cresceva il settuplo: e coll' aggiungere di 15 l'ottuplo: e coll' aggiungere di 17 il nonuplo, e finalmente, aggiungendo 19 sifoni; sicchè tutta l' acqua era centupla dell' acqua di un sifone solo; in ogni modo l'altezza viva di tutta questa acqua era solamente decupla della prima altezza, congiunta dall' acqua che usciva da un solo sifone.

III.

Scolio. Da tutto ciò si rileva. Primo, che l'esperienza è stata fatta in un canale di non poca estensione, benchè l' Autore lo chiami vaso; e questo si raccoglie, mentre l'acqua stava sempre al medesimo livello, o lavorassero tutte le canne, o qualsivoglia numero di esse, lo che al certo accaduto non sarebbe in un Vaso, benche di molta capacità, quando non li fosse stata rimessa altrettant' acqua, quanta ne scaricavano le canne. Secondo, si raccoglie, che il recipiente, benche ancor questo lo denomini l'Autore vaso, fosse pur un canale; soggiugnendo aver fatta discorrere l'acqua raccolta proveniente da i sifoni *per un canale*, inclinato in modo che restasse tutto vuoto ed asciutto, ogni qualvolta veniva a mancare l'acqua de i sifoni.

IV.

Attesocchè dunque per il num. XV del Capitolo I; le quantità dell' acqua nelle sezioni de' canali, prescindendo dalle resistenze, sono in ragion composta della velocità, e delle altezze delle medesime sezioni, quando sia data la larghezza di queste;

CAP. V. Parte prima.

faranno le velocità in ragion diretta della quantità, e reciproca delle altezze; divisa pertanto avendo il Castelli tutta l'altezza viva, derivata dall'acqua, uscente da tutti i cento sifoni, in dieci parti eguali, cominciò ad otturare tanti de i detti sifoni, cosicchè quest'altezza fosse scemata di un decimo, cioè restasser nove parti delle dieci, e trovò che chiuderne diecinove conveniva. Dicendo dunque Q la quantità dell'acqua, la quale da un dato numero di sifoni esce, ed V la velocità che avrà nel canale che riceve l'acqua da i sifoni, X l'altezza che si va variando, a misura, che giuoca maggiore o minore numero di sifoni, sarà l'equazione $Q = VX$ ed $V = \frac{Q}{X}$.

V.

Scolio I. A norma della prima osservazione del Castelli, acciocchè l'altezza restasse 9 parti, si ebbero a chiudere 19 sifoni, e restavano però 81, tanti adunque davano acqua nel canale; quindi $V = \frac{81}{9} = 9$. Per la seconda osservazione per avere l'altezza 8 se ne chiusero altri 17, sicchè rimasero 64; e per tanto in in questa supposizione $V = \frac{64}{8} = 8$. Per la terza osservazione se ne chiusero 15, e rimasero 49, nell'altezza 7, onde $V = \frac{49}{7} = 7$, e così di mano in mano; sicchè le velocità secondo questi sperimenti furono come i numeri 10. 9. 8. 7. &c. cioè nella progressione aritmetica decrescente, e semplicemente come le altezze respettive dell'acqua osservatesi nel canale inclinato, in cui esercitavasi il di lei moto.

VI.

Corollario. Da questo sperimento e raziocinio si ricava, che Q sarà anco eguale a XX, e per conseguenza che $X = \sqrt{Q}$, mentre si è veduto che $V = X$; e però le altezze saranno in ragione dimezzata delle quantità dell'acqua. Viene ciò comprovato dal Castelli con l'osservazione che fece di aprire tanti sifoni, fino che ottenesse le altezze, che andassero crescendo aritmeticamente di una decima parte per volta. Osserva dunque, che per avere la prima, cioè che crescesse di una decima di tutta l'altezza, bastava che giuocasse un solo sifone: ma per averne due decime, li convenne aprirne altri tre, cosicchè fra tutti erano quattro; per il primo caso $X = \sqrt{1} = 1$, per il secondo $X = \sqrt{4} = 2$. Per elevare l'acqua a tre decime parti, ebbe ad aprirne altri cinque, che in

tutti

tutti erano nove, ed in fatti $X=\sqrt{9}=3$; ponendo adunque tutti i numeri ritrovati 1, 2, 3 in serie, si vede, ch'essi compongono una progressione aritmetica, ricavandosi il tutto dal supposto, che le altezze stiano fra di loro in dimezzata della quantità.

VII.

Scolio II. Degno di osservazione in questi sperimenti pur si rende, di avere il Castelli lasciato non solo liberamente piombare l'acqua da' suoi sifoni nel sottoposto canale, ma di aver voluto disponer questo in maniera, inchinandolo, cosicchè lasciasse facilmente uscir l'acqua che riceveva, fatto ciò senza alcun dubbio per accostarsi il più che fosse possibile a' fenomeni delle acque correnti de' fiumi; mentre per altro non potevano mancar mezzi di venir in chiaro della verità che ricercava: Il dubitare della quale in una tale sperienza, sembra che troppo offendesse il credito di questo Chiarissimo Autore; onde senza più fermarsi nell'ulterior disamina delle circostanze, che avessero potuto per avventura turbar l'osservazione, passeremo a rappresentare ciò, che altri in tal proposito hanno osservato, perche dal confronto degli sperimenti si possa giudicare del più verisimile.

VIII.

Il Barattieri, rinomato Ingegnere, e Scrittore d'Idrostatica nel Volume secondo della *Architettura dell' acque* al *Cap. II. pag.66.* produce un *caso*, come e' lo chiama, di *esperienza*. Consiste questo in un'osservazione dell'altezza dell' acqua di un acquedotto, detto la Codogna sul Lodigiano, che scaricava l'acqua, prima libero, poi in parte chiuso; riporteremo le di lui stesse parole e figura, acciocchè se ne rilevi il vero fondamento della sperienza, e del discorso che vi fa sopra. *L'acqua*, dic'egli, *della Codogna, acquedotto de i maggiori del Lodigiano, si riduce in fine ad un Regolatore o Partitore, dentro al quale si divide in quatro acquedotti ineguali di quantità, e di larghezza, ma però tutti disposti con una medesima pendenza.* *Noi però, per facilitare il discorso, la supponiamo divisa in due parti sole, nel modo che mostra la sezione ABGF divisa in due parti dalla perpendicolare CD nelle larghezze di 67 per AC, ed 86 per la parte CB, che costituiscono la larghezza tutta di AB, numero 153, passando per la sezione AD quantità di acqua numero 37 e due terzi, e per la*

TAV. II. Fig.3.

CG

CAP. IV. Parte prima.

CG quantità 48 e un terzo, che sono in tutto quantità 86, e secondo il paese sono oncie 86 di acqua di sua misura. Per questa operazione fu preso il tempo, che l'acqua era di quantità maneggiabile, e misuratane la sua prima altezza viva CD, si trovò essere once lineari 8 $\frac{1}{12}$. $\frac{1}{6}$, che moltiplicate in se stesse, formano di quadrato n. 67. Si fece immediatamente serrare la parte CDBG, che comprende la quantità 48 & un terzo di acqua; e tali quantità 48 & un terzo furono ridotte a passare tutte unite con le quantità 37 e due terzi, nella parte AC larga 67, e fermatosi tanto che fosse fatta la piena possibile, fu poi misurata la seconda altezza viva che si fece nella sezione AC, per causa di tutta la quantità 86, e fu trovata essere la perpendicolare ED once 12 $\frac{4}{12}$ x $\frac{1}{2}$, il qual numero forma il quadrato 153 in punto. Considerati noi gli effetti seguiti in questo caso, cominciassimo a cavare le seguenti notizie: Primo, essendo l'acqua che corre per la sezione AD, quantità 37 e due terzi, e la quantità dell'acqua che corre per la sezione HD, quantità 86, ed essendosi trovato il numero quadrato della prima altezza CD, 67, ed il quadrato dell'altezza seconda BD, 153, arrivassimo a conoscere che le proporzioni delle medesime quantità, erano come le proporzioni de i medesimi quadrati delle loro altezze, e corrispondentemente i quadrati come le loro quantità; essendochè, tanta è quantità 37 e due terzi a quadrato 67, quanta è quantità 86 a quadrato 153; e tanta è quantità 37 e due terzi a quantità 86, quanta è 67 a 153. E quella proporzione ancora, che tiene la prima larghezza AB, 153, con il numero quadrato della prima altezza DC, 67, lo tiene ancora il numero quadrato 153 della seconda altezza HF, con la seconda larghezza AC, 67. E perche &c.

I X.

Riducendo lo sperimento alle nostre formole: La quantità dell' acqua in una sezione AD era 37 e due terzi, e nella CG 48 e un terzo, nelle quali sezioni per esser di una medesima altezza CD, saranno le quantità dell'acqua che passano in un dato tempo, come le larghezze, cioè come once 67 a 86. Avendo chiuso poi il condotto CG, osservò il Barattieri ascendere l'altezza dell'acqua ch'era CD, fino ad essere ED di once 12 $\frac{4}{12}$. $\frac{1}{2}$, dove la CD era 8 $\frac{1}{12}$. $\frac{1}{2}$, cioè ad essere fra di loro come 1782. a 1190, ovvero come 891 a 595. Se dunque le altezze devono essere, come le radici delle quantità dell' acqua, deve correre questa analogia

595.

595. 891 :: $\sqrt{37\frac{2}{5}}$. $\sqrt{86}$, ovvero prendendo i respettivi logaritmi 2.7745170. 2.9498777 :: 0.7879786. 0.9672492, e le summe delli due estremi, e quelle de' medii fanno 3.7417662, e 3.7378563, i numeri più prossimi de' quali sono 5517 e 5468, non gran fatto lontani dall' eguaglianza per uno sperimento di tal sorta; che però ne dedusse esso Barattieri, che le altezze stessero rispetto alle quantità nell' antedetta ragione, cioè che Q=XX, come ricavò ancora da' suoi sperimenti il Castelli: e perche Q = VX sarà pure VX = XX ed V = X, cioè le velocità come le altezze.

X.

Nella Raccolta di Bologna pubblicatasi l'anno 1682 nella nota controversia fra i Bolognesi ed i Ferraresi per la pretesa introduzione del Reno nel Pò grande si legge a carte 71. *E noi abbiamo fatto esperienza anche questo giorno in Roma con nove canali d'acqua corrente eguali, introdotti in un solo, ora uno, ora quattro, ora tutti nove; ed in effetto se un canale ha fatto un'oncia di altezza, quatro canali hanno fatto solo due oncie, e nove canali solo tre &c.* onde risulta anche da questa osservazione che pur fu fatta dal celebre Giovanni Domenico Cassini, avvalorato il teorema del Castelli, e comprovato il di lui sperimento. Anche il chiarissimo Montanari in tutte le occasioni, ch'ebbe a scrivere sopra le acque nel tempo, in cui fu a' stipendj della Repubblica di Venezia, di altra ragione non si servì, in trattando delle velocità de' fiumi, che della addotta dal Castelli; così leggiamo nella Scrittura fatta da lui per il Sile l'anno 1683, adoperar egli i principj del detto Castelli, e del Barattieri; ed è anco probabile, che questo grand'Uomo, avesse de' fondamenti reali, per appoggiarli, sapendosi quanto e' fosse ritenuto nel procedere nelle cose fisiche, senza il necessario lume degli sperimenti; tanto più, che a lui non potevano esser ignote le osservazioni intorno l' uscita de' fluidi da' fori de' vasi, fatte dal Torricelli, e da altri valent' Uomini; lo che dà luogo a credere, che non stimasse adattabili le sperienze della detta uscita da' fori, e del corso de' fiumi. Ecco ciò che produce nella predetta scrittura in proposito delle velocità dell' acque correnti. *La dottrina*, si esprime egli, *è dell'Abbate Castelli, e del Barattieri, che soli hanno scritto della misura delle acque correnti, non arrivando ad insegnare la misura delle figure o sezioni, che non siano parallelogramme,*

Cap. V. Parte prima. *me, mi sono servito di altre mie dottrine proprie, che convengono con li principj del Castelli, ma dimostrano anco la misura delle sezioni, che non sono regolatori: le quali a Dio piacendo pubblicarò nel mio Trattato intitolato: Scienza d'acque correnti ampliato &c.* E vaglia il vero sopra questi principj egli predisse assai da vicino le inondazioni ch'avrebbe prodotto il Sile, conducendolo nell' alveo abbandonato di Piave, secondo che si divisava di fare, e che fu poi anche eseguito. Si servì pure delle ragioni delle velocità in proporzione dell'altezze anche del 1679, quando fece la Scrittura 15 Marzo, sopra lo scarico de' diversivi dell'Adige, nel caso che questi si avessero a ridurre a strammazzi; ecco le di lui stesse parole: *Perche sapranno molto bene, ch'ella è dottrina comunissima de' Matematici ed Ingegneri d'acque, che lo scarico dell' acque de' Regolatori non viene misurato dalla misura del vanno di essi, ma dal moltiplico della lor base nel quadrato dell'altezza; onde &c.* Così in altra Scrittura fatta parimenti per le cose dell'Adige l'anno 1687. 4. Luglio, si legge: *L'acqua, che scarica un Regolatore in un dato tempo è eguale all'acqua contenuta in un parallelipipedo rettangolo, l'altezza del quale sia l'altezza dell'acqua stessa nel Regolatore, la larghezza sia quella del Regolatore medesimo, e la lunghezza sia la quantità del corso fatto dall'acqua nel dato tempo &c.* Istessamente leggiamo nella Scrittura 1679, ultimo Aprile, diretta al N. H. Giulio Giustiniani, dalle quali cose si deduce, ch'esso Montanari abbia nel fatto della velocità dell'acque seguitato quanto aveva detto il Castelli.

X I.

Il Guglielmini, che scrisse dopo del detto Montanari, che li fu Maestro, riferisce uno sperimento, addattato, com'egli si esprime, a rilevare la velocità dell'acque correnti. Trovasi questo registrato nella proposizione prima del secondo Libro *Aquarum fluentium mensura pag.* 21. Una tal osservazione, abbenchè paja piuttosto applicabile allo scarico, che si fa dell'acqua per i fori de' vasi, che al corso de' fiumi; nientedimeno si pretende e da lui stesso, e da molti altri, potersi benissimo applicare alla spiegazione de' fenomeni, che nelle acque correnti, vanno succedendo. Le sue parole, tradotte dal latino sono (tanto dell' antedetta proposizione, che della supposizione che premette alle definizioni del detto secondo Libro) le seguenti: *Ad oggetto di lavorare sul dottrinale, noi supponiamo gli alvei de' fiumi,*

mi o canali, essere vasi molto estesi in lungo, il fondo de' quali stia sempre nel medesimo piano, e con i lati che siano piani verticali eretti normalmente al piano del fondo, per i quali o discorra l'acqua, o possa discorrere dal punto più sublime al più infimo, e dirigersi al suo termine, non già per cammino flessuoso ma retto. Segue poi nella detta prima proposizione ad esporre lo sperimento ne' seguenti termini: *Si preparò un Vaso di figura cilindrica, di altezza di piedi 4, e di base che aveva in diametro piedi due, e fu divisa tutta l'altezza in sedeci parti eguali, col farvi in ogni sito di queste divisioni altrettanti fori circolari, tutti della medema grandezza. Fu armato poscia ogni uno di essi fori di altrettante cannelle di legno pur tutte fra di loro eguali, le quali avevano la loro interna cavità e benissimo levigata, e da per tutto di un eguale diametro, ch'era di poco più d'un'oncia. Si applicò poi alla parte esteriore di esse una lamina di metallo, che aveva un foro circolare del diametro di un quarto di oncia, e si fece, che il di lui centro restasse fissato nel centro della cannella, rimanendo poi perfettamente otturato il foro della medesima. Empito in appresso il vaso di acqua, e disposto un pendolo, la di cui lunghezza era di once 28 $\frac{1}{7}$, si osservò la quantità dell'acqua che usciva ogni 15 vibrazioni. Essendo dunque chiuse tutte le altre cannelle, a riserva della più inferiore, fu osservato che dentro l'accennato tempo era uscita l'acqua per il peso di once 123, durando sempre alla medesima altezza l'acqua del Vaso. Chiusa poi la cannella inferiore, ed aperta quella che stava sopra tutte le altre, cosicchè l'altezza dell'acqua si facesse minore di tre once: cessato che fu il flusso di questa, fu riaperta la prima inferiore, e dentro il tempo di altre 15 vibrazioni, si ebbe acqua di peso once 118, e così di mano in mano si operò nelle altre cannelle, sino a tanto che si divenne all'altezza di once 24. Ed allora essendo molto difficile il conservar l'acqua alla medesima altezza per tutto il tempo che durava il flusso, si chiuse la cannella inferiore, e riempito di nuovo il vaso, si aprì quella ch'era sotto alla superficie dell'acqua per once 24, che nel dato tempo lasciò uscire 93 once di acqua, e successivamente si continuò lo sperimento sino ad once tre di altezza secondo il metodo adoperato di sopra; ma perchè il foro di questa ultima cannella, abbenchè però quasi insensibilmente, era maggiore di quello della prima inferiore; lo che si apprese dopo averne fatto un accurato sperimento, e con la maggior quantità uscita, e con la rettificazione del di lui diametro; perciò avendosi dovuto cambiare quel foro, fu necessario di fare una doppia os-*

CAP. V. Parte prima.

 serva-

CAP. V. Parte prima.

servazione, e per l'altezza dell' acqua alle once 48, e per quella delle once 24 &c.

XII.

La Tavola seguente contiene tutte le osservazioni del numero precedente.

Altezza dell'acqua sopra il centro della cannella e del foro in once del piede di Bologna.	Quantità dell' acqua che ne' uscì in ogni 15 vibrazioni in once della libbra di Bologna.	Proporzione delle quantità dell'acqua, tratta dall'osservazione radicale prima, cioè della sudduplicata delle altezze in once della libra di Bologna.
48	123	123
45	118	119
42	116	115
39	110	111
36	106	106
33	103	102
30	97	97 $\frac{1}{2}$
27	91	92
		Proporzione della quantità tratta dall' osservazione radicale seconda.
24	93	93
21	87	87
18	81	80 $\frac{1}{2}$
15	74	74
12	66	66
9	56	57
6	47	46 $\frac{1}{2}$
3	34	33

XIII.

Scolio. Costando adunque da quanto si è dedotto dallo sperimento, la quantità dell'acqua uscita in un dato tempo, sia adesso da esaminarsi se i numeri esprimenti essa quantità corrispondino

dino alla dimezzata delle respettive altezze, come di succedere afferma il Guglielmini. Operando dunque con i Logaritmi per i numeri 123 e 119, e loro corrispondenti 48, 45 si rilevi se summando assieme il logaritmo di 123 con la metà del logaritmo di 45, dia lo stesso numero, che darà la summa del logaritmo di 119 con la metà del logaritmo di 48; in fatti si trova che la summa de i primi monta a 2.9165113, e quella de i secondi a 2.9161676 con una differenza sprezzabile fra l'una e l'altra; che però si può dire, che le velocità, attesa l'osservazione allegata, stiano nella ragione dimezzata delle altezze, come asserisce l'Autore.

XIV.

Lemma. Potendo accadere di doversi cercare il valore degli esponenti di una proporzione geometrica, per determinarsi la specie di essa proporzione, si pone questo facile Lemma, che si estende generalmente a qualunque dignità de' numeri proposti. Siano questi a, b, c, d; e sieno fra di loro $a.b :: c^m.d^m$. supponendo a minore di b; sia da cercarsi il valore di m, e per conseguenza da determinarsi essa proporzione, dico che $m = \frac{lb - la}{ld - lc}$ intendendosi per l il logaritmo. Perche dunque $m = \frac{lb - la}{ld - lc}$ sarà ancora $lb - la = mld - mlc$, ovvero $lb + mlc = la + mld$, e per la natura de' logaritmi $bc^m = ad^m$, e risolvendo l'equazione in analogia $a.b :: c^m.d^m$, lo che &c. il valore però di questo esponente sarà sempre la differenza de i logaritmi, delli due primi numeri, divisa per la differenza dei due secondi, ed il quoziente mostrerà se m sia intiero o rotto, vale a dire, se la ragione sia come le podestà, o come le radici di queste.

XV.

Scolio. Per il caso riferito al numero XIII. di questo, essendo $a = 45$, $b = 48$, $c = 119$, $d = 123$, sarà $m = \frac{l48 - l45}{l123 - l119} = \frac{0.0280287}{0.0143581}$ di modo che l'esponente vero sarà $\frac{280287}{143581}$, ma il prossimo sarebbe 2, onde $45.48 :: 119^2.123^2$. oppure $\sqrt{45}.\sqrt{48} :: 119.123$, cioè che le quantità, o le velocità dell'acqua di quello sperimento stanno in ragione dimezzata delle altezze. Più lontani da ciò che pretende concludere stanno i numeri ritrovati dal Barattieri,

essendochè ne' di lui quatro numeri posti al numero IX. di questo 595. 891 :: $37\frac{1}{3}$. 86, ne' quali i due ultimi rappresentano la quantità dell'acqua, si trova $m = \frac{1753607}{3624016}$, di modo che dovendo, secondo a quanto pretende egli di concludere, essere $m = \frac{1}{2}$ non sarebbe in realtà che a un di presso $m = \frac{175}{362}$; contuttociò non è errore sensibile il prendere anco $\frac{175}{362}$ per $\frac{1}{2}$ attesi i tanti accidenti che possono aver alterata l'osservazione.

XVI.

Altra sperienza si legge in un Libro Anonimo stampato in Modena l'anno 1719 col titolo di *Ragguaglio di una Scrittura intitolata, Compendio ed esame del Libro pubblicato in Modena col titolo: Effetti dannosi che produrrà il Reno, se sia messo in Pò di Lombardia*. Trovasi dunque a carte 114 registrata l'infrascritta osservazione, fatta, come l'Autore ingenuamente confessa, per provare se in realtà reggeva lo sperimento del Castelli, per ottenere il che, ha esso preteso di rifare la stessa esperienza. *Si è preparato*, dic'egli, *una Cassa di legno larga per un verso un piede e mezzo di Parigi, e per l'altro un pollice di meno. Tre lati di questa Cassa sono alti 13 pollici e mezzo, e l'altro opposto al lato più largo è alto un solo piede; e ciò affinchè l'acqua possa riboccare dalla Cassa solo per quella parte &c. Si è inoltre preparato un canale rettangolo, pur di legno, chiuso da un capo, e aperto dall'altro, largo 11 linee, alto di sponda 5 pollici, e lungo piedi 2 e mezzo. Sarebbe necessario, ch'ei fosse anche due in tre piedi più lungo, poichè l'acqua, che come si vedrà, cade in questo canale, si tiene, ove cade, in una superficie assai bassa; indi cominciando a fluire per lo canale va gonfiandosi fino a un tal segno, oltre al quale, comincia poi a sgonfiarsi, e a correre con superficie di mano in mano più bassa &c. Si è dunque attaccato il prementovato canale con una delle sue sponde alla sponda più alta, e più larga della Cassa, e quasi presso il fondo di questa. Finalmente si erano fatte fare nove canne, o sifoni di latta al possibile in tutto e per tutto uguali, e piegati nella loro rivolta ad angoli retti, il loro ramo più lungo è un piede e quatro pollici, e il più corto è 14 pollici. Il diametro del loro vaso è di 5 linee &c. Fu la prima volta posto il canale col fondo orizontale al possibile, provedendo &c. fu data l'acqua &c.* ed avendo nel canale notati tre segni, cioè uno a mezzo in circa, un altro più vicino allo sbocco,

co, ed il terzo più verso il cadere dell'acqua de' sifoni, ma tutti e due in eguali distanze da quello di mezzo, segue poi: *L'altezza nel segno di mezzo competente a 4 canne fu 18 linee, e quella delle 9 canne fu circa 30 linee. L'altezza poi nel segno più discosto allo sbocco, fu per le 4 canne circa 20 linee ed un quarto, e $33\frac{1}{4}$ linee per 9 canne. Finalmente l'altezza nella sezione più presso allo sbocco fu circa 15 linee e mezzo per una canna, e 25 linee per le nove canne.*

XVII.

Scolio. Ponendo in serie le suddette osservazioni danno per i numeri delle altezze e per il numero delle canne

i numeri delle altezze	e per il numero delle canne
7	1
$18\frac{1}{4}$	4
30	9

e per il Lemma del nnmero XIV di questo essendosi da cercare in qual ragione stiano i quatro numeri $7.\ 18\frac{1}{4}.\ 1.4.$ si trova che l'esponente de' numeri rappresentanti le canne è $\frac{4279033}{6020600}$ eguale prossimamente a $\frac{7}{10}$, oppure a $\frac{2}{3}$, onde sarà l'analogia $7.\ 18\frac{1}{4} :: 1^{\frac{2}{3}}.\ 4^{\frac{2}{3}}$, ovvero $7^3.\ \overline{18\frac{1}{4}}|^3 :: 1^2.\ 4^2.$ vale a dire, che i quadrati delle quantità stanno prossimamente come i cubi delle altezze, ovvero, ch'è lo stesso, che le altezze respettive stanno in duplicata subtriplicata ragione delle quantità.

Per la seconda osservazione sono i numeri

Per le altezze	Per le quantità
$8\frac{1}{4}$	1
$20\frac{1}{4}$	4
$33\frac{1}{4}$	9

Prendansi gli ultimi quattro numeri $20\frac{1}{4}, 33\frac{1}{4}, 4, 9$, e mediante il Lemma, si trova l'esponente delle quantità 4, e 9; $\frac{2153666}{3521825}$ eguale prossimamente a $\frac{2}{3}$, onde le altezze dell'acqua corrente, notate al segno più discosto dallo sbocco, seguono pure la proporzione di quelle di mezzo

Per la terza osservazione

Le altezze	Le quantità
$6\frac{1}{2}$	1
$15\frac{1}{4}$	4
25	9

Pren-

CAP. V. Parte prima.

Prendansi i quatro primi numeri $6\frac{1}{2}$, $15\frac{1}{4}$, 1, 4, e col Lemma si averà, che l'esponente delle quantità 1 e 4 dovrà essere $\frac{740713}{1204120}$ eguale prossimamente a $\frac{7}{12}$, e che meno delle altre due si accosta a $\frac{2}{3}$. Più si accostano i quattro ultimi numeri alla proporzione suddetta, essendochè hanno per esponente la frazione $\frac{2146702}{3521825}$ eguale assai più da vicino a $\frac{2}{3}$.

XVIII.

Segue l'Autore del Libro predetto a versare a carte 116 intorno ad altra osservazione per i canali inclinati, dic'egli: *Finalmente s'inclinò il canale dal suo capo aperto, dimodochè il suo fondo faceva coll'orizonte un angolo in circa di gradi sette e mezzo. Si rifecero le cose stesse. Le altezze assolute furono tutte minori delle altezze assolute ed omologhe trovate nell'altra sperienza; imperocchè nel segno di mezzo l'acqua di 4 canne fu solo circa otto linee e mezzo, ove nel sito corrispondente dell'altra sperienza fu 18 linee $\frac{1}{2}$. Così tutte le altre misure furono a proporzione minori &c. Imperocchè posta l'altezza delle 4 canne le solite 250 parti, trovossi in ogni segno quello di una canna 95 parti e 430 quella di 9 canne.*

XIX.

Scolio. Altezze osservate	numero delle canne
95	1
250	4
430	9

e prendendo i primi quattro numeri 95, 250, 1, 4, si trova che per esser in geometrica proporzione, devono i due ultimi 1, 4, aver l'esponente $\frac{1050541}{1505150}$ ch'è molto vicino ad essere $\frac{2}{3}$. L'esponente per li ultimi quattro dovrebb'essere $\frac{471057}{704365}$ esso pure non molto lontano dalli $\frac{2}{3}$, conchiude però l'Autore: *Nè solo allorchè il canale sta orizontalmente si manifestano in tale proporzione, vi corrispondono, e più tosto con maggior esattezza, ove il canale sia inclinato.*

Nell'

X X.

Nell'occasione della visita generale del Pò per l'affare del Reno fattasi da i Commessarj del Pontefice, dell'Imperadore, e della Repubblica di Venezia, i Matematici Pontificj e Bolognesi per rilevare le velocità delle acque correnti, proposero uno sperimento, il risultato di cui, tratto da i Protocolli autentici di essa visita, quì si registra, per farvi poi sopra quelle riflessioni che migliori saranno riputate, onde venirsi in chiaro possibilmente di ciò che si cerca. Sotto adunque li 21 di Maggio 1721 in data della Polesella, si trovano le infrascritte osservazioni: *Il dopo pranzo ad istanza de' Signori Pontificj e Bolognesi si fece nella fossa Polesella il seguente sperimento. Si prese un vaso di latta di once 10 in circa di altezza, di larghezza di 6 in 7 once, e di grossezza di once una e mezzo in circa, nella cui sponda più angusta verso la sommità del vaso è un picciol foro, di diametro minore di un punto di oncia, il qual foro si apre, tirando con un filo di ferro, una piccola lastra di ottone adattata al medesimo foro, e si chiude mediante una molla, che rallentato il filo lo restituisce al suo sito. Questo vaso ha nel piano superiore un altro foro, a cui si adatta, mediante una vite con tubo di latta di diametro di un terzo di oncia in circa, mediante il quale l'aria del vaso, communica con l'aria esterna, e finalmente verso la base ha un altro foro, che si chiude con turacciuolo a vite, e che serve per vuotare speditamente l'acqua entrata nel vaso, e di sotto la base è impiombato, a fine che più facilmente resti immerso nell'acqua, e tutto l'istrumento si gira intorno un asse verticale di ferro, affinchè immerso nell'acqua corrente si addatti alla durazione di questa, rivolgendo il picciol foro al di lei corso. Posto dunque questo vaso nell'acqua corrente della Fossa Polesella, in sito ove l'acqua era profonda p. 3:8:0 e immerso in modo che il centro del foro restava sotto la superficie dell'acqua once tre, per quanto si poteva conoscere; ed aperto il detto foro, si lasciò entrare in esso vaso l'acqua per il tempo di 60 vibrazioni semplici di un pendolo lungo p. 2:4:7 in circa, e pesatasi l'acqua raccolta nel detto tempo con una stadera ordinaria, fu ritrovata once 11 $\frac{1}{2}$ Bolognesi. Replicato poscia lo sperimento in profondità di un piede, si raccolsero nel medesimo tempo libre una once 10$\frac{1}{2}$ di acqua. Terzo; in profondità di piedi 2$\frac{1}{4}$ si raccolsero once 31 $\frac{1}{2}$ di acqua. Quarto; in profondità di piedi 2$\frac{1}{2}$ l'acqua raccolta fu once 33. Quinto; in profondità di piedi 2 si ebbe-*

ro

ro once 29 ½. E' d'avvertire che in questi sperimenti fatti nella Fossa Polesella, l'acqua all'incontrar che faceva l'asta di ferro, e il tubo di questo strumento, sul qual tubo veniva determinata la quantità dell'immersione del foro, si alzava alquanto, e lasciava qualche equivoco nella vera quantità dell'immersione.

XXI.

Scolio. Sicchè dunque mediante questa sperienza si hanno due serie di numeri, la prima dinotante l'altezza dell'acqua, che restava sopra del foro immerso; e la seconda, che mostra la quantità dell'acqua uscita. Noi li porremo in due colonne per ordine, cominciando dalla minima immersione.

Serie delle Osservazioni.	Altezze dell'immersione ridotte in punti di oncia.	Quantità dell'acqua uscita dentro lo stesso tempo, ridotta in mezze once.
1	36	23
2	144	45
3	324	63
4	360	66
5	288	59

I quattro primi numeri, secondo il Lemma del numero XIV danno l'esponente $\frac{6020600}{2914847}$ che vale quasi 2; e per conseguenza si dinota, che le altezze respettive 36 e 144 sono come i quadrati delle quantità 23 e 45, ovvero, il che è lo stesso, che le quantità, o le velocità stanno in ragione dimezzata delle respettive altezze. L'esponente della terza e quarta osservazione è $\frac{457575}{2020341}$ cioè questo parimenti quasi 2; onde appare, che da tale sperimento si dovesse concludere, che le quantità delle acque uscite dal fiume e ricevute dal foro nella fiasca stiano in ragione delle radici quadrate delle respettive altezze, abbenchè l'acqua in cui fu fatta la sperienza si movesse anche in superficie, e con moto assai concitato, come da me stesso, ch'ero presente, fu veduto e considerato.

Segue

XXII.

Segue l'osservazione riferita nel Protocollo sotto il medesimo giorno. *Lo stesso sperimento si fece nel Pò vicino alla ripa sinistra di esso, poco sotto all'Osteria, essendo ivi l'acqua profonda p. 5 : 6 : 0; e parimente stando il foro immerso sotto alla superficie dell'acqua once tre, si raccolsero nel detto tempo di 60 vibrazioni dello stesso pendolo once 10 di peso, e rifatta la medesima sperienza altra volta si raccolsero once 12 ½. Secondo; in profondità di piedi uno si ebbero once 23 ½ di acqua. Terzo; in profondità di piedi 2 ¼, si trovarono di acqua once 31 ½. Quarto; in profondità di piedi 2 ½ si raccolsero once 33. Quinto; in profondità di piedi 2 si raccolsero once 30. Sesto; in profondità di piedi 4 si ebbero once 41; e finalmente replicato quest'ultimo sperimento si ebbero once 42.*

XXIII.

Scolio. Ridotte però in serie le dette osservazioni sono le seguenti:

Numero delle osservazioni.	Altezze delle immersioni.	Quantità dell'acqua uscita in mezze once.
1	36	20 ovvero 24
2	144	47
3	324	63
4	360	66
5	288	60
6	576	82 ovvero 84

Per il Lemma si trova che ne' primi quatro numeri 36, 144, 24, 47, li due ultimi 24, 47 devono avere per esponente $\frac{6020600}{2918867}$ quantità assai vicina al 2; ben più lontana di questo numero sarebbe, se in vece del 24 si avesse preso il 20, che rappresenta il peso rilevato nella prima osservazione. Prendendo poi i numeri della 4 e 6 osservazione 360, 576, 66 e 84, si trova che l'esponente di questi due ultimi per essere in proporzione geometrica, dev'essere $\frac{1020600}{523677}$ ch'è assai prossimo al binario.

XXIV.

Cap. V. Parte prima.

Seguono le osservazioni della detta Visita. *Parimenti si fecero li stessi sperimenti nell'acqua stagnante di un Tino, in cui era alta piedi 4 in circa, ed essendo immerso il centro del foro once 3 sotto la superficie dell'acqua, si raccolsero in 60 vibrazioni dello stesso pendolo once 11 di acqua. Secondo, in profondità di un piede si ebbero once 23 ½. Terzo, in profondità di piedi 2½ si raccolsero once 32½ di acqua. Quarto, in profondità di once 24 si ebbero once 30½. Quinto, in profondità di once 2½ si trovarono once 34.*

XXV.

Serie delle osservazioni.	Altezze delle immersioni in punti d'oncia	Quantità dell'acqua uscita in mezze once.
1	36	22
2	144	47
3	324	65
4	288	61
5	360	68

Non vi è che da vedere i numeri di questa serie, e paragonarli con i respettivi ed analoghi delle serie precedenti per intendere, che ancor questi seguono le stesse proporzioni, essendo quasi gli stessi affatto. Egli è per altro un fenomeno assai curioso, quello ch'è accaduto in queste sperienze, cioè l'aversi la stessa quantità di acqua e nella Fossa Polesella, e nel Pò, quando quella della Polesella era visibilmente più veloce di quella del Pò; e ciò che ancor maggior maraviglia reca si è, come la stessa quantità di acqua si ritragga ancora quando l'acqua è stagnante, allorchè il centro del foro resta immerso a pari altezza, come nell'acqua corrente, e pure non che le acque della Polesella e del Pò sotto della superficie, ma quella della stessa superficie correvano con un moto insigne. La cagione più probabile di questo fenomeno si accennerà al numero XVI della Parte seconda di questo Capitolo; in tanto si dà il rimanente della sperienza.

XXVI.

Si ebbe in oltre la curiosità di porre il centro del foro di detto vaso a fior di acqua nella prenominata Fossa Polesella per quanto fu

su permesso dall' ondeggiamento e dalla resistenza dell' acqua corrente, e si osservò che vi entravano poche gocce in esso vaso nel tempo delle 60 solite vibrazioni, onde non si determinò il peso di esse gocce per esser giudicato insensibile. Posto però il medesimo vaso nell' acqua stagnante col centro del foro corrispondente alla superficie dell' acqua, e lasciato immerso, durante le solite 60 vibrazioni non entrò acqua nel medesimo vaso. Il celebre Padre Abate Grandi allo Scolio della Proposizione 46 del Trattato *del movimento dell' acque*, dopo aver considerate le cause de' varj fenomeni accaduti nel raccogliersi di quest' acqua, conchiude con la solita sua ingenuità, *di non aver voluto far fondamento sopra tali sperienze*, abbenchè da lui stesso, e da me pure vedute ed attentamente osservate *in ordine allo stabilire la teoria della proporzione delle velocità in varie altezze dell' acqua corrente*, ma di averle volute dedurre da principj generali delle acque. Anche il chiarissimo Sig. Manfredi, che pur si trovò presente alle suddette sperienze, nelle *Annotazioni* pubblicate ultimamente sopra la *Natura de' fiumi* del Guglielmini all' Annotazione XII del Capo VII pag. 231 parlando della Fiasca idrometrica del fu Dottor Nadi, con la quale furono fatti i detti sperimenti, conclude dopo di aver esposto il modo, con cui furono raccolte le varie quantità dell' acqua entrata pel foro: *imperocchè intendendosi di cercare per simili esperienze le velocità attuali dell' acqua, cioè quelle che hanno le parti di essa in virtù della forza che le produce, modificata dalle resistenze degli ostacoli, quando all' acqua si presenta il foro, per cui si fa sgorgare liberamente nel vaso, le si toglie ogni ostacolo, e le si lascia concepire di nuovo quella velocità, che le può dare la forza movente (sia la pressione, sia la discesa) senza alcuna resistenza*, e perciò fuori del caso di potersi ottenere l' attuale velocità dell' acqua del fiume secondo le diverse altezze, a norma di ciò che si voleva ritrovare.

CAPITOLO QUINTO, PARTE SECONDA.

Delle velocità delle acque correnti, esaminate con la palla a pendolo.

I.

ESSENDO stato indicato dal Castelli prima, e poi dal Guglielmini alla Proposizione IX. *Aquarum fluentium mensura*, che per indagare le velocità ne' fiumi potesse esser utile mezzo un pendolo, purchè la palla di questo fosse di natura di maggior specifica gravità dell'acqua, in cui si ha da immergere, non però, che tanto l'eccedesse nella detta specifica gravità, che riuscisse troppo resistente a gli urti dell' acqua, consistendo tutta l'osservazione nel notare a quanti gradi la palla resti deviata dal perpendicolo, cosa che facilmente si ottiene mediante un semicircolo, o quadrante, o altro strumento equivalente diviso in gradi. Lo stesso modo pure d'indagare la velocità viene insegnato dall'Ermanno nella *Foronomia*, ove tratta delle acque correnti; che però si è proccurato di ridurre all'atto l'idea, facendosi lo sperimento in varj luoghi del Pò, e di altri fiumi e con varie lunghezze di pendolo, e con varie immersioni di questo, ed abbenchè non si abbia ancora ottenuto quella precisione, che si desiderarebbe onde fissarsi le deviazioni ad una certa legge, nientedimeno la ricerca è gita tanto innanzi da potersene per ora contentare in una sì difficile materia. Ciò che per lo più mi è accaduto di osservare in tal proposito si è, che eguali crescimenti d'immersione danno nelle stesse lunghezze di pendolo eguali aumenti degli archi di deviazione, o ch'è lo stesso, crescendo le immersioni aritmeticamente, crescono pure aritmeticamente gli archi, ma però con differenze fra le immersioni, e gli archi affatto incostanti, e diverse. Con un pendolo di lunghezza di piedi 6 di Ferrara, si è trovato, che immergendolo successivamente un piede per volta, gli archi andavano crescendo fino ad avere 9 gradi di differenza, qualche volta 7, 5 ed alcuna fiata anche con soli 3 in 4 gradi di differenza, e si è osservato, che il massimo angolo

golo di deviazione in tale lunghezza di pendolo arrivò a gradi 68: ma di ciò più diffusamente al numero XI. di questo.

II.

Lemma. Per rilevare la ragione delle dette velocità col fondamento delle osservazioni de' pendoli sopradetti, conviene prima di ogni altra cosa dimostrare una proposizione di Statica, il che anco fece l'Ermanno, cioè: *Che le velocità delle acque correnti per gli alvei inclinati siano in ragione sudduplicata diretta del seno del complemento della distrazione del pendolo, e della tangente dell' angolo della medesima distrazione, e reciproca della differenza del seno del complemento della stessa distrazione col seno dell' angolo della inclinazione dell' alveo all' orizonte*. Sia l'orizontale GD, e GC sia l'inclinazione del fondo del fiume con l'orizonte, AG una perpendicolare al medesimo orizonte, ed AB il filo, a cui è raccomandata la palla B di materia un po più grave di altrettanta mole di acqua; NB è una parallela al fondo, e rappresenta un filo di acqua, che urta e tiene sospesa la palla. Sia BF parallela alla AG; PB parallela ad AE; ed il quarto di cerchio GBE passi per lo centro della palla B. L'angolo GDA è eguale all' angolo della inclinazione del piano BAF; l'angolo ADG è eguale agli angoli DGC, DCG, e perciò l'angolo DCG è eguale alla differenza degli angoli ADG e DGC, ovvero BAF e DGC, e per la Trigonometria sarà il seno della differenza di questi angoli a DG come il seno dell' angolo GDC a GC, e per tanto $GC = \frac{DG \times S.GDC}{S.BAF - DGC}$ (S significa seno) ma DG è la tangente dell' angolo GAD, e l'angolo GDC è il complemento dell' angolo ADG, ovvero BAF, adunque sarà $GC = \frac{S.BAF \times Tang.GAD}{S.BAF - DGC}$; di più GC vale la forza dell' impressione fatta dall' acqua contro della palla B, essendochè risolvendo le azioni di questo grave così sospeso per resistere a gl' impeti dell' acqua, saranno le due AG, GC quelle ch' esprimeranno la risoluzione del moto, delle quali AG potendo dinotare la gravità assoluta della palla, che agisse nella linea perpendicolare, la GC dinoterà la forza, con cui il peso è sostenuto fuori della detta perpendicolare, supponendo sempre, che il filamento NB sia parallelo a GC, che rappresenta la direzione del fondo del fiume. Perchè poi le impressioni sono come i quadrati della velocità, secondo il sentimento di accreditatissimi Statici, adun-

TAV. II. Figura 4.

adunque le velocità saranno come $\sqrt{\frac{S.BAF \times Tang.GAD}{S.BAF - DGC}}$; il che era da dimostrarsi.

III.

Corollario. Se l'alveo del fiume, o la superficie di questo fosse orizontale, in tal caso divenendo l'angolo DGC$=$o sarebbe la velocità $= \sqrt{Tang.}$ GAD; vale a dire nella ragione dimezzata della Tangente dell' angolo d'inclinazione, il che si dimostra anco nel modo che segue. Nel quadrante AGD sia la palla B tenuta sospesa dalla forza dell' acqua CB in B. Se sarà esposto il peso assoluto di essa palla per AG$=$AB$=$BF, e la forza dell' acqua per il sito B con la CB; sia poi prodotta AB sino che tagli la tangente GO nel punto O; sia pur condotta CF, e la tangente BE, che sarà perpendicolare alla CF: Per i simili triangoli AMB, BEF sarà il peso assoluto BF risolto ne i due BE, EF, e sarà BE il peso relativo, con cui la palla vuol discendere; dicasi CB forza assoluta dell' acqua $=f$, sarà per i triangoli simili AGO, CEB, CB$=$GO; dunque essendo $f = muu$, cioè la forza come la massa nel quadrato della velocità, ed essendo data e costante m, sarà $f = uu =$ GO, dunque $u = \sqrt{GO}$; il che ec. E' manifesto che CE dinota la forza dell' acqua per far tendere il filo AB, come EF rappresenta la resistenza del medesimo, riportata al peso, che lo tende.

TAV. II. Figura 5.

IV.

Scolio. Il Guglielmini alla Prop. IX. del Libro *Aquarum fluentium mensura*, stabilisce questa velocità in ragione delle tangenti del medesimo angolo, esprimendosi: *Quare si superficies aquæ vel nullo modo, vel insensibiliter sit ad horizontem inclinata, quam proportionem habebunt tangentes angulorum inclinationis, eandem habebunt & velocitates*. Ciò nasce per aver egli stabilito come principio; Che le potenze sieno come le tangenti degli angoli d'inclinazione, quando che, rappresentandosi per esse potenze le velocità, e per le tangenti le impressioni dell' acqua, stanno i quadrati di quelle come queste, secondo i più veri principj della Statica, almeno per quanto sono io persuaso, documentato da molte osservazioni ed esperienze, ed assicurato da raziocinii de' più celebri Matematici del passato, e del presente secolo. Lo stesso Sig. Manfredi nelle *Annotazioni* al Libro della natura de' fiumi *Annotazione* XII. stabilisce almeno ne' fiumi insensibilmente decli-

declinanti col loro fondo dall'orizontale, che le *tangenti degli angoli delle deviazioni dal perpendicolo* debbano ſtare fra loro, come i quadrati delle velocità dell'acqua.

V.

Per ridurre al concreto quanto ſi è dedotto in ordine a rilevarſi le velocità col mezzo delle palle ſoſpeſe da fili, ſia il fondo del fiume, o una linea a queſto parallela, o orizontale, o inſenſibilmente inclinata all'orizonte BS; La ſuperficie della di lui acqua corrente ſia φY, ed A ſia il centro del moto del pendolo, che ſopra è deſcritto; La lunghezza del filo ſia AB, e queſta non oltrepaſſi l'altezza φB, è chiaro, che in queſto ſito non ſi potrà già egli fermare a cagione del corſo dell'acqua, che ſi ſuppone diretto da B verſo S; tenuto però fiſſo in A dovrà aſcendere la palla ſino v.g. in C; deſcrivendo con queſto moto l'arco di circolo BC. Sia da queſto punto C condotto il ſeno retto KC dell'angolo di queſta deviazione, che ſi produchi verſo Q, facendo QK=$u=\surd$BS per il numero II e III di queſto, vale a dire, eguale alla dimezzata della tangente di queſto medeſimo angolo, ch'è la BS; ſarà Q un punto alla curva della velocità ricercata. S'innalzi poi A1V il pendolo per la ſeconda oſſervazione, e ſtante l'impreſſione dell'acqua, deſcrivi in queſto ſito l'arco 1H1O; dal punto 1O ſi conduchi il ſeno retto 1O1γ, e ſi produchi ſino in R, coſicchè 1R1γ ſia come la dimezzata della reſpettiva tangente dell'angolo di deviazione B1G, il che ſi otterrà col condurre 1O1C parallela ad AB, ſino che tagli l'arco BC in 1C (e così degli altri punti 2C, 3C, 4C, 5C, 6C) e farà il punto 1R un altro punto della curva delle velocità, riſpondente a queſta ſeconda ſtazione. Dipoi s'innalzi il centro del moto del pendolo ſucceſſivamente in 2V, 3V, 4V ec. e l'impreſſione dell'acqua faccia ſalire la palla per gli archi 2H2O, 3H3O, 4H4O, da tutti i quali punti 2O, 3O, 4O ſi conduchino pure i reſpettivi ſeni retti 2O2γ, 3O3γ, 4O4γ, e ſi produchino in 2R, 3R, 4R, coſicchè queſte linee ſtiino reſpettivamente in dimezzata delle tangenti preſe, come ſopra B2G, B3G, B4G, e faranno per le coſe dette, tutti i punti R alla medeſima curva delle velocità per i fiumi orizontali. La coſtruzione della qual curva, e proprietà di eſſa faranno regiſtrate ne' numeri ſeguenti.

VI. *Sco-*

CAP. V. Parte II.

VI.

Scolio. Sopra di che è da notarsi, che abbenchè la palla raccomandata al filo in A sia tenuta in tanta lunghezza di questo, da poter anche arrivare al fondo B del fiume, ciò non ostante, venendo ella dal corso dell'acqua spinta sino in C, nel caso cioè della prima stazione, o sia nella massima di lei immersione, è trattenuta da una costante forza a quell'altezza. Nasce questa forza dall'azione de' filamenti dell'acqua KC, che insieme formano un cilindro, il di cui diametro è quello appunto della palla, e dopo ch'è posta in equilibrio nulla vi contribuiscono gli altri filamenti posti fra K ed il fondo B, che però non si potrà con un dato e costante peso di palla in una sola osservazione, misurare le velocità dell'acqua sotto del detto punto K per tutta l'altezza KB. Egli è ben vero, che rilevata la natura della curva delle velocità Q 1R 2R 3R ec. si potrà continuarla dall'una e l'altra parte quanto occorrerà, e che per conseguenza si potranno determinare ancora le velocità competenti allo spazio fra K e B, supposto sempre che non si variino le circostanze, e che le resistenze del fondo non entrino ad alterare le leggi di dette velocità vicino al fondo.

VII.

Per aversi la natura di questa curva delle velocità si chiami AB = 1V1O = 2V2O = 3V3O ec. $= a$, BK $= x$, KC $= y$, BG $= t$, sarà per le tangenti del circolo $t = \frac{a\sqrt{2ax - xx}}{a - x}$, QK $= u$. Perchè dunque $u = \sqrt{BG} = \frac{\sqrt{ax}\sqrt{2ax - xx}}{a - x}$ sarà l'equazione $a^4u^4 - 2au^4x + u^4xx = 2a^3x - aaxx$, onde la curva ricercata sarà una specie d'iperboloide, che averà per asintoto una perpendicolare, che s'innalzerà sopra un punto dell'asse AB, e sarà quello, per cui passerà il seno tutto del quarto di circolo, che descriverebbe la palla, se per impossibile la forza dell'acqua, posto il centro del moto sotto A, cioè sotto alla superficie dell'acqua v. g. in 4H, fosse capace di tenerla sospesa col suo filo nel sito orizontale: il detto asintoto dunque sarebbe 4HQM, e taglierebbe la curva fra Q ed 1R, e dipoi, prodotto che fosse indefinitamente, si avvicinarebbe sempre alla curva QN senza mai toccarla; essa curva sarà una specie di *anguinea*, le di cui ordinate saranno sempre in ragio-

gione composta dimezzata diretta del seno corrispondente, e della lunghezza del pendolo, e reciproca della subquadruplicata della differenza de' quadrati della medesima lunghezza del pendolo, e del medesimo seno corrispondente. Le dette ordinate dovendosi porre con intervalli crescenti secondo una data ragione, secondo il variar delle immersioni del pendolo, si dovrà pur diversificare la specie della curva delle velocità, onde per servirsene nel caso delle osservazioni sopra di qualche fiume, basterà poterla descrivere per punti, a misura della varietà di esse osservazioni, secondo i varj angoli della deviazione, che compariranno nella diversa immersione.

VIII.

Corollario. E perchè $\frac{\sqrt{a}\sqrt{2ax-xx}}{a-x} = \frac{\sqrt{ay}}{\sqrt{\sqrt{aa-yy}}} = u$ se $y=a$, cioè se la forza tenesse la palla sospesa orizontalmente, diverrebbe l'espressione $\frac{\sqrt{aa}}{0}=u=\infty$, cioè a dire, che vi abbisognerebbe di una forza infinita per tenerla in tal positura sospesa; e se $y=0$, cioè allor quando la velocità fosse nulla, si cangerebbe la formola in $\frac{a}{\sqrt{\sqrt{aa}}}=u=0$, e perciò in tal supposizione di niuna forza abbisognerebbe, ed in tal caso la curva di queste velocità comincierebbe nell'asse AT.

IX.

Sia la superficie del fiume la φY, la quale, secondo le osservazioni, correndo con moto più tardo degli altri strati di acqua più verso del fondo, come sarebbe in grazia di esempio de' strati, che passano per 4γ, 3γ, 2γ ec. ne deriva, che se verrà concepito, che l'acqua continuasse in altezza viva verso T, dovesse finalmente arrivare ad un punto 1V, ovvero 2V, 3V ec. in cui l'acqua niente si movesse, e ciò accaderebbe ogni qualvolta il moto di essa si faccia col mezzo della pressione, o pure, ch'è lo stesso, l'altezza φ1V equivalerebbe alla differenza, che correrebbe fra l'altezza della conserva, che somministrasse nel suo principio l'acqua al fiume, e la data superficie corrente, come ordinariamente viene supposto dagli Idrometri. Cercando dunque le espressioni analitiche di queste altezze, e paragonandole con le respettive ordinate Rγ, si averà la ragione, che correrà fra esse altezze e le velocità, ch'è

CAP. V. Parte II.

la solita e necessaria ricerca di chi maneggia la dottrina delle acque. Se noi fossimo contenti di far il paragone fra le velocità, e le respettive altezze vive dell'acqua, che terminano in φ, avressimo una falsa analogía, essendochè se muovesi l'acqua della superficie, egli è segno evidente, che un'altra forza stia sopra di quella, e così successivamente sino alla quiete: ecco l'idea generale per aversi le altezze comprese fra il seno retto della deviazione, allorchè la palla è nella massima sua immersione, ed il punto della quiete, di cui si è parlato. Dicasi il numero de' gradi della massima deviazione del pendolo n, la differenza de' gradi per ogni nuova immersione chiamisi p; sia q eguale alla differenza fra la massima e la minima immersione, sarà $\frac{n}{p}$ la parte da aggiongersi al seno del complemento dell'angolo di deviazione, che si dinoterà per m, e la quantità $\frac{n}{p}$ sarà espressa nelle parti del raggio, o del pendolo, che per maggior facilità si può intender diviso in sei parti eguali, sarà dunque AK + AT — T1V (= AB), avvertendo, che AK diventerà successivamente 1γ1V, 2γ2V, 3γ3V ec. $m + \frac{n}{p} - a$ per il punto K, e per gl'altri casi, essendo AK, $m - q$ sarà per conseguenza la ricercata altezza per tutte le positure $m - q + \frac{n}{p} - a$, e la ragione della velocità all'altezza sarà come $\frac{\sqrt{ay}}{\sqrt{\sqrt{aa-yy}}}$ ad $\overline{m + \frac{n}{p} - q - a}\big|^{b}$ potendo b esser qualunque numero intiero o rotto da determinarsi da' fenomeni.

TAV. II. *Fig. 6.*

X.

Scolio. Indicato, come si disse, dal Castelli, dal Guglielmini, e dall'Ermanno questo modo di rintracciar la ragione delle velocità ne' fiumi, in certa occasione che io ebbi sino dall'anno 1717, feci nel Po i più esatti sperimenti, che mi fu permesso: Avendo dunque preparato una palla di legno, di grossezza di once una e mezzo in circa, nella quale era anco stato infuso in una cavità, ch'erasi fatta dentro di essa, del piombo liquefatto; questa palla veniva poi raccomandata al centro d'uno strumento graduato col mezzo di un filo di seta, indi servendosi di un picciolo pendolo raccomandato al medesimo centro, tenevasi disposto a piombo il piano dello strumento, e sempre diretto parallelo al corso del fiume, di modo che la palla portata dal corso dell'acqua si veniva a dispor-

re al suo equilibrio, ed il filo, a cui era raccomandata, marcava con sufficiente precisione gli angoli della deviazione; quello che potei osservare nelle tante esperienze fatte in detta visita fu, che abbassando il centro del moto con dati ed eguali intervalli, ed immergendosi però per altrettanto spazio la palla, gli archi descritti dalla medesima andavano crescendo con eguali incrementi. Si noteranno nella seguente Tavola fedelmente tutte le osservazioni allora fattesi, con tutte le circostanze di lunghezza di pendolo, e di altezza dell'acqua, sopra i cui praticavansi gli sperimenti, attribuendosi qualche differenza degli accrescimenti degli archi alla difficoltà, che d'ordinario accompagna le osservazioni. Saranno posti nell' ultima colonna i gradi corretti de' medesimi archi.

X I.

Tavola delle osservazioni per le velocità.

Luoghi delle osservazioni	Altezze vive delle Sezioni.	Lunghezze del pendolo sino al centro della palla.	Varie immersioni della palla sotto la superficie dell'acqua.	Gradi corrispondenti secondo le varie immersioni.	Gradi corrispondenti corretti.
A Crespino li 12. Maggio 1717.	p. 24.	p. 6	5 4 3 2	68 60 50 40	70 60 50 40
ivi lo stesso giorno	p. 26.	p. 6	5 4 3 2	66 57 48 40	66 57 48 39
Dirimpetto la Chiavica di Raccano. 14. detto.	p. 33. 7.	p. 6	5 4 3 2	64 56 48 40	64 56 48 40
Nel Pò delle Fornaci sotto le Papozze. 12. detto.	—	p. 6	5 4 3 2	64 56 48 40	64 56 48 40
Dirimpetto la Chiavica di Raccano. 14. detto.	p. 19. 5.	p. 6	5 4 3 2	57 50 41 32	59 50 41 32
ivi lo stesso giorno.	p. 14. 1.	p. 6	5 4 3 2	51 46 40 35	50 45 40 35

Segue la Tavola antepo-sta.

CAP. V. Parte II.

Po di Ariano alla Casa Gi-lioli. 12. Maggio 1717	p. 8. 8. 8.	p. 6	5 4 3 2	47 42 36 26	48 42 36 30
ivi lo stes-so giorno	p. 9. 5. 11.	p. 6	5 4 3 2	47 42 36 26	47 41 35 29
Crespino 12. detto.	p. 10. 7. 3.	p. 6	5 4 3 2	46 41 34 28	46 40 34 28
Po di Ariano alla Casa Gi-lioli. 12 det-to.	p. 9. 7. 7.	p. 6	5 4 3 2	45 40 35 28	45 40 35 30
ivi lo stesso giorno	p. 8. 0. 3.	p. 6	5 4 3 2	41 37 34 29	41 37 33 29
Papozze li 9 detto	p. 27. 3. 9.	p. 6	5 4 3 2	35 30 25 20	35 30 25 20
Po di Ariano alla Torre Panfilia.	p. 10.	p. 6	5 4 3 2	33 27 23 18	33 28 23 18
Papozze 9. detto.	p. 18. 4. 9.	p. 6	5 4 3 2	30 25 20 17	30 25 20 15
ivi li 9. detto.	p. 12. 9. 10.	p. 6	5 4 3 2	23 20 18 15	24 21 18 15
		p. 6	5 4 3 2	15 12 9 6	15 12 9 6
		p. 6	5 4 3 2	5 4 3 2	5 4 3 2

Rima-

XII.

Rimane da ſupputare la ragione delle velocità riſpetto alle correſpondenti altezze, in qual proporzione cioè ſtia Rγ a γ1V, il che ſi ricaverà dalla formola poſta al num. IX. di queſto, ch' è $\frac{\sqrt{ay}}{\sqrt{\sqrt{aa-yy}}}$ a $m+\frac{n}{p}-q-a$, e prendendo a conſiderare la maſſima e la minima deviazione di ciaſcheduna oſſervazione, ſervendoſi delle intermedie per rilevare con qual differenza progrediſcono gli archi, onde averſi il punto di quiete 1V ec. Si è dunque calcolata la ſeguente Tavola, in cui la prima colonna contiene gli archi maſſimo e minimo di deviazione; La ſeconda le velocità; La terza le reſpettive altezze; La quarta l'eſponente delle medeſime altezze, ricavato mediante il Lemma del numero XIV. della prima Parte di queſto Capitolo, onde poi reſtano, ſecondo il medeſimo eſponente, proporzionali le altezze, e le dette velocità; La quinta colonna contiene proſſimamente in numeri rotondi il detto eſponente; e la ſeſta finalmente eſprime i gradi compreſi ſecondo le diverſe proporzioni, che ne emergono.

Segue la Tavola.

Gra-

CAP. V. Parte II.

Gradi di deviazione.	Velocità corrispondenti.	Altezze razionali corrispondenti.	Frazioni, che esprimono l'esponente dell' altezze.	Numeri prossimi di esse Frazioni.	Gradi compresi secondo le diverse proporzioni.
70 40	524 289	50866 43246	$\frac{2574276}{704907}$	$\frac{7}{2}$	dal 70 al 66
66 39	474 285	62891 49921	$\frac{2214452}{1003070}$	2	dal 66
64 40	452 289	77172 59912	$\frac{1939320}{1099492}$	2	al 60
60 36	416 269	74999 55879	$\frac{1885789}{1278247}$	$\frac{3}{2}$	dal 60
59 32	399 250	60751 44041	$\frac{2026446}{1396990}$	$\frac{3}{2}$	al 50
50 35	345 264	130944 98564	$\frac{1153953}{1232389}$	1	dal 50
48 30	333 240	100242 69922	$\frac{1419536}{1562663}$	1	
47 29	328 236	115420 84670	$\frac{1430901}{1444762}$	1	
46 28	317 230	97246 66056	$\frac{2093319}{2144821}$	1	
45 30	316 240	120710 86590	$\frac{1190830}{1442396}$	1	al 41
41 29	295 239	146280 108280	$\frac{910965}{1307201}$	$\frac{2}{3}$	dal 41
40 27	289 216	109912 73952	$\frac{1275739}{1720595}$	$\frac{2}{3}$	
35 20	264 191	98566 60626	$\frac{1420856}{2110848}$	$\frac{2}{3}$	
33 18	255 180	93849 55099	$\frac{1503871}{2313152}$	$\frac{2}{3}$	
30 15	240 164	86590 46580	$\frac{1667020}{2692682}$	$\frac{2}{3}$	al 24
24 15	211 164	124672 79912	$\frac{1102689}{1929169}$	$\frac{1}{2}$	dal 24
15 6	164 103	79912 32954	$\frac{2032526}{3847457}$	$\frac{1}{2}$	
5 2	93 59	82954 33274	$\frac{1994330}{3967636}$	$\frac{1}{2}$	al 2

XIII.

Cap. V. Parte II.

Sia da rintracciarsi mediante la palla sospesa ad un quadrante, come si è esposto ne' numeri superiori, lo spazio percorso dall' acqua in qualunque dato tempo. Si prenda con la maggiore possibile esattezza in una data profondità di acqua corrente l'angolo di deviazione del pendolo, avvertendo che resti profondato sotto la superficie del fiume il meno che sia possibile, di poi con un esatto orologio alla mano, posto prima un galleggiante nel filone del fiume, nel sito della prima osservazione, si noti dentro un dato tempo il viaggio che farà esso galleggiante, ed in grazia di esempio abbia fatto in un'ora miglia due, il che si potrà raccogliere dal tempo consumato nel fare 200 passi, o qual altro numero de' medesimi si vorrà, senza aver la pena di accompagnarlo per tutto lo spazio de i due miglia; in ragione dunque di mille passi geometrici per miglio, saranno per li due miglia once 120000, che diremo s; L'angolo della deviazione sia FAE di gradi 20, il di cui seno retto DG, ed il seno tutto AF o AG, onde si deduce, che dove l'acqua ha forza di spinger oltre il galleggiante per lo spazio s, la palla si discosta dalla perpendicolare in quella data altezza per gradi 20. Sia ora o nel medesimo o in altro fiume da rilevare per un altro dato angolo di deviazione FAg quanto cammino faccia l'acqua, dico che questo sarà sempre in ragion composta della diretta del primo spazio s, e dimezzata della tangente Fe di questo ultimo angolo di deviazione, e reciproca pur dimezzata della tangente FE dell'angolo di deviazione della prima osservazione radicale in parità di tempi: imperocchè le velocità de' fiumi per il numero V. di questa seconda Parte sono in ragione dimezzata delle tangenti degli angoli di deviazione, e per esser ne' fiumi (come si dirà a suo luogo) equabile il moto loro progressivo, saranno i spazj percorsi, come le velocità, onde la velocità radicale della prima osservazione allo spazio percorso, sarà come la velocità dell'ultima osservazione allo spazio, che si ricerca, o pure la dimezzata della tangente Fe al ricercato spazio; che però questo sarà in ragione composta della diretta dello spazio s, e della dimezzata di Fe, ed inversa pur dimezzata di FE, come si è detto.

Tav. II. *Fig.* 7.

XIV.

Scolio. Riduciamo la cosa all'esempio, supponendo la deviazione del pendolo nella seconda osservazione esser di gradi 55. Per

i trian-

CAP. V. Parte II. i triangoli simili ADG, AFE sarà come la secante AE al raggio AF, così AF=AG al seno del complemento AD, che però AD sarà (fatto il calcolo) eguale a parti 95300 delle 100000, in cui s'intende diviso il raggio, e per la medesima ragione A*d* sarà di quelle parti 58170. Sarà parimenti come questo seno del complemento al seno retto DG, così il raggio alla tangente FE, onde pel primo caso sarà FE eguale a parti 36410, e la F*e*=142700, e la radice di FE sarà 191 in circa, e quella di F*e*, 378, quindi lo spazio ricercato sarà $\frac{120000 \times 378}{191}$ = a passi 3960, onde l'acqua in questo secondo stato camminerebbe in un'ora quasi il doppio della prima; dovendosi avvertire, che se l'esperimento si farà nel medesimo fiume, lo spazio che si ritroverà, competerà a que' filamenti di acqua, che risponderanno al sito sotto della superficie, ove si troverà la palla; e se lo sperimento si praticherà in altro fiume, si dovrà pure aver riguardo al detto sito, o veramente proccurare, che la palla stia il più che sia possibile vicina alla superficie, senza però che mai resti nell'orizonte di questa.

X V.

Scolio II. Dovendosi nel fatto de' fiumi concretare qualche cosa di positivo in tanta varietà di osservazioni, che si sono riportate in riguardo delle velocità, non si tralascierà di avvertire, quanto in tal proposito si reputa più conforme al vero. Credè il Castelli esser le velocità delle acque correnti nella semplice ragione delle respettive altezze, ma la di lui sperienza riferita da noi puntualmente al numero II. della prima Parte di questo Capitolo, viene riputata dalla maggior parte de gl' Idrometri, come mancante della necessaria esattezza; anzi l'Autor Modanese, di cui abbiamo fatta menzione, avendo rifatta la stessa sperienza con qualche variazione però delle circostanze, come si è notato al num. XVI e seguenti della detta prima Parte, non ritrovò in fatti, quanto aveva dedotto il Castelli, ben rilevò dalle sue osservazioni, che le altezze dell' acqua corrente stessero fra di loro nella duplicata subtriplicata della quantità dell'acqua, e per conseguenza, che le velocità siano come le radici quadrate delle respettive altezze, essendochè le quantità dell' acqua stanno fra di loro come le altezze e le velocità, considerandosi la larghezza della sezione, come data e costante. Sopra questo particolare nientedimeno quando lo sperimento del Barattieri riferito al numero

mero VIII. della ſteſſa prima Parte ſia ſtato praticato con le dovute cautele, potrebbe molto contribuire per farci accoſtare al vero, eſſendo ella ſtata una oſſervazione reale fatta in un condotto con un Regolatore, dove gli ſperimenti del Caſtelli, e dell' Anonimo Modaneſe ſono ſtati eſeguiti in piccioli canali. Il maggior ſcrupolo che io aveſſi nell' oſſervazione di eſſo Barattieri ſarebbe il ſapere ſe in fatti egli laſciaſſe, che le acque ſi bilanciaſſero nel condotto, ridotto che l'ebbe alla piena, come era ben neceſſario per rettamente dedurre gli effetti dello ſperimento, e ſe oſſervaſſe nel medeſimo condotto inferiormente al Regolatore, l'acqua ſcemata, e creſciuta di altezza viva, ſenza le quali avvertenze non può concludere la di lui ſperienza, come che ſupporrebbe ſenza fondamento alcuno, che tutta l'acqua, che paſſava pel Regolatore avanti che foſſe chiuſo, paſſaſſe ancora dopo eſſerne ſtata chiuſa la metà, il che, come ſi è detto, dipende dall'aver oſſervato, ſe nel canale ſotto del Regolatore veniva alterata l'altezza dell'acqua, giacchè probabilmente per ridurſi a ſcaricare la medeſima quantità, doveva ſuperiormente ſtare per qualche ſpazio di tempo ſul creſcere; con tutto ciò può darſi, che abbia egli fatte tutte le opportune diligenze, abbenchè non le abbia regiſtrate nel ſuo Libro; il che ſuppoſto, concluderebbe la di lui oſſervazione, che le altezze dell' acqua foſſero in dimezzata delle reſpettive quantità dell'acqua, che paſſa per una data ſezione. Ciò che merita del rifleſſo intorno allo ſtabilimento della legge delle velocità in riguardo alle altezze ſi è quel tanto, che viene regiſtrato nella Raccolta di Bologna, come ſi è conſiderato al num. X. della prima Parte di queſto Capitolo, mentre quelle oſſervazioni furono fatte con l'aſſiſtenza di celebri Matematici, fra quali il Caſſini; reſtando pur anche avvalorata la probabilità della propoſizione dall' uſo, che ne fece il Montanari in tutti i ſuoi calcoli delle acque, come ſi è notato al numero ſteſſo, ſapendoſi che queſto chiariſſimo Matematico aveva in uſo di non ſervirſi delle nude ipoteſi, ma delle medeſime volerne con ſcrupoloſe oſſervazioni i più accertati fondamenti.

XVI.

Scolio III. Da che il Torricelli, il Merſenno, il Mariotte, il Guglielmini, ed altri oſſervarono ne' vaſi, che ſcaricano dell'acqua per fori in eſſi aperti, eſſere la proporzione delle velocità in dimezzata delle reſpettive altezze, ſi preteſe di dedurre, che la

stessa ragione debba pur verificarsi anco nelle acque correnti, considerando che ne' fiumi orizontali, all'altezza dell'acqua ne' vasi poteva esser analoga, e produr lo stesso effetto, l'altezza viva del fiume, e ne' fiumi inclinati rispondere all'altezza dell'acqua ne' vasi l'altezza che vi è fra un punto dell'altezza viva di quel fiume e l'orizontale, che passasse per l'origine dello stesso fiume; veggasi di ciò il Trattato del Guglielmini, *Aquarum fluentium mensura* nelle proposizioni II. del Libro secondo e terzo; nientedimeno non ben pare adattabile l' analogia predetta de' vasi, che si scaricano per i fori con le acque correnti; imperocchè sembra, che anche il moto già concepito dall'acqua nel cammino possa alterare non poco la velocità, che dalla semplice pressione fosse per nascere: nè gli sperimenti registrati nella parte prima di questo Capitolo dal numero XX. al XXIV. praticati nel Pò e nella Fossa Polesella nell'incontro della visita 1721 possono in verun conto stabilire la detta proposizione, cioè che le altezze nelle acque correnti siano come i quadrati delle velocità, mentre che dalle stesse osservazioni si rileva seguire dal pari gli stessi fenomeni in ordine alla quantità dell'acqua e nell'acqua corrente, e nella stagnante, cosa che mal si può adattare a due cose assai differenti; anzi per poco che vi si attenda, si può scoprire il fondamento dell'equivoco dell'esperimento, avvegnacchè opponendosi l'immersa fiasca idrometrica alla correntia dell'acqua con una faccia o fronte larga da due once in circa, e fermandosi questa normalmente al corso, obbliga tutti i filamenti dell'acqua che in questo urtano, a fermare il loro corso, ed i filamenti superiori nella medesima altezza viva dell'acqua, altra forza verso di questi trattenuti non esercitano, che quella della semplice pressione. Per tanto egli è lo stesso, come se in fatti l'acqua del fiume per rapporto all'acqua, che entra nella fiasca, stesse stagnante, ed uscisse pel foro di un vaso: onde la suddetta benchè ingegnosa osservazione non può farci conoscere il ricercato grado del moto delle acque correnti.

XVII.

Scolio IV. Non pare che un tal equivoco possi accadere servendosi per l'esame delle velocità, della palla, di cui si è detto, mentre il muoversi, che fa essa intorno al centro del pendolo; fa che tanto si scosti dal perpendicolo, quanto importa il pareggiarsi de' momenti fra il corso dell'acqua, ed il peso respettivo

della

della palla, e per consequenza resta manifesto, che l'angolo di deviazione può servir di fondamento per un giusto calcolo delle velocità. Noi al numero I. di questo Capitolo, abbiamo trovato, che gli archi di deviazione in eguali immersioni della palla, vanno crescendo aritmeticamente, e fino a che altri più accurati di noi non ci mostrino altra progressione di questi archi, ci sarà lecito di attenersi a quanto abbiamo esposto nella Tavola registrata al numero XII. di questo. In questa dunque ogn'uno può chiaramente vedere, che le leggi del moto nelle acque correnti non sono sempre le stesse, e se vogliamo spiegare questo moto con la forza della pressione, il che pare assai consentaneo alla verità, noi vediamo dalla detta Tavola; Primo, che se il moto dell'acqua è assai intenso, vale a dire, se immersa la palla sotto la superficie dell'acqua per piedi cinque, si ottiene un arco di 70 gradi, e ritratta poi così che resti solo immersa un piede, abbiasi un arco di gradi 40, con differenza di gradi 10 per ogni piede d'immersione, noi vediamo dico, che le altezze prese dalla quiete perchè succeda con la forza della pressione il detto moto, stanno in ragione settuplicata dimezzata delle corrispondenti velocità, ed accostarsi assai alla ragione quadruplicata. Secondo, se il massimo arco è gradi *66*, ed il minimo *39*, e che le differenze sieno di 8 in *9* gradi per ogni nuova immersione, in tal caso le velocità stanno come i quadrati delle altezze. Terzo, se il massimo arco è *64*, il minimo *39*, e le differenze degli archi parimenti di 8 in *9* gradi per ciascuna immersione, saranno le velocità in triplicata dimezzata delle altezze. Quarto, se il massimo arco è 50, ed il minimo 30 e la differenza degli archi di gradi 5 in *6* per immersione, stanno le velocità nella semplice ragione delle altezze, come vogliono il Castelli, il Barattieri, il Montanari, ed i Raccoglitori di Bologna. Quinto, se il massimo arco è 41, ed il minimo 15, con differenza da arco ad arco di gradi 4 in 5, allora le velocità sono in ragione duplicata subtriplicata delle altezze. Sesto, se il massimo arco sarà gradi 24, ed il minimo gradi 2, con differenza fra arco, ed arco di gradi uno fino a tre, saranno le velocità come le radici quadrate delle altezze, come vogliono il Guglielmini ed altri rinomati Autori. Da tutto ciò si raccoglie verificarsi in realtà nelle acque correnti tutte le ipotesi sin ora corse fra gli Idrometri, e molte altre ancora non considerate oltre di queste. Per tanto se il fiume corre molto veloce, e le differenze fra ar-

CAP. V. Parte II. co e arco, dentro però le circostanze con le quali si sono fatte le nostre osservazioni, registrate nella Tavola del numero XI. di questa seconda parte, stanno come ivi si sono notate, converrà nel calcolo delle velocità servirsi delle ragioni rilevate nell' altra Tavola del numero XII. Se il fiume corre lento, servirsi dell'ordinaria dimezzata delle altezze, e ne'moti che non sono gran fatto tardi, nè gran fatto concitati converrà adoprare le altre ragioni, parimenti notate in essa Tavola. Egli è ben vero, che un solo punto di *sublimità* o di quiete del fluido non può servire per tutta la sezione; mentre in questa potrà tal acqua correre con differenze tali di archi, che ricerchino tutti diverse proporzioni; quindi per aversi una velocità media, converrebbe in una data sezione rilevare con quali differenze andassero crescendo gli angoli di deviazione, e presa poi di ciascheduna osservazione la velocità media, prendere dell'aggregato di tutte una nuova velocità pur *media*, ed il simile fare delle respettive altezze, e da ciò ne risulterebbe la più prossima ragione delle velocità per rapporto alle altezze.

XVIII.

Scolio V. Sia per esempio da esaminare o una sezione di un fiume, o parte di essa, vale a dire per quella altezza, a cui arriva la lunghezza del pendolo sopradescritto, e per non allontanarsi dal vero, prendiamo alcune osservazioni, che furono fatte nel Pò dirimpetto alla Chiavica di Raccano l'anno 1717 li 14 Maggio. Furono queste in numero di cinque, che stanno anco registrate nella Tavola del numero XI. di questa seconda parte, ma sparsamente, cioè in que' luoghi, che loro competono per la serie. Quì le porremmo tutte a suoi luoghi, anzi ad oggetto di una maggior chiarezza, sia nella seguente figura la larghezza del Pò AB, la quale dalle osservazioni fatte del 1721. nella visita di quel fiume fra Pontificij, Cesarei, e Veneti, fu riconosciuta di pertiche 65 Bolognesi, li 20 Marzo. Sia A la parte destra del Pò, B la di lui parte sinistra, e più vicina alla Chiavica suddetta, che non è gran fatto superiore alla Terra della Polesella. La prima osservazione fu in GM in altezza di piedi 33 : 7, gli archi per la deviazione con differenza di piedi 4 d'immersione della palla furono, il primo e massimo di gradi 64, e il secondo e minimo di gradi 40. Nella seconda osservazione FL, sempre con la stessa differenza d'immersione, il

TAV. II. Figura 8.

massi-

massimo arco fu di gradi 57, il minimo 32. Nella terza EK il massimo fu 50, il minimo 35. Nella quarta DI il massimo fu gradi 47, il minimo 29, e nella quinta ed ultima HC il massimo fu 40, ed il minimo 25. Ciò fatto si ricorra alla Tavola suddetta fondamentale numero XII. e si troverà, che per la prima osservazione le velocità sono come i quadrati delle altezze, cosicchè prendendo prima la media velocità fra la massima e la minima che è 370 (nascendo questo numero dalla summa 452 e 289 divisa per metà) e la media altezza verrà ad essere secondo la Tavola 68542, che ridotta in piedi (de' quali in sei s'intende diviso il filo, che sostiene la palla) col moltiplicare questo numero per 6, e dividerlo per 100000, si averà 4 per la detta altezza media in piedi (ommettendo le piccole frazioni per brevità, e perchè solo insensibilmente alterano il calcolo) e quadrando sarà la velocità, come piedi 16. Per la seconda osservazione si ha dalla stessa Tavola dover esser le altezze in triplicata dimezzata rispetto alle velocità, onde col metodo detto di sopra, si ricava che le velocità saranno come 5. Per la terza osservazione e per la quarta, avendosi che le velocità debbano essere nella semplice ragione delle altezze saranno la terza, come piedi 6 once 10, e la quarta come piedi 6 (cioè a dire, che tanti piedi di altezza di acqua, che s'intenda posta sopra i punti, ove cadono le velocità medie, produrranno queste tali velocità) e finalmente per la quinta osservazione, essendo le velocità in ragione duplicata subtriplicata delle altezze, sarà la velocità competente, fatto il calcolo, come 3. Si raccolgano tutte queste velocità in una summa, e si averanno piedi 36 : 10, che divisi per lo numero delle osservazioni 5, saranno piedi 7 : 4 per la velocità ragguagliata o media equivalente alla vera dell' acqua sopra il punto della velocità media della sezione, in cui si sono fatte le operazioni predette. Per aversi però la mole dell' acqua, che per la detta sezione passerà in un dato tempo, basterà moltiplicare la larghezza nell'altezza di essa sezione, e poscia nel sopra ritrovato numero esprimente la velocità. Per aver l' altezza ragguagliata di questa parte della sezione, bisogna sommare separatamente gli archi massimi di deviazione di ogn'una delle osservazioni, e dividere la somma per lo numero delle medesime, e si averà l'arco medio per le ricercate altezze, così nel caso presente la somma è 260 gradi, e l'arco ragguagliato gradi 52, il di cui seno del complemento 38 sarà, fatte le

de-

CAP. V. TAV. II. Figura 6.

debite calcolazioni piedi 4 once 8 a un dipresso, da cui detratto un piede cioè la Aφ restano piedi 3 : 8, e la quantità dell'acqua che si ricerca sarà 17479 numero prodotto dalla moltiplicazione di $650 \times 7\frac{1}{2} \times 3\frac{2}{3}$ che è due volte e mezzo in circa maggiore di quello che provenirebbe calcolando col fondamento delle ordinarie regole della dimezzata delle respettive altezze, il che darebbe solamente 5589, e quasi il doppio di questo numero si avrebbe servendosi della regola del Castelli, che darebbe 8737, dal che si può agevolmente comprendere, quanto lontano dal vero ci guidino i metodi, che sono in uso pel calcolo della quantità dell'acqua ne' fiumi.

XIX.

Essendo che ne' computi antecedenti non si è calcolato, che la portata dell'acqua per una parte della sezione, vale a dire per la sola altezza, a cui arriva il pendolo, qualor è allontanato dalla perpendicolare per l'azione dell'acqua, il che, come si è veduto, risponde al seno del complemento dell'angolo di deviazione, quindi sarebbe da cercarsi il metodo di rilevare l'intiera portata della sezione: Per eseguirlo sembrerebbe congruo il modo posto in uso ne' numeri antecedenti, cioè di progredire nell'esame delle velocità, che è quel tutto, che cercarsi deve, e ciò secondo la progressione ritrovata coll'uso della palla, vicino alla superficie dell'acqua; come per esempio, se la velocità superficiale è di gradi 25, la susseguente un piede più verso del fondo fosse di gradi 30, la prossima un altro piede più sotto fosse gradi 35, e la quarta gradi 40, sembra giusta illazione il dire, dunque 8 piedi sotto della superficie sarebbe gradi 60, e 12 piedi sotto della medesima superficie dovrebbe essere gradi 80; ma un tal discorso non risponde all'osservazione, secondo a tutti i casi possibili: conciosiachè vi sono delle velocità, che crescono con tali eccessi, che progredendo secondo la detta ragione, prima di arrivare al fondo, l'angolo di deviazione verrebbe ad essere maggiore del retto, con manifesto assurdo, non potendo l'acqua con tutto l'impeto che può concepire, se per questo non fosse infinito, arrivar a tener sospeso il pendolo orizontalmente, e senza una forza più che infinita, per parlare col linguaggio della scienza interiore, non si può mai far oltrepassar l'angolo retto al pendolo. Tornisi a considerar quì alcuna delle osservazioni registrate al numero XI. di questa seconda parte, e fra que-

queste la prima fatta a Crespino, la quale essendosi praticata in un fondo di piedi 24 con differenza di 10 gradi per ogni piede d' immersione della palla, quando per due soli piedi fosse essa stata ancora profondata, avrebbe dovuto oltrepassar l'angolo retto, e da una forza più che infinita esser distratta, il che in alcun modo non poter succedere ogni uno lo comprende. Nella seconda osservazione, fatta parimenti a Crespino in fondo di piedi 26, con differenza di deviazione di gradi 9 per ciascuna immersione, profondata la palla a piedi 9 oltrepasserebbe l' angolo retto, e darebbe, con assurdo, un angolo di gradi 93. Nella terza osservazione fatta a Raccano in fondo di piedi 33 : 7 arriverebbe oltre l'angolo retto, cioè a gradi 92, allorchè fosse immersa la palla piedi 9, cioè quando pur anco vi restassero piedi 24 : 7 ad arrivar al fondo. Nella quinta osservazione ivi in fondo di piedi 19 : 8 arriverebbe l'angolo di deviazione a i gradi 96, quando la palla stesse alta dal fondo piedi 9 : 5. Nella duodecima osservazione alle Papozze in fondo di piedi 27 : 3 : 9 quando la palla fosse immersa, di modo che restasse essa discosta dal fondo piedi 11 : 3 : 9 ascenderebbe all'orizontale, ed immergendola ancora di più, oltrepasserebbe la detta orizontale, con maggior assurdo. Finalmente nella osservazione XIV. alle Papozze in fondo di piedi 12 : 9 : 10, allorchè fosse immersa la palla ad un solo piede lontano dal fondo essa sarebbe asportata ad avere un angolo di deviazione di gradi 90.

X X.

Dalle quali cose chiaramente apparisce l' incongruenza dell' illazione, ed esser impossibile, che avvicinandosi al fondo con le immersioni possi sussistere la stessa legge degli accrescimenti degli angoli di deviazione, e convien dire, che le resistenze, che incontra l'acqua a cagione del soffregamento del fondo, alterino molto sensibilmente le sopradette proporzioni, nè in verun modo siano queste da negligersi da chi pretende rilevare i veri accidenti del moto delle acque. E vaglia il vero, essendo io li 11 Maggio 1717 sul Pò di Ariano alla Mezola, accommodai il filo della palla, perchè fosse di pari lunghezza con l' altezza viva dell'acqua cioè di piedi 8 : 8, onde immerso sino a fior di acqua, e di poi successivamente estratto di piede in piede, cosichè l'ultima osservazione fu fatta con un piede d'immersione, si ritrovarono i gradi di deviazione 24, 23, 22, 21, 19, 17,

CAP. V. Parte II. 16, 12, dal che apparisce che questi angoli non si vanno eccedendo con differenze eguali, ma che a misura, che si accostano al fondo, hanno gli eccessi minori. Parimente nella stessa sezione in fondo di piedi 6 : 8, ridotta a questa misura la lunghezza del filo, ed anche quatro once di più, di modo che era piedi 7; fatta però la massima immersione, ed indi estratta di piede in piede la palla, si ebbero i gradi seguenti di deviazione 21, 22, 23, 20, 22, 20, 18, cioè con angoli che sul principio crescono andando verso il fondo, indi inoltrandosi più verso di questo decrescono. Così nell' osservazione fatta li 14 Maggio 1717 dirimpetto la Chiavica di Raccano nella settima stazione, essendosi in un fondo di soli piedi $4\frac{1}{2}$ con la lunghezza però del pendolo di piedi 6, immersa che fu la palla sino al fondo, ed indi successivamente estratta, notandosi l'angolo di deviazione per ogni mezzo piede di estrazione, si ritrovò l'angolo vicino al fondo gradi 19; in piedi 4, gradi 20; in piedi $3\frac{1}{2}$; gradi 19; in piedi 3 gradi 18; in piedi $2\frac{1}{2}$ gradi 16 e finalmente immersa la palla piedi 2 gradi 14, onde anche da questa osservazione si rileva qual resistenza cagioni il fondo de' fiumi al movimento dell'acqua. Poste le quali cose, ben si comprende mancar il metodo per aversi la serie compita esprimente i gradi delle velocità in una data altezza viva di una sezione di un fiume. Non vi sarebbe altro ripiego per indagare il meglio che fosse possibile quanto si cerca, che il servirsi di una palla assai pesante, acciocchè quanto più esattamente notasse gli angoli più vicini al fondo, ma si caderebbe poscia nell'inconveniente di non potersi avere sensibili differenze degli angoli di deviazione, mentre poco restarebbe mossa dal corso dell' acqua, oltre alla difficoltà grande, che vi sarebbe in maneggiarla.

XXI.

Abbenchè negli antecedenti numeri paja sufficientemente posta in chiaro la teoria delle velocità delle acque correnti col mezzo delle palle sospese da fili, nientedimeno si è voluto avanzar l'esame ad una maggiore facilità per servirsene con frutto, e speditezza nella pratica. Sia il punto fisso A, da cui penda la palla B, attaccata in A col filo AB, immergasi per un dato spazio sotto la superficie dell'acqua corrente, ascenderà la palla portata dal corso sino v. g. in P, ed ivi durerà sospesa fino a tanto che o ritirisi essa, o più si profondi, cioè sino che resti espo-

TAV. II. Figura 9.

esposta ad esser trasportata e sospesa da un' altra forza: se dal moto di questo pendolo dovessimo noi desumere qualche fenomeno intorno al movimento dell'acqua, converrebbe non alterare nè poco nè molto la prima lunghezza del filo; ma non domandando le nostre ricerche alcuna vibrazione di pendolo, ma il solo trasporto ed equilibrio della palla tenuta sospesa dalla forza dell' acqua, quindi egli è lo stesso o il profondare di più il filo senza variarne la lunghezza, o pure variando essa lunghezza, esporre la palla a sostenere varj impulsi dalla forza del corso. Fatta dunque la prima osservazione, e supposto che l' angolo di deviazione sia BAP, si può prolungare il filo per un dato intervallo, e sia Ab, onde portandosi la palla più verso del fondo, se l' acqua in questo sito si muove con maggior energia che nel primo, farà salire la palla in $1p$, e l'angolo di deviazione sia $1b$, A, $1p$, dipoi allungato il filo fino a $2b$ sia l'angolo di deviazione $2b$, A, $2p$ e così successivamente, se si condurranno i raggi $1p$ A, 2PA ec., farà lo stesso per la seconda osservazione, come se la palla avesse descritto l'arco B, 1O, e per la terza, l' arco B, 2O, essendo che per gli archi concentrici, sono questi tutti proporzionali, onde il calcolo egualmente bene procederà sopra dell'arco B, 1O, B, 2O, come sopra gli archi respettivi $1b$, $1p$; $2b$, $2p$.

XXII.

Ma la forza assoluta, con la quale sarà mossa l' acqua impellente della palla, si troverà nel modo, che segue. Per la prima positura P, si conduchino FPD parallela al filo perpendicolare AB, ed il seno dell' angolo di deviazione PH, tirata prima l'orizontale AE, di poi si faccia PD eguale al peso assoluto della palla nell'acqua, e condotta la tangente all'arco BP, che sia MP, si faccia DC parallela a questa tangente, e si produchi FP fino che tagli la DC in D, sarà per i principj della statica DC la forza, che avrà la palla per discendere nell' arco PB nel punto P, ed equivalerà alla forza acceleratrice di essa palla; PC sarà la forza, con cui resta teso il filo nella positura APC. Perchè dunque questa palla rimanga dall' azione dell'acqua sospesa in P, dovrà precisamente l'impeto dell'acqua esser eguale alla forza acceleratrice DC, o sia PM. Si produchi DM in G fino cioè, che tagli il seno PH, ed esprimerà la detta PM la forza dell' acqua, che si dirigerà a sostenere la palla, GM

CAP. V. Parte II. quella che farà forza sopra lo stiramento del filo a cagione dell'urto dell'acqua, e finalmente la GP rappresenterà la forza assoluta, con la quale si moverà l'acqua, che si è risolta nelle due collaterali GM, MP. Lo stesso accaderà in ogni altra positura, e sarà $1g$, $1p$, la forza assoluta rispondente al punto $1b$, e $2g$, $2p$ quella corrispondente al punto $2b$, e le totali distrazioni del filo saranno respettivamente $DM + MG$; $1d$, $1m + 1m$, $1g$; $2d$, $2m + 2m$, $2g$ ec.

XXIII.

E' manifesto, che tutti gli archi descritti da queste diverse lunghezze de' fili, si possono ridurre all'arco AB del filo più breve, o a qualunque altro, e che per conseguenza si possono istituire tutti i calcoli sopra questo con assai maggior facilità, e con molto maggior compendio; siccome altresì è manifesto, che se s'intenderanno prodotti tutti i respettivi seni retti PH, 1O, 1Q, 2O, 2Q in S, 1R, 2R ec. cosicchè HS sia eguale a GP, 1Q 1R à $1g$, $1p$; 2Q, 2R à $2g$, $2p$ ec. la linea curva, che passerà per tutti questi punti S, 1R, 2R, sarà la linea delle forze, in cui le ordinate anderanno crescendo come le forze predette; avrà il vertice B, e AT per asintoto, restando solo da avvertirsi, che calcolata sull'arco BE, rimane collocata con inverso sito, vale a dire, che le ordinate da B verso A rappresenteranno le forze crescenti dell'acqua da B verso $2b$ di questa curva, una sola porzione della quale servirà per farci rilevare le forze di un fiume, cioè quella, che cade fra la minima, e la massima immersione, quando l'eccesso con cui gli angoli di deviazione si vanno superando non sia tale, che il respettivo loro seno retto non cada di sopra del precedente: intorno la qual cosa dalla sola ispezione della figura si può rilevare, che durando il corso del fiume nel medesimo stato, se HP, $1b$; $2b$, $2p$ rappresentano i filamenti dell'acqua, e che corrino più quelli, che più restano verso il fondo, non mai la palla potrà andar più alta dell'immersione precedente, cosicchè $2p$, non potrà star sopra dell'orizzontale di $1p$; altrimenti il filamento $1b$, $1p$ correrebbe con maggior impeto del filamento $2b$, $2p$, che è contro la supposizione. La costruzione geometrica della curva veggasi dal numero XXXIV. di questa seconda parte sino al fine.

XXIV.

XXIV.

Essendo per i simili triangoli APH, PDC, PDM queste analogie, AP. PH : : PD. DC = PM. ed AP. AH. : : PD. PC, sarà ancora PH. AH : : DC. PC, ed il rettangolo PH × PC = AH × DC; parimenti per la simiglianza de' triangoli PDM, PMG e fra se stessi, e con i primi, sarà ancora l' analogia PC. PD : : PM. GP; e presa la commune altezza PH, sarà PC × PH. PD × PH : : PM. PG, ovvero AH × DC. PD × PH : : PM. GP; ma DC = PM; adunque AH. PD × PH : : 1. GP e però GP in ragione diretta di PD × PH ed inversa di AH, onde la forza assoluta impellente, che l'acqua ritiene, è in ragione composta della diretta del peso assoluto della palla nell'acqua, e del seno dell'angolo di deviazione, e reciproca del seno del complemento del medesimo angolo, e perchè la detta forza si sta come il quadrato della velocità, ne nasce, che la velocità assoluta delle acque correnti stia nella dimezzata ragione diretta del peso assoluto della palla nell'acqua moltiplicata nel seno dell'angolo di deviazione, e reciproca pur dimezzata del seno del complemento del medesimo angolo.

XXV.

Corollario. Dal che se ne ricava, che allor quando l'angolo di deviazione BAP sarà di gradi 45, la forza assoluta dell' acqua sarà eguale al peso, che avrà in acqua la palla, cioè alla DP, essendo che l' angolo PDM eguale all' angolo di deviazione, se diviene di gradi 45, e GPD essendo retto, sarà per conseguenza PGM parimenti di gradi 45, e perciò DP = GP.

XXVI.

Ma perchè si riduca questa velocità allo spazio effettivo, che in un dato tempo possa ella percorrere, così conviene andar più avanti in questa proposizione, riducendo alle misure dello spazio la formola ritrovata nel numero XXIV. di questa seconda parte $u = \sqrt{\frac{PD \times PH}{AH}}$; Si chiami dunque il peso della palla in aria P, il peso di una mole di acqua eguale in volume ad essa palla Q, sarà P — Q il peso assoluto di essa palla in acqua, come colta dalle equiponderanti, cioè DP. Per aversi il valore

di Q si proceda come segue. Essendochè dalle osservazioni del Guglielmini, registrate da noi al numero XIX. del Capitolo secondo, un'oncia cubica di acqua di misura Bolognese pesa grani 786, se diremo la circonferenza del circolo massimo della palla c, il di lei semidiametro r, sarà per la stereometria la solidità di essa palla $\frac{2crr}{3}$ e per conseguenza sarà l'analogia, come il continente dell'oncia cubica al suo peso, così il continente della sfera della palla al peso suo effettivo in aria, cioè come 1728 punti cubici, che sono gli elementi di un'oncia, a grani 786. così $\frac{2crr}{3}$ a $\frac{2crr \times 786}{3 \times 1728}$ che vale il peso Q: onde $GP = \frac{PH}{AH} \times PD = \frac{PH}{AH} \times \frac{2crr \times 786}{3 \times 1728}$ valore della forza assoluta dell'acqua, di cui formandosene un cilindro, che abbia la base eguale alla circonferenza massima della palla $\frac{cr}{2}$ e l'altezza y, sarà l'equazione $y = \frac{2PH}{cr \times AH} \times P - \frac{2crr \times 786}{3 \times 1728}$, la qual altezza sarebbe quella, che farebbe camminar l'acqua con la velocità osservata con la palla.

XXVII.

Scolio I. Poniamo per esempio, che il semidiametro della palla r sia eguale ad 8 linee; che l'angolo di deviazione sia di gradi 30; che la palla P, pesata in aria sia di grani 6720, sarà prossimamente $c = 50$, facendo come 7 al 22 la ragione del diametro alla circonferenza, inoltre PH seno dell'angolo di deviazione sarà per le Tavole trigonometriche 50000, e il di lui complemento AH, 86603. Ciò dunque supposto, $\frac{2crr \times 786}{3 \times 1728}$ valerà prossimamente grani 966, che detratti dal peso assoluto della palla 6720, restano grani 5754 pel peso della palla in acqua, il di cui logaritmo - - - - - - 3. 7599699

qua, il di cui logaritmo	3. 7599699
ed il logaritmo 2PH	5. 0000000
onde la summa	8. 7599699
essendo poi il logaritmo di c	1. 6989700
quello di r	0. 9030900
e quello di AH	4. 9375179
sarà la summa	7. 5395779

onde

onde la differenza de' logaritimi di queste due summe sa-
8. 7599699
7. 5395779
rà - - - - 1. 2203920, il di cui numero è prossimamente $16\frac{1}{2}$ cioè come $1\frac{1}{3}$ dell'altezza del cilindro esprimente la forza dell'acqua. Trovata l'altezza predetta, basta cercar nella Tavola calcolata dal Guglielmini per i spazj dovuti alle velocità, registrata nel fondo del libro *Aquarum fluentium mensura*, abbenchè secondo anche il sentimento del Sig. Manfredi, sia essa bisognola di riforma, esprimendosi pag. 96. che per la misura della velocità de' fiumi, *tali non sono quelle* deduzioni notate nella *Tavola data dal nostro Autore* (Guglielmini) *nel Libro della misura delle acque correnti per la ragione addotta ec.* Supponendo dunque gli spazj marcati in essa Tavola per essa bastantemente veri, si raccoglie, che ad una altezza di once una ed un terzo corrispondono all'incirca piedi di Bologna 71 in un minuto d'ora, onde in un'ora quel tal fiume farebbe piedi 4260 di cammino, o pure pertiche di Bologna 426, che non arrivano alla misura di un miglio intiero di quel paese.

XXVIII.

Scolio II. Per porre in pratica quanto si è detto ne' numeri anteriori nel fatto de' fiumi, daremo quì il modo di servirsene. Perchè le acque correnti hanno un diverso movimento ne' varj punti della larghezza della sezione, così se il fiume non è molto largo si facciano in tre differenti luoghi le osservazioni con la palla, immergendola con date eguali differenze, indi si raccolghino in una somma tutti gli angoli di deviazione ad osservazione per osservazione, e si dividano per il numero delle diverse immersioni, poi si sommino assieme questi, che diremmo, *medii* angoli di nuovo, dividendoli pure per il numero delle fatte stazioni, che nel caso presente saranno tre, e si avrà l'angolo *medio* di deviazione, con cui realmente si moverebbe l'acqua, se col medesimo grado d'impulso da per tutto corresse. Siano in grazia di esempio gli angoli di deviazione osservati nel sito del filone con eguali intervalli d'immersione gradi 30, 35, 40, 45, dall' uno de' lati siano 22, 25, 28, 31, e dall'altro 24, 28, 32, 36, le somme respettive sono per il filone 150, che diviso per 4 da 37: 30: Per il primo de' lati la somma è 106, che pur divisa per 4 da 26: 30, e la somma dell'altro è 120, che hà per an-

golo

golo *medio* 30, e sommando tutti e tre questi angoli *medii* di deviazione fanno 94, che diviso per 3, numero delle osservazioni dà per l'angolo *medio* di tutto il moto dell'acqua 31. 20, cioè gradi 31, ed un terzo, sopra il qual angolo calcolando con una data palla, la forza assoluta dell'acqua, si ricava finalmente lo spazio percorso dall'acqua dentro un dato tempo, ed in conseguenza si averanno noti i piedi cubici dell' acqna, che escono per quella data sezione.

XXIX.

Scolio III. Volontieri avressimo calcolato la Tavola a motivo di facilitar i calcoli agli idrometri, ma riflettendo, che questa non avrebbe servito, se non per una palla di un dato peso, e di una data mole, così sarebbe convenuto, che tutti si avessero proveduto di simili ed eguali palle, e nella grandezza e nel peso, il che per avventura non sarebbe stato sì facile, avuto ancora riguardo alla diversità delle misure, che in ogni paese sono in uso, oltredichè non potendosi già con una sola palla esplorare le velocità di tutte le acque, ma essendo di mestieri spesse volte di mutarle, accrescendole o diminuendole di peso, acciocchè più sensibili siano gli angoli, che marcansi dal corso dell'acqua, sarebbe stata questa una seconda, e maggiore difficoltà, per cui si sarebbe resa frustranea la Tavola, che secondo certi dati, si fosse calcolata: che però stimando sufficiente l'aver data la formola del numero XXVI. di questa seconda parte, ci dispenseremo dai calcoli, lasciando a chi si vorrà servire di questo, che noi riputiamo sicuro metodo, la pena di conteggiare la quantità dell' acqua, che in dati tempi passasse per una data sezione, il che cogli esempj de' numeri XXVII., e XXVIII. non sarà per riuscire difficile, anche per quelli, che non fossero dotati, che di una mezzana capacità.

XXX.

Si è voluto quì trasportare la costruzione, e proprietà della curva, che risulta dal numero V. di questa seconda parte, per non distrarre soverchiamente nella contemplazione delle cose analitiche la mente di chi fosse contento d'intender solo quanto concerne il metodo più piano dell'Idrometria. Sia dunque da determinare, e costruire la curva delle velocità, supposto, che gli archi procedano secondo la progressione aritmetica, immersa che

sia

sia la palla per dati, ed eguali spazj. Dicasi BC $= z$ (spazio che si fa scorrere elevando il pendolo ad una data altezza): la lunghezza del pendolo AB $= a$, e l'arco osservato nella profondità AB sia $= c$. La differenza tra gli archi sia $= b$, e l'arco cR $= y$, sarà per l'ipotesi $y = c - \frac{bz}{m}$ (supposta l'unità $= m =$ ad un piede per conformarsi alle nostre osservazioni) ciò restando ben manifesto, avvegnacchè, se estratto il pendolo per un piede, si ha l'arco $c - b$ sollevato per due piedi, si avrà $c - 2b$, e per tre, $c - 3b$, e finalmente estratto per lo spazio z, si avrà l'arco $c - \frac{zb}{m} = y$ come si è detto.

CAP. V. TAV. II. Fig. 10.

XXXI.

Si dica QC $= x$, seno verso dell'arco CR; la tangente del medesimo arco $= t$, sarà BQ absciffa della curva dà determinarsi $p = z + x$, $y = \surd \frac{aadt}{aa + tt}$ e $t = \frac{a\sqrt{2ax - xx}}{a - x}$, ma si è dimostrato ai numeri II., e III. di questa seconda parte, che $mt = uu$, dunque si averanno le equazioni $y = c - \frac{bz}{m}$, $y = \int \frac{aadt}{aa \times tt}$, $t = \frac{a\sqrt{2ax - xx}}{a - x}$, $z + x = p$, $mt = uu$, nelle quali fatte le debite sostituzioni, si ricaverà la relazione tra p ed u, ch'è quello che si ricerca.

XXXII.

Scolio. La prima equazione delle antedette cinque è al triangolo. La seconda dà la relazione della tangente dell'arco del circolo al medesimo arco. La terza dà la relazione del seno verso alla tangente del medesimo arco. La quarta è alla linea retta. La quinta alla parabola.

XXXIII.

Si costruirà dunque nel modo che segue la curva proposta. Si taglino ad angolo retto le rette linee ADG, DRQ. Prendasi DR eguale all'arco del circolo descritto dal pendolo, o sia col raggio a, indi si faccia DQ eguale al raggio medesimo. Per li

TAV. III. Figura 1.

punti

CAP. V. Parte II.

punti R, Q si tirino due linee parallele a DG, e s'intenda descritta tra DG, RH la curva DK espressa dall' equazione $y = \int \frac{aadt}{aa + tt}$, nella quale sia DG $= t$, GK $= y$, e sia KO parallela a DG. Si descriva parimenti la curva RL, di cui la natura si esprima con l'equazione $t = \frac{a\sqrt{2ax - xx}}{a - x}$, e sia RH $= t =$ DG, HL $= x$. In oltre si descriva dal vertice D la parabola DF dinotata dall' equazione $mt = uu$, nella quale DG $= t$, GF $= u$. Si faccia poi OD $= c$. DA :: b. m. e si conduchi AOS; di più RI nell'angolo semiretto con la QR, dico che presa Dg a piacere, e condotta $fgkl$, come pure li, kf, fc parallele a DG, poscia im parallela a DQ ed fc parallela a DG, sarà il punto c nella curva o scala delle velocità AC, cioè dico essere D$b = p$ e $bc = u$; mentre per la natura della parabola DF sarà $mt = uu$, e per la natura delle parallele $bc = u$. Per la proprietà poi della curva DK sarà K$g = y = \int \frac{aadt}{aa + tt}$, e per il triangolo ODA dalla supposizione Oo. so :: b. m, ma essendo DO $= c$, sarà O$o = c - y$, e perciò $so = \frac{m \times \overline{c - y}}{b} = z$. Parimenti per la natura della curva RL, (essendo $kl = x$) $t = \frac{a\sqrt{2ax - xx}}{a - x}$ e per l'angolo semiretto in R; OM $= x = us$ per le parallele; dunque ON $= z + x =$ Db. q. e. d. Il vertice di questa curva è in A, le altezze razionali dell'acqua sono le Ab. E se dal punto S ove và a terminare la AC nella RH si tiri ST, sarà PT l'asintoto della curva AC delle velocità.

XXXIV.

TAV. III. Figura 2.

Per la costruzione geometrica della linea delle forze, supposto fisso il centro del pendolo, allungando successivamente il filo, a cui resta la palla raccomandata, sia il centro del pendolo fermo A; BV, bH siano due archi descritti co' raggi AB, Ab, sia DH il seno retto dell'arco bH, conducasi BQ tangente dell' arco BV nel punto B, e per i triangoli simili sarà AB. BQ :: HM. FH (supposta MF parallela al raggio AH). Sia AB $= a$, BQ $= t$, HM $= p$, FH $= f$ sarà a. t :: p. f. ed $af = pt$. Sia ancora B$b = z$, che è lo spazio, o per dir meglio

glio l'allungamento del pendolo, o pure il di lui abbreviamento, quando venghi concepito, che il punto b cadesse sopra B fra A e B, sarà $AH = a \pm z$. $AD = x :: \sqrt{aa+tt}. a$. L'arco della deviazione osservato in B sia c, e la differenza da un altro qualunque arco b H, che sia y, dicasi b. sarà l'equazione (per quanto si è detto al numero XXX. di questa seconda Parte) $y = c + \frac{bz}{m}$.

Cap. V. Parte II.

(m vale l'unità) si avranno per tanto le seguenti equazioni $af = bt$; $\overline{a \pm z} \times a = x \sqrt{aa+tt}$, $c \pm \frac{bz}{m} = y$ ed $y = \int \frac{aadt}{aa+tt}$, dalle quali, fatte le debite sostituzioni, si averà la relazione tra x ed f, che è la forza dell'acqua, che agisce contro della palla, e la curva esprimente codesta forza si costruirà come segue.

X X X V.

Tav. III. Figura 3.

Nella retta AE si prenda $AB = a$, e BE eguale al quadrante del circolo descritto col raggio a; la curva BN sia espressa dall' equazione $y = \int \frac{aadt}{aa+tt}$; Prendasi nella retta AY; $BD = c$, arco osservato, e sia BD. BG :: b. m, dipoi tirisi la retta GDF. Si tagli $AL = p$, e si conduca la parallela LI a BM. In oltre sia RBK in angolo semi-retto: preso poscia qualunque punto M, e condotta l'ordinata MN, sia BM eguale a t, sarà $MN = y$, $DP = c - y$; se dal punto N sarà condotta NQ parallela a BM sino che tagli la GF in Q sarà $PQ = \frac{m}{b} \times \overline{c-y} = z$; si tiri QR parallela ad AB sino che tagli RK, sarà $RS = QP = BS$ per l'angolo semiretto. Si unischino i punti A ed M con la retta AM, e si tiri l' arco ST, sarà $AT = AS = a - z$; sia TV normale ad AB, e sia prodotta indefinitamente, si unischino i punti I ed V con la retta IV, e dal punto L tirisi la parallela LX ad IV, sino che tagli VX in X, dico che il punto X sarà nella curva delle forze ZXφ. Perchè dunque per i triangoli ABM, AVT simili sarà $AM = \sqrt{aa+tt}$. $a :: AT = AS = a - z$. x. dunque $x \sqrt{aa+tt} = a \times \overline{a-z}$. Similmente AL. LI :: AB. BM dunque $p.f :: a. t$ e però $fa = pt$ ma $VX = LI$ dunque $VX = f$. *q. e. d.* Il vertice della qual curva è in Z presa $BZ = BG$ e l'asintoto sarà YO presa $BY = EF$.

CAP. V. Parte II. TAV. III. Figura 3.

XXXVI.

Se poi si volesse la scala delle velocità, basta dal vertice L sopra LI come asse descrivere una parabola Lm, per l'equazione $mf = uu$, ed Lm sarà u, fatta poi Ln in angolo semi-retto, sarà parimenti $pn = u$, e perciò tirata nH parallela ad AB, il punto in cui questa linea taglierà TV prodotta sarà nella scala ricercata delle velocità.

XXXVII.

La curva o scala delle velocità del numero XXXIII. si esprime con questa equazione (denominate le quantità, come in esso numero) $p = \frac{cm}{b} - \frac{m}{b}\int \frac{2aamudu}{mmaa + u^4} + a + \frac{aam}{\sqrt{aamm + a^4}}$. La curva delle forze del numero XXV., (nominando parimenti le quantità, come in esso numero) sarà espressa per l'equazione $x = \frac{pcm + abp}{b\sqrt{pp + ff}} - \frac{pmm}{ab\sqrt{pp + ff}}\int \frac{apdf.}{pp + ff}$, e quellla esprimente la scala delle velocità per la seguente equazione $x = \frac{cmmp + mabp}{b\sqrt{pp + ff}}$
$- \frac{pm^3}{ba\sqrt{ppmm + u^4}}\int \frac{2ampudu}{ppmm + u^4}$.

Aggiunta alla prima Parte del presente CAPITOLO *circa all'indagare le velocità delle acque correnti.*

Aggiunta alla Prima P. del Cap. V.

1. Oltre a quanto è stato da noi considerato circa a' metodi, ed esperimenti indicati, e fatti da varj Autori per rilevare le ragioni delle velocità nelle acque correnti, è ben il dovere, che si produca ancor lo strumento inventato da M. Pitot membro della Accademia Reale delle scienze, e Soggetto cotanto benemerito della dottrina delle acque, ed in specie di quella parte, che alle macchine appartiene molto da lui posta in chiaro, promossa, ed amplificata.

2. Consiste lo strumento di cui si è detto, registrato nelle Memorie di detta Accademia dell'anno 1732. in certo tubo di vetro

tro recurvato ad angolo retto, la di cui lunghezza, che restar deve a piombo, raccommandato che sia a certo prisma triangolare di legno lungo anche qualche cosa più del tubo, sì per sicurezza di questo, sì ancora per poterlo, quanto sia d'uopo, immergere sotto della superficie dell'acqua corrente, si fa di 6 piedi, ed anche più, se così si volesse, ma poco più di un'oncia e mezzo la parte di esso tubo recurvata ad angolo retto. La faccia del prisma essa pure si tiene larga da un'oncia e mezzo, e qualche cosa maggiore a proporzione che si accrescesse la lunghezza del cannello; Altro tubo della medesima lunghezza pare, che si vogli applicato al medesimo prisma, ma diritto, e non punto recurvato, finalmente si fanno le opportune divisioni in piedi, once e linee, da addattarsi nel modo più facile al tubo per servirsene opportunamente, come in detta Memoria resta abbondantemente espresso.

Aggiunta alla Par. I. del Cap. V.

3. Per ben applicare la macchinetta all'acqua corrente si dirige il bracciuolo recurvo verso del corso, fermandosi in tal modo orizontalmente, onde entrando per l'aperto foro l'acqua sale per quello a piombo fino ad una certa altezza, cosa che non succede nel lungo cannello, che non è incurvato, come non succede nè meno nel recurvo, se l'acqua è stagnante, ed in ciò effettivamente consiste il modo d'indagar il grado della velocità dell'acqua, mentre se per concepir essa velocità è ragionevole il supporre, che la medesima acqua, o altro grave cadendo da una certa altezza la producesse, è altrettanto ragionevole il credere, che prescindendo dalle resistenze, avendo l'acqua corrente una data velocità, questa sia valevole a farla salire fin dove si estendesse la detta altezza, secondo a'generali principj dell'equilibrio de' fluidi, di modo che le altezze occupate dall'acqua sopra del livello della corrente nel tubo predetto, noterebbero appunto que'punti di *sublimità*, e di *quiete*, de'quali noi si siamo serviti ne'numeri IX. e XII. della seconda parte di questo Capitolo, come ognuno potrà agevolmente rilevare.

4. M. Bellidor Soggetto di quel merito, che a tutti è noto, dopo aver nel suo Libro dell'Architettura idraulica, encomiato l'invenzione della detta macchinetta di M. Pitot, dà alla parte recurva del tubo, che il suo Autore aveva lasciato di figura cava cilindrica, la forma di un imbuto aperto dalla parte del corso dell'acqua, fatto ciò facilmente perchè maggiormente raccoglier possi il corso dell'acque, e quasi introdur nel tubo un maggior nu-

Aggiunta alla Par.I. del Cap. V.

mero di filamenti di quel fluido; contuttociò se ben vi si attende sembra che le ripercussioni di quelli, che cadono nell' obliquità del pariete dell'imbuto, potessero anzi che facilitare, servir d'impedimento al moto di quelli, che direttamente nella sezione libera del tubo vi passassero.

5. Non porta veramente M. Bellidor esperimento alcuno, che io abbia fin ora veduto, da lui fatto con questo strumento, come tre ne porta M. Pitot: e l'uno e l'altro bensì invitando gl' Idrometri a volerne fare a maggior incremento della scienza delle acque, come certamente io quanto prima, non ostante qualche dubbio, che mi rimane sopra gli effetti di questa macchinetta, sarò per intraprendere. Fra tanto mi sarà permesso di fare qualche considerazione sopra quelli fin ora fatti, e registrati nelle antedette memorie.

6. Tre dunque furono, e tutti nella Sena, cioè due al *Pont Royal*, ed il terzo 30 toese superiormente a detto sito, ed in tutte e tre le osservazioni rilevasi che da per tutto la velocità va diminuendo verso il fondo, nè alcuno può negare, che ciò succeder non debba a qualche distanza del detto fondo, attese le resistenze, che per lo soffregamento dell'acqua corrente con la sabbia si fanno sentire, e tali pure noi le abbiamo rimarcate al num. XX. della seconda parte del presente Capitolo. Veramente l' Autore non dà la misura dell'altezza dell'acqua della Sena ne' siti, ove le sperienze predette ha praticate, ma solo indica di esser giunto con lo strumento alla profondità di piedi 4; ma da quanto ha lasciato scritto M. Mariotte nel Trattato del moto delle acque pag. 339 sappiamo che la Sena di sopra del *Pont Royal* all' incirca nel predetto sito ha 5 piedi ragguagliati di profondità, ed in altri luoghi per testimonianza dello stesso Autore ne ha ed 8 e 10, onde possiamo molto bene dedurre, che di massimo fondo ivi aver possa il detto fiume da 8 piedi poco più poco meno, quindi non pare potersi riputar sì di leggieri, che fino a tal altezza giugner possa cotanto sensibile l' effetto della resistenza del fondo, da fare che fino alla superficie ne risenta l'acqua i ritardamenti alla sua velocità in modo che questa in vece di crescere almeno per qualche tratto sotto a detta superficie, vadi immediatamente scemando.

7. In fatti i nostri sperimenti praticati nel Pò in pari o poco differente altezza, dall' antedetta della Sena non ci danno un tal fenomeno, come si può vedere al numero predetto e segna-

gnatamente nella ſperienza fattaſi vicino alla Chiavica di Raccano li 14 di Maggio 1717 dove in fondo di piedi 4½ di Ferrara, che riſpondono a poco più di 6 di Parigi, la noſtra palla ſegnò l'angolo di deviazione in gradi 19, ed eſtratta o ſia innalzata per mezzo piede ſegnò gradi 20, e reſtando immerſa piedi 3 gradi 18, in piedi 2½ gradi 16, ed in piedi 2 gradi 14. Si dubita per tanto che anche nello Strumento di M. Pitot, benchè e ragionevolmente coſtrutto e molto ingegnoſo, rimanghi con tutto ciò eſpoſto ad alcuno di que'difetti, che ſi ſono rimarcati dal num. XX. al XXVI. della prima Parte del corrente Capitolo, e ſpezialmente ad alcuno di quelli, che ſi ſono rimarcati per la Fiaſca idrometrica, onde ſi renda fruſtranea ogni diligenza, che vi ſia impiegata.

Aggiunta alla Par. I. del Cap. V.

8. Al certo che pare difficile da concepire, come introdottaſi nel primo momento che ſi pone in eſperimento la macchinetta, per il foro orizontale del tubo l'acqua corrente debba ſalire all' altezza, che preciſamente è dovuta al di lei corſo, quando ſembra affatto fuori di dubbio, che arreſtato il priſma triangolare con i tubi fermamente contro il corſo dell'acqua, debba egli prima di ogni altra coſa render ſtagnanti, ed immobili tutti i filamenti dell'acqua, che in eſſo vengono a percuotere, ſenza eccettuarne ne meno quelli che incontrano il foro, mentre ſe non altro alla curvatura del tubo trovano l'impedimento, che vale ad alterar molto il moto dell'acqua, e quelle conſeguenze, che da eſſo quando foſſe affatto libero, derivar ne potrebbero.

9. Per altro l'aver oſſervato il tubo retto con l'acqua interna non più alta del livello dell'eſterna, ed il recurvo con l' acqua molto più elevata, moſtra che in queſto vi ſi eſercita una forza, che certamente manca nel primo: potrebbe tal uno credere, che la ſottigliezza de' cannelli produceſſe dal più al meno il fenomeno, che ſi oſſerva ne' tubi capillari di ſalire i fluidi ne' quali ſono immerſi molto più di quello porti l'equilibrio de' medeſimi, e ciò per quelle cauſe, che primo di tutti paleſò al pubblico il noſtro chiariſſimo Montanari ne' ſuoi Penſieri fiſico-matematici; ma ſe tali foſſero ſtati quelli adoperatiſi nello ſtrumento di M. Pitot, ſarebbe ſucceduto dal pari l'altezza dell' acqua, e nell'incurvato e nel retto, e non già ſolamente in quello, come porta l' oſſervazione dell' Autore.

10. Sono andato anco meco ſteſſo riflettendo, ſe mai il tanto ſenſibile declinare delle velocità apparenti col mezzo di queſta

mac-

Aggiunta alla Par. I. del Cap. V.

macchinetta a misura del maggiormente profondarsi della stessa, potesse per avventura derivare da ben altro principio, che dalle resistenze del fondo, che certamente nel Pò coll'esame della palla (forsi quanto a me, il mezzo sin ora il meno imperfetto per rilevare, e dedurre le velocità delle acque correnti) non rispondono nell'effetto alle osservate in Parigi nella Sena, cioè che dovendo la forza dell'acqua penetrare attraverso dell'altezza di quella porzione, che sale nel cannello, e che se ne sta stagnante e morta, quanto maggiore si è l'immersione del tubo, tanto maggiore diviene quel cilindretto di acqua, onde maggiore ancora si ricerca lo sforzo dell'acqua per salire più alto; sicchè resta incapace di produrre il suo libero effetto, e di mostrarci la sommità dell'acqua stessa nel cannello all'altezza che dovrebbe andare, se tal impedimento non incontrasse: il quale sempre più cresce, quanto più resta immersa la macchinetta: Quindi non sarebbe poi punto da maravigliarsi se cotanto sensibili ci comparisсano i ritardamenti della velocità, ed affatto improporzionati a quelli che può dar la resistenza al moto del fondo del fiume.

11. Merita con tuttociò e l'invenzione dello strumento, ed i lumi, che da questo rettamente adoperato, se ne possono ritrarre, che vi si faccia sopra molte e molte osservazioni, e noi saremmo di quelli, che non tralascieranno di far risaltare anche in questa parte il merito di M. Pitot, come siamo persuasi che altri assai più abili di noi vorranno impiegarsi al medesimo fine, ben sicuri, che una volta che siasi trovata la maniera di aversi senza equivoco i gradi della velocità in ogni punto di un'acqua corrente, si verrà ad ottenere gran parte di ciò che manca alla perfezione dell'idrometria.

12. Quanto poi alla facilità del servirsi di questo strumento come da me si reputa tale ne' fiumi di mediocre portata, ed in poca profondità, così mi sembra assai difficile l'usarlo ne' maggiori, e dove la velocità fosse insigne, cioè allora quando si avesse ad immergere il tubo alli 12, 15 e più piedi, nel qual caso si avrebbe ad accrescer la mole del prisma, ed in conseguenza le resistenze originate dalla stessa macchineta al libero corso de' filamenti dell'acqua, ed alterar vieppiù quell'effetto, di cui si va in traccia.

AP-

APPENDICE
DELLA SECONDA PARTE
DEL
CAPITOLO QUINTO.

Che contiene la Pratica facile per la distribuzione delle Acque, i disordini che corrono in tal materia, ed i metodi per correggerli.

PErche l'istituto nostro non è solamente di pubblicare queste materie idrostatiche per quelli a' quali sono note le regole dell'interior Geometria, ma perche se ne approfittino ancora quelli, che mancando della cognizione di tali studj, sono però adoperati anche più che i primi negli assegnamenti e divisioni delle acque, ed essendo corsa fin ora una pratica, che non può quanto è necessario, corrispondere alle vere leggi delle acque correnti, pertanto si è voluto inserire a questo nostro Trattato l'Appendice seguente, che appoggiandosi a quanto si è esposto nella seconda Parte dell' Articolo quinto, si è procurato di ridurre in atto pratico quanto ivi resta col fondamento di molte proposizioni dedotto e provato, e con la mira che ogni Perito se ne possa alle occorrenze servire, e farne buon uso. Vide il Castelli la necessità di tal riforma, e ne aveva anco nell' Appendice XI. del suo *Trattato* di acque prodotti i rimedj ch' e' credeva più adeguati; ma per dir vero, comechè questi sono fondati sopra la determinazione della velocità, e questa non quanto basta essendosi da esso fissata nelle acque correnti rimangono le conclusioni da esso fatte, involte in molti equivoci. Il Guglielmini parimenti diede le sue regole al Capo XII. *della natura de' fiumi*, e certamente nelle supposizioni da esso poste, il metodo procede con tutte le necessarie riserve, ma come avverte il Sig. Manfredi nelle *Annotazioni*, tal metodo riguarda principalmente i canali orizontali. Noi vedremo di supplire indeterminatamente per qualunque ipotesi. Sia però

Append. della Parte II. del CAP. V.

ARTICOLO I.

Che contiene varie nozioni circa alle bocche di derivazione.

1. Nella misura delle acque da distribuirsi agl' usi che le domandano, si servono i Periti dello spazio che occupa l'acqua in uscire dalle bocche o siano Regolatori, per introdursi negli alvei che abbiano una certa e determinata pendenza almeno per il tratto di alcune centinaja di pertiche.

2.* Questo pendìo, che ordinariamente viene determinato di 4 once al più ogni cento pertiche, si pretende poter egli fissare la velocità dell' acqua corrente.

3. Ma l'effettiva misura consiste nella quadratura dell' area dell'acqua, dividendosi lo spazio che contiene in piedi ed once, cosichè 144 once quadrate formano il piede quadrato, detto propriamente in queste nostre parti *quadretto:* L'oncia quadrata vien detta *punto*, de' quali 144 si forma esso *quadretto*.

4. La denominazione però ordinaria che corre, si è, che un *quadretto* porta once dodeci di acqua, e dodeci punti ne porta un' oncia.

5. E generalmente data l' area di una bocca di acqua corrente in once quadrate o punti, se si dividerà questa per 144, ne provengono i *quadretti* con gli avanzi o rotti: v. g. se si averà una bocca larga 150 once con altezza viva di acqua di once 42, moltiplicando questi due numeri insieme, sarà il prodotto 6300, che diviso per 144, dà il quoziente 43 *quadretti*, e punti 108, cioè secondo il linguaggio de' Periti 43 *quadretti* ed once 9.

6. Nè viene punto distinto, che l'area occupata dall'acqua sia più alta o più bassa, più stretta o più larga, bastando per la pratica corrente, che nella bocca vi sia numero eguale di piedi quadrati ed once, per pronunciare che la divisione sia pur essa eguale.

II.

7. Oltre le 100 pertiche ovvero 200, che vengono stabilite vicine alle bocche col pendìo di once una per ogni 25 di esse, non cercasi poi, se l'alveo nel rimanente ne abbia più o meno, bastando che l' imbocco per quel tratto sia tale, e si pretende

che

che una volta che l'acqua sia introdotta, abbia a camminar senza punto far risentire quella della bocca, nè per via di rigurgito, se il pendìo nel progresso mancasse, nè per via di chiamata maggiore, se l'inclinazione dell'alveo andasse crescendo.

Appendice della Parte II. del Cap. V.

8. Si suppone per altro che le distribuzioni venghino fatte in tempi di acque ordinarie, contuttociò non si notano segni fissi e stabili, nè col mezzo delle livellazioni si rilevano le alterazioni che possono andar accadendo.

9. Se fatta la bocca o Regolatore della prescritta misura venghi conosciuto (o perche gli altri compossessori se ne lamentino, o perchè il moto dell' acqua troppo veloce lo palesi) che più acqua del dovere ella assorbi, vi si colloca un secondo Regolatore in certa distanza dal primo, perche questo moderi il corso, e bilanci l'acqua, chiamandosi questi secondarj Regolatori *Briglie*.

10. Posta che sia la Briglia non più si bada a qualunque pendenza maggiore o minore, che aver possa il condotto di derivazione.

III.

11. Circa alla direzione dell'imboccatura, non vi è prescritta certa regola, ma si procura, che questa sia più a seconda del corso del fiume da cui si estrae l'acqua, che sia possibile, e che cammini per 25 o 30 pertiche parallelo ad esso.

12. Il sito preciso d' impiantar il Regolatore è dalli 18 alli 24 piedi dentro del canale di derivazione.

13. Nel rimanente a misura del numero di *quadretti* che si vogliono derivare, si tiene largo il Regolatore, quando però l' acqua ordinaria sia alta nel condotto un piede; onde la pratica ordinaria è, che per estrarre v. g. 5. *quadretti*, si tenghi larga la bocca piedi 5; se *6*, *6* &c.

14. Ma quando non vi è l'altezza di un piede, allora varj ripieghi si pongono in uso da' Periti, cioè o di abbassare altrettanto, quanto è il difetto, la soglia del Regolatore, oppure di allargar la bocca tanto, cosicchè moltiplicando questa maggior larghezza, con l'altezza data dell' acqua, si ottenghi il numero ricercato; e finalmente se ne pratica un terzo che è d' imbrigliare l'influente o condotto maestro inferiormente alla bocca, cosicchè resti in questo tanto elevata l'acqua, quanto è necessario per aversi quella tal misura.

Append. della Parte II. del Cap. V.

15. Così per lo contrario, quando l'acqua da derivarsi fosse nel fiume o condotto maestro più alta di un piede, si servono i Periti di varj metodi per non lasciar correre se non quella quantità che desiderano, uno di questi si è di lasciar bensì la soglia del Regolatore di livello con quella dell' influente, ma di chiuderne, attraverso la superficie, quella porzione, ch'è oltre di un piede; altri alzano la soglia del Regolatore, quanto ricerca l'eccesso di quella tal profondità.

E tale in sostanza si è la pratica per il ripartimento dell'acque, per le irrigazioni, per gli edificj, e per altre bisogne de' paesi, delle popolazioni, e delle Campagne; si enumereranno adesso i disordini, e gli equivoci, che in queste distribuzioni vi possono essere a danno e pubblico e privato.

ARTICOLO II.

Disordini che accadono nella misura dell' acque d' irrigazione.

I.

1. Primo e massimo disordine si è, ch'essendo corrente l'acqua che si vuol derivare, e ricercandosi per sapere la quantità dell' acqua, che in un dato tempo n'esce, i numeri esprimenti la larghezza, l'altezza che ha l'acqua alla bocca, ed il viaggio suo o sia la velocità, non si tiene conto che di due, lasciandosi il terzo senza punto determinarlo al pendìo che si dà all' alveo per qualche numero di pertiche vicino alla bocca, e senza punto riflettere, che le Campagne per le quali si conducono esse acque, variano molto le cadenti, nè esser sempre in poter dell' arte, avuto riguardo a' due termini *a quo* e *ad quem*, di tirar l'alveo in modo tale, che sempre conservi l' oncia di caduta per ogni 25 pertiche; che se anche l'arte gliela potesse dare, la natura non la conserva di ordinario, sapendosi che il pendìo si varia a norma del moto, delle torbide che porta l'acqua, dell'erbe ch'entro vi germogliano, e di molti altri accidenti.

2. Se dunque mutasi il pendìo, mutasi subito anche l'estrazione dell'acqua, accrescendosi, se cresce l'inclinazione, o diminuendosi, se cala.

3. Si calcolano le aree de' *quadretti*, come la misura dell'acqua,

qua, quando per questa dovrebbesi calcolare un solido di tre dimensioni, detto da' Geometri parallelipipedo.

Append. della Parte II. del Cap. V.

II.

4. Erroneo poi al sommo si è, il ragguagliare i quadretti ad eguale numero di punti, per pronunciare che Tizio e Sempronio godino v. g. pari quantità di acqua, come se le due aree della *figura* 4. quadrata una, e l'altra rettangola oblonga, eguali fra di esse, dar dovessero eguali quantità di acqua, quando è noto per li principj dell'idrometria, che l'area quadrata darà quasi il doppio di acqua dell'altra, se sia collocata col lato minore a piombo; dimodocchè, per far che dessero egual acqua, converrebbe che la oblonga avesse una base non di 8 parti, come la presente, ma di undeci e più.

Tav. III. Figura 4.

5. E perche al mutarsi le altezze vive dell'acque correnti, mutansi anche le loro velocità, e per conseguenza le erogazioni, il non fissarsi le dette altezze a segni stabili, ed inalterabili, riesce sempre di molto pregiudizio, nè può il Perito in occasione di rivedere le derivazioni, render conto, nè meno per questo capo della vera quantità dell'acqua che resta estratta.

III.

6. Nè punto servono le briglie solite ponersi in qualche distanza dentro dell'alveo per regolare l'eccesso della caduta, e la maggior estrazione dell'acqua; mentre questa, come si è detto, non mai si modera, se l'alveo non è stabilito nella inclinazione che ricerca la natura di quelle tali acque, essendovi di queste taluna che non richiede più di un piede per miglio; tal altra che ne vuole uno e mezzo, ed anche di vantaggio. E se bene pare all'occhio che fra la Briglia ed il Regolatore principale della bocca, cammini l'acqua con moto più lento, ciò è vero, ma in tanto l'acqua dee crescer di corpo nella bocca, e supplisce spesse volte con la maggior altezza alla deficienza apparente del moto.

7. Nè vedendosi alcuna certa regola per piantar esse briglie, ben si può comprendere, che il solo caso regola tal'operazione; quindi, per quanto sia acuto l'occhio del Perito, ed inveterata la di lui pratica, mai si potrà dir con ragione, che l'acqua derivata sia quale lo ricercano le di lei vere misure.

8. Uno de' disordini molto riflessibili si è pur quello di situare l'imboccatura delle seriole di derivazione, importando molto che

Append. della Parte II. del Cap. V.

questa sia piuttosto secondo un angolo, che secondo un altro, abbenchè di pochi gradi differente; mentre in ogni diversa direzione sfianca l'acqua con diverso momento, come agevole è il dimostrarlo in buona Statica per la ragione delle forze composte.

9. Ma alcune circostanze dell' alveo principale, da cui si fa l' estrazione, accrescono poi all'eccesso il sopradetto disordine delle direzioni delle bocche, cioè il sito del filone del canal maestro, e le di lui piegature: mentre se vi saranno due estrazioni eguali nelle loro bocche, ed anche con eguali pendenze, ma che una sia sotto la curvità di una volta, e l'altra in un drizzagno, a meraviglia saranno diverse le quantità dell'acqua estratte; e se tutte e due saranno anche nel medesimo drizzagno, ma che il filone passi vicino alla bocca dell'una, e un poco più lontano da quella dell'altra, notabile pure sarà il divario fra di esse.

10. Come sarà anco considerabile esso divario, se una stessa bocca restasse divisa in due o più parti eguali, avegnacchè quella che averà il filone, ne porterà maggior quantità delle altre, nè sin adesso si vede alcuna regola per adeguatamente ripartire esse acque, se non quella che nasce dalla pratica de' Periti, a cui, abbenchè debbasi deferir molto, non è però che non si abbia a cercar scrupolosamente quella precisione che può dar il buon uso della misura geometrica dell'acque.

11. Nè può supplirsi col procurare di diriger le bocche per qualche spazio più a seconda che sia possibile del fiume o condotto principale; mentre, oltrechè non si può far l'estrazione senza inclinar l'alveo della Seriòla, resta poi questo, dopo poco spazio, piegato, come lo ricerca l'andamento delle Campagne, e si perde ben tosto gran parte di que' vantaggi che si credevano guadagnati. Se ne faccia l'esperienza sopra due Seriòle, che abbiano la stessa bocca ed estrazione, e che vadino bensì a terminare nel medesimo sito, ma con cammino differente, uno più corto, e l' altro per le piegature più lungo, e si conoscerà quanto più prontamente scaricherà l'alveo più breve del più lungo.

IV.

12. Circa poi l'estrazione effettiva, non avendosi verun riguardo alla profondità del canale maestro, ma unicamente a stabilir le bocche della divisata misura, può in molti modi restar alterata la vera quantità che di estrarre s'intende, tanto se il fondo dell' alveo maestro è maggiore, eguale, o minore dell'altez-

za,

za, a cui resta posta la soglia, mentre se maggiore, estratta l' acqua in superficie, alla sola altezza di un piede, ve n'anderà assai di meno, che in quella bocca, che avesse la soglia egualmente alta, ma di livello col fondo dell'alveo principale, mentre l' acqua và di sua natura a trovar gli alvei più profondi. Nè in in verun modo, come si è veduto al num. 4. di questo articolo, può supplire la maggior larghezza della bocca, quando senz' altra avvertenza, questa si dilatasse sol tanto, quanto importasse la solita quadratura.

13. I ripieghi, che pur si adoprano, per bilanciar l'acqua investita in esse bocche, meritano i suoi riflessi; così l'imbrigliar l' alveo maestro senza una precisa cognizione degli effetti, che può recar un tal impedimento per il rigurgito, non può che apportar de'sconcerti, oltre al lasciarsi, si può dire in libertà degl' interessati, di porre clandestinamente sopra la soglia della briglia de' rialzamenti ne' tempi delle magrezze, e derivarne ne' suoi condotti una quantità di acqua, maggiore di quella che loro appartenga.

14. Ben più dannoso è quell'altro ripiego, di limitare le bocche che hanno una maggior profondità, col serrarne una parte alla superficie dell'acqua, mentre per quanto poco che queste serraglie sieno alte, è incredibile, come velocitano le acque che vi passano per di sotto.

Articolo III.

Metodi per declinare da' disordini predetti nelle derivazioni dell' acque de' condotti.

I.

1. In due modi si può misurare l'acqua corrente, o con assoluta, o con relativa misura. Misura assoluta s'intende il determinare quanto in un dato tempo, per una data bocca, uscir possa di acqua. Misura relativa vuol dire, la proporzione di qualunque quantità uscita, dentro un certo tempo per una o più bocche, o rispetto ad un' altra quantità uscita nel medesimo tempo, oppure rispetto ad alcuna delle quantità estratte; come per esempio, conoscendosi che in un quarto d'ora per una bocca limitata eschino sei botti d'acqua, all' ora si conosce la quantità asso-

Append. della Parte II. del Cap. V.

soluta di quell' acqua uscita; ma se date varie bocche, estratte da un alveo, si può conoscere che una di esse scarica una quantità d' acqua, che a quella che scarica l'alveo intiero del condotto dentro del medesimo tempo, abbia la proporzione di 4 al 9, e che le quantità estratte da due di esse bocche, stiano fra di loro come 3 al 2, allora si conosce la quantità relativa dell' acqua, non l'assoluta.

II.

2. Forniscono la Geometria e la Statica il modo di rilevare e nell'una, e nell'altra maniera le quantità suddette, e di già ne' Capitoli antecedenti ne abbiamo dato il metodo; quanto però è difficile l'aversi le quantità assolute, altrettanto piano e facile è l'ottenersi la relativa, non ricercando maggior studio di quello, che impiega un esperto bombardiere per accertare con ragione il getto delle bombe.

3. Va solo a vedere, se la misura relativa dell' acque può esser sufficiente per la di loro retta distributiva, ed in fatti purchè questa resti appoggiata a certe regole, fondate sull' osservazione, e sulla pratica, non pare aversi a dubitare, che tale riuscir non debba; onde lasciando la misura assoluta, si atterremo semplicemente alla relativa, con la morale sicurezza, che in tutte le parti si ponga nel vero suo diritto la più reale distributiva.

III.

4. Con tali fondamenti adunque, e dalle molte esperienze fattesi, pare che quando per una bocca di un piede quadrato, o di due, o di tre, con altezza conveniente, e col condotto di proporzionata capacità, sgombrato da atterrazioni, e da altri impedimenti, cammini l'acqua liberamente con tal moto, sicchè in un' ora faccia v. g. mille passi Geometrici, o pertiche Padovane 833, questa tal acqua, con tal moto, possa di ragione esser considerata per un *quadretto*, due o tre, a misura dell'area della bocca, per cui esce.

5. Non essendo però difficile il fissar tal emissario, e tal moto, se non altro per ora, in via di supposizione, ideale bensì, ma, che presto diverrà reale, ecco a buon conto la base di tutte le distribuzioni delle acque da farsi in ogni sito di qualunque fiume nel modo e forma, che si anderà esponendo.

6. Per far ciò, sarà poi necessario che il Perito ben concepisca le mi-

misure di questa bocca regolatrice, e che procuri anco col disaminare alcuna di quelle, che attualmente sono in essere, vedere se in fatti il caso portasse a rinvenirla disposta secondo al movimento predetto fondamentale dell'acqua, e con ciò risparmiare il tedio dei calcoli, e delle deduzioni.

I V.

7. Si abbia una palla di cera di grossezza di un'oncia in circa di diametro la quale calata nell'acqua, resterà per la maggior parte profondata, essendo che la cera è quasi della medesima gravità specifica dell'acqua; si ponghi dessa nello spirito o filone del condotto, ed aggiustato prima un orologio a minuti, osservisi, se l'acqua uscente dalla bocca di derivazione faccia i mille passi sopradetti nello spazio di un ora o sieno 60 minuti, seguitandosi nel suo cammino sino a quel termine, il che quando succeda, si potrà prender questo condotto per base delle altre *erogazioni*, come che scaricherebbe l'acqua con la velocità reale che si cerca per regola e norma; dovendosi però avvertire, che seguitando la palla, di cui si è detto con l'orologio alla mano, se o dal vento, o dal corso obliquo, o da qualche altro accidente venisse portata a riva, di proccurare che di nuovo, e con la necessaria prestezza sia rimessa nel filone, perchè segua il proprio corso.

8. Che se questa bocca regolatrice per avventura non si trovasse su quel tal fiume, ma che, poste per altro le cose espresse di sopra circa alle misure e buona situazione, si avesse riconosciuto con replicate osservazioni, che il viaggio fatto in un'ora fosse o maggiore, o minore dei passi mille, in tal caso sarà da regolar questa bocca nel modo che segue, perchè servir possa di fondamento alla portata di un *quadretto*. Si moltiplichino mille passi per la larghezza della bocca ridotta in once, e si divida per il numero de' passi trovati; il quoziente che ne risulterà sarà il numero in once, che aver dovrebbe questa bocca, acciocchè in un'ora la di lei acqua cammini un miglio, tenuta però sempre alla medesima altezza della bocca regolatrice.

V.

9. Sia per esempio la larghezza once 12, e l'acqua che per questa bocca uscisse conservata sempre alla medesima altezza dell' altra, che serve di base allo sperimento, cammini in un'ora non più di passi 800 geometrici, sarà moltiplicando 1000 per 12, il

pro-

Append. della Parte II. del Cap. V.

prodotto 12000, che diviso per 800 darà 15 in vece delle 12 once, ed in tal modo darà in un'ora tant'acqua, come la fissata per la misura d' un quadretto.

10. Ma se camminasse in un'ora passi 1300, allora dovendosi pur multiplicare 1000 per 12, si avrà ancora il prodotto 12000, ma che diviso per 1300, sarà il quoziente once 9 punti $2\frac{1}{4}$ in circa, sicchè la bocca dovrebbe restringersi a questa misura, per aversi la quantità determinata come sopra.

11. E con tal metodo la cosa anderebbe sicura, ma è d'avvertirsi, che esso non serve, che al più per que' regolatori, che abbino i condotti dritti, almeno per un miglio, e ne' quali sia in arbitrio l'allargar solamente le bocche senza alterar punto loro le altezze vive, cioè lasciando nella positura di prima la soglia. Il condotto deve esser dritto per un miglio, perchè la palla, dove il corso fosse tortuoso, anderebbe troppo frequentemente ad attaccarsi alle rive, e l'osservazione riuscirebbe troppo fallace per servir di fondamento ad una retta distribuzione.

V I.

12. Data dunque la stessa bocca, sia da mutarsi l'altezza viva dell'acqua senza alterare la larghezza, ma coll'abbassare, o alzar, la soglia, sicchè dia tant'acqua, come la bocca d'un quadretto, l'acqua del quale faccia mille passi in un'ora, come è stato supposto. Si faccia quest'altezza eguale al prodotto, che nasce dalla moltiplicazione della larghezza nella radice cubica del quadrato di mille, e si divida per la radice cubica del quadrato de' passi osservati nel condotto in maggior o in minor numero delli mille supposti.

V I I.

13. Sia l'esempio preso di sopra, cioè faccia prima l'acqua del condotto non più di passi 800 all'ora, essendo però che il quadrato di 1000 e 1000000, la di cui radice cubica è 100, questa moltiplicata con 12 produce 1200, ed il quadrato di 800 essendo 640000, la di cui radice cubica prossima è 86, se questo numero dividerà 1200, il quoziente sarà 14 once in circa; due once adunque sarebbe da abbassarsi la soglia per aversi l' intento; e nel secondo caso, quando cioè camminasse 1300 passi all'ora, si avrebbe ad alzare essa soglia once 2, essendo che il quadrato di 1300 è 1690000, e la sua radice cubica

prossi-

prossima è 119, numero che dividendo 1200 lascia 10 prossimamente.

14. Se la bocca fosse larga due, tre o quattro piedi, ed alta uno, il calcolo ancora procederebbe con lo stesso metodo, tanto tornando nel doversi mutare l'altezza, che la larghezza, avvertendo solo di moltiplicare in vece delle 12 once con il numero 1000, le 24, 36, 48 ec. numeri delle once, esprimenti la larghezza di essa bocca.

VIII.

15. Per altro sarà sempre più a proposito il far le osservazioni radicali, che tali si potranno chiamar quelle, che danno il fondamento alle più precise misure sopra de' Regolatori di conveniente larghezza ed altezza, per declinare possibilmente dalle resistenze delle rive e del fondo, e nel caso di aversi a regolar le bocche, perchè dieno la quantità predetta, prescegliere sempre il dilatar la bocca più tosto, che alterar la soglia, essendo che quest'ultima maniera resta soggetta a molti equivoci, e può non mediocremente alterare il giusto rapporto delle acque. Rendesi pur necessario, che il condotto, ove si vorranno fare queste osservazioni, oltre l'esser diritto per il tratto d'un miglio, sia ancora di sponde possibilmente parallele, e largo a proporzione.

16. E' da notarsi, che per stabilire questi condotti fondamentali, non solamente devono essi avere le condizioni sopra espresse, ma è anco affatto necessario, che non siano intersecati con roste o arelate, inservienti all'uso degli edificj, o de' pescatori, anche se collocati fossero in distanze considerabili dalle bocche, essendo manifesto, che recarebbero del rigurgito, valevole a turbare la retta osservazione, sarà dunque da sciegliersi condotti liberi, limitati nelle loro bocche, come sopra, e nelle circostanze che sopra rimangono esposte.

I X.

17. Non essendo sì agevole il ben determinare col mezzo del galleggiante il preciso cammino di un' acqua corrente, allora in specie, che il condotto di derivazione piegasi, come accade per l'ordinario, in molte tortuosità; quindi come che il metodo è assai facile, ma pur troppo soggetto a farci incorrere in non lievi errori, nè valevole a servire in tutte le occasioni, se ne

Append. della Parte II. del Cap. V.

darà un'altro non punto più difficile, più compendioso, e sicuro, e che servirà per tutte le quantità delle acque da estraersi, per qualunque condotto dritto o torto, breve o lungo, libero o rigurgitato che fosse, insomma lontano da tutti i possibili accidenti, e soggetto solo a quelle eventualità di maggiore, o minore precisione, alle quali resta sempre esposta ogni operazione, che deve esser praticata col mezzo degli strumenti; ma tutti gli errori, che possono accadere, in paragone dei disordini ordinarj, che succedono nel prendersi le misure, si possono riputare, come se non vi fossero, essendo affatto insensibili.

X.

18. In ciascun fiume, ridotto allo stato di permanenza, stabilito un Regolatore, e notato per alcuni minuti col galleggiante il moto che fa, si calcoli col fondamento del *quadretto* razionale determinato di sopra la quantità dell'acqua che porta, avuta la quale si potrà poi derivarne qualunque data porzione per uno o più condotti, secondo che sarà stimato proprio, e che la quantità estratta sia tale, che non dimagri soverchiamente il fiume, nè levi agli altri inferiori maggior porzione di acqua del dovere; Per ottenere il che si prepari il seguente strumento.

19. Si faccia tornire una palla di legno pesante ben secco, e non soggetto allo sfendersi, come sarebbe la noce, e preparatovi un foro di un quarto di oncia di diametro, penetri questo fino al centro di essa palla, come AB nella palla BC, e questo buco si faccia empire di piombo liquefatto. Il diametro di questa palla sia un'oncia poco più o poco meno, e per attaccarla abbia l'anello di metallo C. Si prepari poscia una squadra di ottone o di legno ben forte FAC, col suo quadrante BEC diviso in 90 gradi, come è l'ordinario, fatto poi un picciolo foro nel braccio più corto AC cioè GH attraverso della grossezza del braccio della squadra, raccomandata in appresso essa palla ad un forte filo di seta cruda all'anello C, si faccia esso filo passare per GH, e si assicuri in G con un gruppo o in altro mòdo, finalmente si appenda al centro A (che esser deve a tal fine pertugiato) un pendolo D mediante un sottil filo di seta AED, e lo strumento sarà preparato.

TAV. III. Figura 5.

Figura 3.

XI.

X I.

20. L'uso è il seguente: Sia l'acqua corrente MN; si ponga l'osservatore a cavaliere di essa in un regolatore fatto con sponde perpendicolari, se questo trovasi nel condotto, e gioverà il farlo, quando non vi fosse, indi attaccata la palla al filo predetto, che sia lungo a misura del bisogno e per l'immersione, e per il sito, ove deve collocarsi l'osservatore in altezza certamente di qualche piede dalla superficie dell'acqua, s'immerga la palla P sotto di essa superficie, il che fatto, il corso subito la trasporterà sino ad un certo termine: S' inchini allora la squadra FAC in modo, sicchè il filo a cui è raccomandata la palla tocchi e baci tutto il braccio AF più lungo, e tenendo il piano dello strumento a piombo, si osservi qual grado segni il pendolo D, sarà l'arco compreso fra questo punto, ed il punto B, l'angolo, che si chiama della deviazione, e servirà per rintracciar la velocità dell'acqua.

21. E' perchè le acque hanno diverso moto, maggiore cioè più verso del fondo, e minore più verso della superficie, però se il fiume o condotto abbia un'altezza di due, tre o quattro piedi di acqua, sarà bene praticarvi tre o più differenti osservazioni, una quasi a fior d' acqua, l' altra a mezza l' altezza viva, e la terza più verso del fondo, il che si potrà fare o abbassando per una data misura lo strumento, oppure senza muover questo, coll'allungare semplicemente il filo della palla, purchè questi allungamenti siano eguali, e perchè è pur diverso il moto nel mezzo, o dove si trova il filone rispetto a quello vicino alle sponde, perciò ad oggetto che l'osservazione sia esatta al possibile, in tre luoghi per lo meno saranno da praticarsi gli sperimenti, e qualche volta in 4, 5 ed anche più se il fiume avesse larghezze considerabili, ma ne' piccoli fiumi e condotti d'irrigazioni basteranno le tre predette.

X I I.

22. Per esempio siano gli angoli delle prime tre immersioni nel filone del condotto o fiume, gradi 10. 8. 6; gli angoli delle tre altre verso della riva destra gradi 8. 7. 6, e quelli verso la sponda sinistra 7. 5. 3; si sommino assieme a parte a parte, e si avranno 24, 21, 15, che divise ad una ad una per il numero delle immersioni 3, daranno respettivamente 8, 7, 5 per i loro

Append. della Parte II. del Cap. V.

angoli *medii* o *ragguagliati*; sommati i quali da nuovo danno 20, numero che diviso ancora per quello delle stazioni cioè per 3, lascia gradi 6, e minuti 40. per l'angolo *medio* della deviazione, vale a dire, che se un condotto eguale in altezza e larghezza col dato si movesse in tutte le di lui parti con moto tale, che spingesse fuori del perpendicolo la palla per gradi 6, e minuti 40, questi due condotti scaricherebbero in egual tempo, eguali quantità di acqua.

23. Avuto l'angolo *medio* della deviazione, si dovrà pur riconoscere col livello l'inclinazione del canale di derivazione, e per conseguenza sarà noto anche l'angolo, che questa tale inclinazione farebbe coll'orizontale: Se dunque si moltiplicherà il seno del complemento dell'angolo di deviazione con la tangente dell'angolo *medio* della deviazione predetta, e si dividerà il prodotto per la differenza, che corre fra il seno del medesimo angolo del complemento, ed il seno dell'angolo d'inclinazione dell'alveo coll'orizontale, e di questo quoziente se ne estrarrà la radice quadrata, sarà questa la velocità competente a quel condotto, o Seriola, o a quel fiume, su di cui sarà stata praticata l'osservazione.

24. Ma perchè e l'angolo dell'inclinazione dell' alveo è sempre di una sprezzabile apertura, e per ordinario ne' condotti non guari differente da quella del fiume principale, e trattandosi di sole quantità relative, perciò in pratica senza sensibile errore, potendosi supporre come un zero, esso angolo d'inclinazione, diventerà la velocità semplicemente, come la radice quadrata dell'angolo della deviazione, il che renderà assai facile il calcolo. Che se alcuno volesse pur scrupolizzare anche su le differenti inclinazioni degli alvei, questo in tal caso non avrà che a servirsi della formola soprapposta, ed avrà l'intento con la maggiore geometrica precisione.

XIII.

25. Per facilitare l'uso di questo Canone si danno nella Tavola, che sarà registrata al §. XVIII. num. 36. le radici quadrate di tutte le tangenti di grado in grado, comminciando dal zero, sino al grado 70, mentre per condotti di derivazione ad un tal angolo di deviazione forsi mai non arriverà la salita della palla. Essa Tavola si è calcolata con le radici prossime, quando i numeri sono sordi, e quei numeri, che hanno unito il segno + dinotano, che la radice è qualche poco eccedente la vera quantità, come per lo contrario quei nume-

meri che hanno unito il segno —, mostrano che sono di qualche frazione mancanti della vera radice; ma tali difetti non turbano sensibilmente il calcolo, cosicchè si possono prender per veri senza tema d'ingannarsi.

Append. della Parte II. del Cap. V.

26. Veniamo agli esempli, e prima sia da estrar l'acqua da un fiume in una data quantità. Se dunque in questo vi è Regolatore, vi si pratichino le osservazioni con la squadra a pendolo, e se non vi è, se è facile e di poca spesa, si faccia fare; e se il piantarlo fosse di qualche impegno si tralasci, e si operi nel modo che segue: Si tenda una sottil corda da riva a riva ad angoli retti con queste, e si divida in tre parti eguali, se il fiume non è molto largo, e in maggior numero se fosse di maggior dilatazione; ed in ogn'una di queste divisioni si faccia stabilmente un segno visibile: Se vi si potesse gettar un ponte con una tavola ben resistente, sarebbe meglio della corda per le osservazioni, avendola prima segnata come sopra; dipoi in tutti e tre li diversi punti notati si pratichino le osservazioni degli angoli di deviazione, o con eguali immersioni, se la lunghezza del filo della palla non si vuole alterare, oppure tenendo fissa la prima immersione coll'allungar mezzo piede o un piede per volta, acciocchè la palla abbia campo di scandagliar il moto più lontano dalla superficie, egualmente per altro rilevandosi il moto e nell'uno, e nell'altro modo, che sempre torna lo stesso, come di sopra si è accennato; e notati diligentemente tutti gli angoli di deviazione, se ne ricavi, come si è detto al §. XII. n. 22. l'angolo medio, che sia in grazia di esempio di gradi 6 e 40 minuti, come ivi fu per supposizione determinato.

27. Fatta questa prima osservazione, si prenda l'esatto scandaglio della sezione del fiume, scandagliandola con eguali intervalli, e col maggior possibile numero di scandagliate, e sommate assieme tutte le misure che daranno, e diviso il prodotto per lo numero di esse scandagliate, si avrà l'altezza *media* o *ragguagliata* di detta sezione in piedi ed once; abbiasi pure la larghezza del fiume, e se per esempio l'altezza ragguagliata sia piedi 6:4 e la larghezza piedi 20; si moltiplichi un numero per l'altro, e sarà il prodotto 127, ommettendo una picciola minuzia che non rileva; poi si vadi alla Tavola del §. XVIII. n. 36, e si osservi, che al numero di gradi 6 corrisponde 102, a quello di 7, 111; onde per i minuti 40, che vagliono $\frac{2}{3}$ di grado, sarà il numero proporzionale (dicendo, se 60 dà 9, cosa darà 40?) 6, da aggiongere

Append. della Parte II. del Cap. V.

gere al 102, e diverrà 108, numero esprimente la velocità, come si è detto al num. 24 del §. XII, onde moltiplicando 108 per 127 viene 13716 per la quantità dell' acqua del fiume.

28. Dipoi col galleggiante osservisi il reale moto di esso fiume per dieci ovvero venti minuti primi d'ora, e da ciò si riconosca con la regola aurea, che in un'ora faccia v. g. 900 passi geometrici; in tal caso non sarà vero che contenghi quadretti 127, come risulta dalla moltiplicazione ordinaria dell'altezza nella larghezza della sezione; e perchè la velocità non dà i mille passi stabiliti in un'ora, è dunque da trovarsi questa differenza nel modo che segue:

29. Si moltiplichi mille per la larghezza della sezione ritrovata, che fu 20, ed il prodotto 20000, divida il prodotto del numero de' passi, che sarebbe per l'osservazione il galleggiante in un'ora, che sono 900, con l'area ritrovata 127, e verrà 114300, dividendo pertanto questo numero 114300 per 20000, ne proviene $5\frac{2}{7}$, che sarà la nuova altezza ragguagliata del fiume, che avrà a moltiplicar la larghezza 20, onde aversi il vero numero de' *quadretti*, e però saranno questi 113, con differenza di *quadretti* 14 di meno di quello portava la pratica ordinaria; sicchè secondo a' posti principj fondamentali, quel tal fiume si può dire, che porti realmente *quadretti* 113. di acqua.

XIV.

30. Siano da derivarsi sei di detti *quadretti*. Si estragghino pure all'uso ordinario, tenendo larga la bocca piedi 6, ed alta uno, e si formi un Regolatore alterabile, il condotto si perfezioni, e vi si dia l'acqua, che vi cammini per qualche tempo, dopo il quale siano da rettificarsi le misure, che da prima furono solamente abbozzate. E perche dal fiume in quistione è seguita l'estrazione di 6 quadretti di acqua, però nel nuovo condotto sarà da esaminarsi col galleggiante il moto che hà l'acqua, se maggiore, o minore di mille passi all'ora, e secondo quanto si è detto al §. VI num. 12. si avrà a mutare o il sito della soglia, o la larghezza della bocca di estrazione, come più sarà in grado, ma sempre nelle misure, che saranno dinotate dal calcolo, ed in tal modo resteranno estratti i sei *quadretti* senza equivoco alcuno.

XV.

31. Ecco un altro metodo facilissimo da rettificar l'operazione

ne che darà i veri *quadretti* dell' acqua nel caso proposto in numero di sei. Si moltiplichi la larghezza del Fiume nell' altezza ragguagliata, ritrovatasi quella di piedi 20, e questa di piedi $6\frac{1}{3}$; e questo primo prodotto si moltiplichi con quel numero che risponde alla ritrovata velocità 108; indi questo nuovo prodotto si moltiplichi col numero, ch' esprime i *quadretti* da estraersi, che nel caso presente è 6; e questo total prodotto si divida per l' altezza viva della nuova bocca, che nel nostro esempio è l' unità moltiplicata nel numero esprimente la velocità ragguagliata della nuova bocca, che sia v. g. di gradi 5, a cui nella Tavola risponde 93 ed il prodotto resti poi moltiplicato nel numero esprimente i *quadretti* reali che porta il fiume avanti la derivazione, ch' è 113; e questo quoziente sarà la larghezza della nuova bocca, la quale se sarà maggiore o minore delli piedi 6, si dovrà ridurre a quella tal misura ritrovata: nel caso presente, facendo il calcolo, si trova che verrebbe piedi 7 ed once 10, onde sarebbe d' allargarsi un piede ed once 10, acciochè dia la porzione, che se gli è destinata; il processo dell' operazione è il seguente:

Append. della Parte II. del Cap. V.

$$\begin{array}{r} 93 \\ 1 \\ \hline 93 \\ 113 \\ \hline 339 \\ 1017 \\ \hline 10509 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 20 \\ 6\frac{1}{3} \\ \hline 127\frac{1}{3} \\ 108 \\ \hline 13716 \\ 6 \\ \hline 82296 \end{array}$$

$$10509 \mid 82296 \mid 7\frac{8733}{10509} = 7.10$$

$$\begin{array}{r} 73563 \\ \hline 8733 \end{array}$$

$$10509 . 8733 :: 12 . 9\frac{10215}{10509} = 10$$

X V I.

32. Poniamo un' altro esempio, nel quale la velocità media della bocca superi quella del fiume principale, e sia di gradi 9; Per la Tavola del §. XVIII. n. 36. gli compete 126, e conservando per altro le stesse cose, sarà il calcolo

Append. della Parte II. del Cap. V.

126	20
1	$6\frac{1}{3}$
126	127 +
113	108
378	13716
126	6
126	82296
14238	

14238 | 82296 | 5. 2.

da cui si viene a comprendere, che basterà che la bocca sia larga piedi 5. 2 in vece delli 6; per dare la quantità ricercata. Ecco pertanto, come al cambiarsi delle velocità del fiume, e de' canali delle derivazioni, si muta anco la vera quantità de' *quadretti*, e come il metodo che quì si è posto con molta facilità, chiarezza, e brevissimo calcolo, la fa rilevare, con la sola supposizione di aversi fatta l'osservazione fondamentale nel fiume da cui si ha da estrar l'acqua.

33. Resta pur manifesto il modo, col quale si può togliere qualunque altro corpo di acqua dal medesimo fiume, bastando mutar i numeri che lo esprimono, ne' calcoli soprapposti, nè il Perito ha da levarsi dalla sua pratica nella prima estrazione, ma solo aggiustar le misure nella rettificazione che se gli rende necessaria, dopo che l'acqua si sarà bilanciata nel condotto, come si è notato ne' numeri anteriori.

XVII.

34. Sarà ancora molto facile il sapere quant' acqua si possa estrarre per servigj privati da un dato fiume, senza impoverirlo soverchiamente di acque, e senza pregiudicare a quelli che per avventura fossero inferiori, ed avessero li suoi usi antichi; mentre quando con la pratica e calcolo, esposti ne' §. §. antecedenti, si può conoscere la vera quantità de' *quadretti* ch' esso fiume porta, si può altresì calcolare il più ed il meno che se ne potesse levare, allorchè il fiume nel progresso ricevesse delle nuove acque, o delle proprie ne somministrasse alle Campagne o Valli, quando fosse disarginato; nel qual caso, prima di piantar la distributiva dell' acque, converrà certificarsi di tal esuberanza, o deficienza, col replicar l' operazioni predette in varj siti, per poi calcolare con ragione e fondamento sopra le *erogazioni* da farsene, avuto riguardo all' intiero sistema del medesimo fiume.

35. Fi-

35. Finalmente con la medesima facilità si potrà rettificare qualunque condotto o Seriòla, posta sopra qualunque fiume, mentre dato il quantitativo dell'acqua dovuta a Tizio, e per lo numero 31 del §. XV. conosciuta la reale quantità che porta o il fiume principale, o qualunque de' condotti, col prendersi quello o alcuno di questi per base fondamentale, riuscirà egualmente facile il sapere, se i riparti siano giusti, trascendino, o manchino. Altri esempj non si allegano, mentre bastanti si reputano i sovraposti, ed il recarne di nuovi non servirebbe, che a tediare i leggitori, e talvolta a confondere i meno versati.

Append. della Parte II. del Cap. V.

XVIII.

36. *Tavola delle velocità rispondenti a gradi differenti di deviazione.*

Gr.		Gr.		Gr.	
1	41 +	24	211 +	47	328 +
2	59 —	25	216 +	48	333 —
3	72 —	26	221 +	49	339 —
4	84 +	27	226 +	50	345 —
5	93 —	28	230 —	51	351 —
6	102 —	29	236 +	52	358 +
7	111 +	30	240 —	53	364 —
8	118 —	31	245 —	54	371 +
9	126 +	32	250 +	55	378 +
10	133 +	33	255 +	56	385 +
11	139 —	34	260 +	57	392 —
12	146 +	35	264 —	58	400 —
13	152 +	36	269 —	59	408 +
14	158 +	37	274 —	60	416 —
15	163 —	38	279 —	61	425 +
16	169 —	39	285 +	62	434 +
17	175 +	40	289 —	63	443 +
18	180 —	41	295 +	64	452 —
19	185 —	42	300 —	65	463 —
20	191 +	43	305 —	66	474 +
21	196 +	44	311 +	67	485 —
22	201 —	45	315 —	68	497 —
23	206 —	46	322 +	69	510 —
				70	524 —

XIX.

Append. della Parte II. del Cap. V.

37. Resta da avvertire che la velocità dell'acque correnti, come anche si è espresso al §. XI. n. 21, essendo maggiore più verso il fondo, minore più verso della superficie, rimane questa prevalenza di moto alterata sensibilmente dalle resistenze del fondo; così anco benchè nel mezzo di un canale corra l'acqua più veloce di quello faccia vicino alle rive; e facendosi le resistenze di dette rive, e del fondo maggiormente risentire, dove l'acqua è minore di corpo, ne proviene, che in parità di circostanze, abbenchè si abbia lo stesso pendìo in due diversi canali, correrà però sempre meno quello che v. g. avrà un piede di altezza, ed altrettanta larghezza di un altro, che sia maggiore ed in larghezza ed in profondità; cosicchè nel calcolo fondamentale, allorchè vien supposto che l'acqua debba far un miglio di cammino all'ora, si avrà ad attendere anco a tali accidenti, battendo un dieci per cento, se l'acqua fosse di corpo oltre li 6 *quadretti*, nulla battendo se l'acqua fosse dalli sei alli tre, ed aggiongendo il dieci per cento, se fosse minore delli tre *quadretti*.

38. Nel qual caso in tutti que' numeri, ne' quali si è supposto che quello di mille passi moltiplichi o divida qualche altro numero, basterà di sostituire o il 900, ovvero il 1100, secondo l'esigenza, e si averanno prossimamente le desiderate quantità; che se anco lo stesso numero di 1000, quantità assunta come la più ragionevole, si credesse o deficiente o eluberante, il che non pare, ciò non ostante sussistono tutte le predette regole, solamente che si abbia l'avvertenza di mutar il numero 1000 ivi preso per fondamentale. Si è voluto aggiongere anche questa notazione, acciocchè sempre più si rilevi l'universalità di questo metodo, nel quale una volta che si abbi determinata la sola quantità di un cammino ragionevole, che può far l'acqua dentro un certo tempo, non vi è più difficoltà per fissare stabilmente tutte le misure di ogni e qualunque derivazione in ogni e qualunque condotto.

CA-

CAPITOLO SESTO.

Dell' unione e divisione dell' acque correnti, con le leggi del loro crescere e scemare.

I.

UN fiume che ponga capo in un altro fiume, non lo fa crescere già a misura della quantità dell'acqua che vi porta, come accaderebbe se l'acqua venisse considerata a guisa di un solido, ma solamente cresce per quanto gli viene permesso dalla maggiore o minore velocità sì dell'influente, che del recipiente. Così per lo contrario, se ad un fiume col mezzo d'un canale verrà scemata una certa quantità di acqua, dovrà esso abbassarsi di superficie a norma del moto che avrà ed il canale di derivazione, ed il fiume da cui si distrae l'acqua; e tali alterazioni risentir si debbono non solo nelle parti inferiori al sito ove o si pone, o si estrae l'acqua, ma ancora nelle superiori; con qual legge poi, ciò per anco ha molto dell'oscuro; quello che sembra certo si è, che tanto nel caso dell'unione, che della derivazione, conviene che la superficie si vadi accomodando in una proporzionata cadente; e comechè l'impressione che nasce da una tale anomalia non giugne per lo più a turbare tutto l'alveo del fiume, se questo corre per lungo tratto, così si riduce il più difficile del problema a trovare il punto, ove la superficie alterata si confonde ed unisce con l'inalterata dopo seguito il bilanciamento dell' acque, il qual punto in rigore geometrico dovrebbe scorrere e trovarsi fino al principio o fonte del fiume, quando una curva regolare fosse, com'esser dovrebbe, la di lui superficie; ma tanti sono gl'impedimenti ed ostacoli che il corso dell'acqua da per tutto incontra, che questa legge non si osserva in fatto, ed in ogni fiume vi è realmente un punto, oltre il quale non passa l'azione del rigurgito. Ciò però, per quanto sarà in poter dell'arte, considereremo in altro Capitolo, ove si tratterà delle cadenti de' fiumi, delle loro piene e magre; e ci basterà adesso di cercare l'alzamento o lo scemamento che può seguire in un fiume per l'aggiunta o derivazione di una data quantità di acqua.

CAP. VI.

II.

Intendasi che l'altezza del recipiente avanti l'ingresso di un nuovo influente sia la AB, la sua larghezza in una sezione regolata sia LM, l'altezza sotto di cui corre l'influente avanti l'unione sia FG, la sua larghezza HI; introdotto che sia nel recipiente predetto, dovrà questo soffrire qualche gonfiamento, si cerca di qual altezza sia egli per essere. Perche dunque l'acqua aggionta deve conformarsi alla larghezza della sezione del recipiente, si concepisca l'altezza FG dell'influente, mutata nella AE del recipiente, allorchè l'acqua di quello sia in questo passata; e perche questa nuov'acqua pesa sopra la sottoposta, perciò quella del recipiente verrà obbligata ad abbassare la sua superficie, e dal punto A ridurla v.g. in C, cosicchè anche il punto E passerà in D, e sarà $ED = AC$; e perciò la BD sarà tutta la nuova altezza, che avrà acquistata il recipiente, dopo l'aggiunta dell'acqua dell'influente. Si chiami $AB = d$, $AE = x = CD$, $BD = z$, $FG = b$, $HI = a$, $LM = c$, la velocità del recipiente, prima di ricever l'influente sia u, quella dopo di averlo ricevuto, ma avanti che possa esercitar la pressione, e ridursi all'equilibrio, cioè quella ch'avrebbe se corresse l'acqua dell'influente nella larghezza del recipiente $= t$, la velocità che realmente avrà il recipiente dopo seguita l'unione, e dopo bilanciate nel loro corso le acque $= q$, e finalmente la velocità che teneva l'influente nel suo alveo avanti l'unione $= r$. Essendochè dunque le due moli di acqua dell'influente e del recipiente, che in un dato ed egual tempo possono passare separatamente nell'alveo del recipiente, devono pur passare unitamente per esso recipiente; quindi sarà l'equazione $du + tx = qz$ e $z = \frac{du + tx}{q}$, prima formola generale; dipoi perche egual mole d'acqua, in egual tempo dee intendersi passare e per l'influente separato, e per lo medesimo influente, quando si concepisca ridotto alla larghezza del recipiente; sarà però un'altra equazione $ctx = abr$, onde $x = \frac{abr}{ct}$, e $z = \frac{cdu + abr}{cq}$, seconda formola generale esprimente tutta l'altezza BD; quindi la AD ch'è il solo accrescimento per l'influente sopra lo stato di prima del recipiente, verrà ad essere $\frac{cdu + abr - cdq}{cq}$.

TAV. III. Figura 7.

Co-

III.

Coroll. I. Se le velocità fossero in dimezzata proporzione delle altezze sarebbe AD $= \frac{d\sqrt{d}+x\sqrt{x}-d\sqrt{z}}{\sqrt{z}} = z-d$, che si riduce a $z = \sqrt[3]{d^3+2dx\sqrt{dx}+x^3}$ ed AD $= \sqrt[3]{d^3+2dx\sqrt{dx}-x^3}-d$ in cui $x = \frac{b\sqrt[3]{aa}}{\sqrt[3]{cc}}$, come si ricava sostituendo nella formola $ctx = abr$, i valori di t ed r, che sono $\sqrt{x}$, $\sqrt{b}$, questo valore dunque di x sostituito in quello di z, darà il valore di AD.

IV.

Coroll. 2. Nella supposizione del Castelli e del Barattieri, che fanno le velocità, come le altezze; sarà $z = \sqrt{dd+\frac{abb}{c}}$, ed AD $= \sqrt{dd+\frac{abb}{c}}-d$.

V.

Coroll. 3. E conseguentemente, se sarà $u = d^m$, $r = b^n$, $q = z^\varphi$, cioè se saranno m, n, φ numeri quali si vogliono intieri o rotti esprimenti qualunque podestà delle altezze, per le velocità sarà la formola generale $z = \left|d^{m+1} + axc^{-1}b^{n+1}\right|^{\frac{1}{\varphi+1}}$ nella quale essendo di già eliminato x, non vi sarà se non da sostituire i valori di d, a, c, b. fissati che siano i suddetti esponenti; supponendosi z, d incognite; la suddetta formola darà l'equazione generale di tutte le curve degli accrescimenti dei fiumi per l'aggionta di nuovi influenti, l'abscissa delle quali sarà z, l'ordinata d; ovvero più generalmente facendo $u = d^{\frac{m}{p}}$, $r = b^{\frac{n}{p}}$, $q = z^{\frac{\varphi}{p}}$ si averà $cz^{\frac{\varphi+p}{p}} = cd^{\frac{p+m}{p}}$ $ab^{\frac{p+n}{p}}$ cioè $z^{\varphi+p} = \left|\frac{cd^{\frac{p+m}{p}}+ab^{\frac{p+n}{p}}}{c^p}\right|^p$, e si potrà determinare la relazione di z

CAP. VI. TAV. III. Figura 8.

a d nel modo che segue. Sia $d^{\frac{p+m}{p}} = b^{\frac{m}{p}} y$ ovvero $d^{p+m} = b^{m} y^{p}$ sarà $z^{\varphi+p} = \overline{y + \frac{ab}{c}^{\frac{n+p-m}{p}}}\Big|^{p} \times b^{m}$. Si costruisca la curva AE espressa dall'equazione $d^{p+m} = b^{mp} y$. Si prenda BA $= ab^{\frac{p+n-m}{p}}$ e dal punto B si descriva un'altra curva, che abbia per equazione $z^{\varphi+p} = \overline{y + \frac{ab}{c}^{\frac{n+p-m}{p}}}\Big|^{p} \times b^{m}$ sarà DE $= d$, CD $= z$, e l'intercetta CE sarà il ricercato accrescimento.

VI.

Scolio I. Nel caso semplicissimo delle velocità in ragione delle altezze, servendosi della prima formola del numero precedente, si muterà questa in $dd = zz - \frac{abb}{c}$, equazione all'iperbola equilatera bA, di cui tanto il parametro bn, quanto il diametro bm $= \frac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{c}}$; DB dunque sarà l'altezza dopo l'unione dell'acqua, e BA l'altezza, che prima di riceverla aveva il recipiente; ed essendo per la natura dell'iperbola equilatera il quadrato di BA eguale al rettangolo B $m \times b$B, cioè alla differenza de' quadrati DB, Db, si avrà in termini analitici $dd = zz - \frac{abb}{c}$, che è l'equazione proposta; onde apparisce il metodo di descrivere tal iperbola, sicchè contenghi tutti i casi possibili di questi crescimenti nati da una sopravenienza di acque; E calcolando con la seconda formola medianti le due parabole del numero precedente, saranno l'equazioni $dd = by$, BA $= \frac{ba}{c}$ e $zz = by + \frac{bba}{c}$, e se in vece di by si sostituirà il suo valore dd, sarà $zz = dd + \frac{bba}{c}$ equazione che di sopra si è trovata e costrutta.

Figur. 9.

VII.

Scolio II. Se le velocità steſſero come le radici delle altezze, l' equazione che ne riſulterebbe dalla prima formola del num. V. aſcenderà alla ſeſta dimenſione nell'incognita, e ſarebbe la ſeguente $c^4 z^6 - 2a^2 b^3 cc z^3 + a^4 b^6 - 2c^4 d^3 z^3 - 2a^2 c^2 b^3 d^3 + c^4 d^6 = 0$, che non traſcende però i limiti dell'equazione cubica, ma con la ſeconda formola poſto $\frac{m}{p} = \frac{n}{p} = \frac{\varphi}{p} = \frac{1}{2}$ ſi avrà $z^3 = \overline{y + \frac{ba}{c}}\Big|^2 \times b$, e ſupponendo $d^3 = by^2$ ſarà in tal caſo AE la parabola che eſprimerà la detta equazione, e BC quella dell'altra $z^3 = \overline{y + \frac{ba}{c}}\Big|^2 \times b$ ſenza altro imbarazzarſi nella riſoluzione dell' equazion predetta aſſai compoſta.

Tav. III. Figur. 8.

VIII.

La converſa propoſizione del numero II. di queſto, ſi ricava dalle steſſe formole ivi regiſtrate: cioè data l'altezza viva di un fiume, da cui ſi doveſſe eſtrarre una quantità di acqua, ritrovare la ſezione del canale di derivazione, coſicchè queſto ſcarichi la detta quantità di acqua, e che l'altezza viva BD diſcendi ſino in BA. L' equazione dunque $cqz = cdu + abr$ ſi muta ancora in $abr = cqz - cdu$, la quale ſcioglie il problema. Sia da levarſi per tanto una quantità di acqua, che alla prima avanti dell'eſtrazione abbia la ragione di l a p, onde ſarà l'analogia $cqz . cdu :: l . p.$ e facendo $r = b^n$ ed $u = d^m$, ſarà $b = \overline{\frac{c}{a} \times \frac{l-p}{p} \times d^{m+1}}\Big|^{\frac{1}{n+1}}$ da cui ſi cava l' altezza viva del canale derivante $d = \overline{\frac{a}{c} \times \frac{p}{l-p} b^{n+1}}\Big|^{\frac{1}{m+1}}$ formola che fa nota l'altezza, che dopo levata la detta quantità d'acqua dovrà aver acquiſtato il fiume, da cui rimane eſs'acqua eſtratta. Che ſe ſcemata l'acqua del fiume, dopo aperto il canale derivante per una data altezza, e nota l'altezza dell' efſluente b, ſi deſideraſſe la larghezza di eſſo a: Sia la prima altezza avanti la derivazione, alla ſeconda dopo che queſta è ſeguita, come e ad f, cioè. $zd :: e . f.$ onde $z = \frac{de}{f}$ ſoſtituendo però queſto valore nella formola generale, come ſopra $r = b^n$, $q = z^\varphi$ ed

Tav. III. Figur. 7.

CAP. VI.

ed $u = d^{n}$ sarà ridotta l' equazione alla seguente $a = \frac{c}{\varphi+1} \times \frac{e^{\varphi+1} d^{\varphi+1} - f^{\varphi+1} d^{m+1}}{b^{n+1}}$ nella quale a, d sono le incognite, e le quantità date sono c, f, b, z, ovvero se fosse data questa larghezza, e restasse incognita l' altezza sarebbe $b = \frac{c}{af^{\varphi+1}} \times \overline{e^{\varphi+1} d^{\varphi+1} - f^{\varphi+1} d^{m+1}}\Big|^{\frac{1}{n+1}}$, ovvero per i fiumi orizzontali, o quasi orizontali, dove essendo libero il Canal derivante, il fondo di questo viene anco a regolare l'altezza viva dell'acqua del fiume, cioè quella, che può agire a promovere la maggiore o minore quantità, che devesi derivare, restando l'altra inoperosa in riguardo di un tal canale da derivarsi, sarà la formola $d = \overline{\frac{e}{f} \times \frac{c z^{\varphi}}{a+z}}\Big|^{\frac{n}{1}} = b$.

IX.

Coroll. I. Sia nella seconda formola del numero precedente $m = n = 1$, si muterà in $d = b \times \sqrt{\frac{ap}{cl - cp}}$ nella quale se si porrà $l = 4000$, $p = 3100$ numeri esprimenti le quantità dell' acqua, che passano per una data sezione del fiume, e prima, e dopo della derivazione, $b =$ a piedi 10, $a =$ piedi 200, $c =$ piedi 300 sarà, fatte le dovute operazioni, il logaritmo di $d = 1.3345034$, che risponde a piedi 21 $\frac{122841}{202034}$. Il valore poi dell' altezza prima, avanti cioè la derivazione, sarà $z = \frac{d\sqrt{l}}{\sqrt{p}}$ onde essendo conosciuta d, saranno pur conosciute tutte le altre quantità, e valerà piedi 23 $\frac{8858}{92417}$

X.

Coroll. II. Facendo $m = n = \frac{1}{2}$, che è il caso del Torricelli, del Mariotte, e di altri, si trasmuterà la detta seconda formo-

mola in $d = b\sqrt{\frac{aapp}{cc - \overline{l-p}|}}$, e $z = \frac{d\sqrt{ll}}{\sqrt{pp}}$, fatte le dovute sostituzioni, e posti i valori delle quantità l, p, b, a, c come sopra sarà logaritmo $z = 1.4846658$, il di cui numero $30\frac{75446}{142405}$, dal che appare, che se si abbasserà il fiume per l'acqua derivata dall'effluente, cosicchè la prima altezza alla seconda dopo la derivazione sia come $23\frac{8858}{92417}$ a $21\frac{122841}{202034}$ sarà la quantità, che passa per una data sezione inferiormente al sito della deviazione, avanti che sia estratta l'acqua, alla quantità che passa per la medesima sezione dopo derivata la detta acqua, come 40 al 35, nel primo caso, e le altezze per il secondo caso saranno come $30\frac{75446}{1424051}$ a $27\frac{146407}{157942}$.

X I.

Coroll. III. Prendendo la terza formola del numero predetto, nella quale si suppongono date e, f, d, b, c, e facendo n, φ, $m = 1$ per l'ipotesi del Castelli si cerca la larghezza del canale di derivazione, sarà però $a = \frac{cdd}{ff} \times \frac{ee - ff}{bb}$. Sia $e.f :: 9.8$; $d = 20$, $b = 18$, $c = 300$, sarà il logaritmo di $a = 1.9929051$, a cui prossimamente corrisponde il numero 98, e di tanti piedi dovrebbe essere la larghezza ricercata del canal di derivazione, acciocchè la prima altezza del fiume restasse alla seconda dopo estratta l'acqua nella ragione di 9 al 8, ma nella supposizione che m, n, φ, sieno eguali a $\frac{1}{2}$ sarà la terza formola mutata in $a = \frac{cd\sqrt{d}}{f\sqrt{f}} \times \frac{e\sqrt{e} - f\sqrt{f}}{b\sqrt{b}}$, e il logaritmo prossimo di a sarà 1.8900925, il di cui numero prossimo è 78 per la ricercata larghezza.

X I I.

Coroll. IV. Servendosi della formola generale del numero III. $z = \frac{cdu + abr}{cq}$ per aversi l'altezza residua di un fiume, dopo che

Cap. VI.

gli sarà stata levata una certa quantità di acqua, sarà $d = \frac{cqz - abr}{cu}$ ovvero sostituendo in vece di q, r, u li valori respettivi z^{φ}, b^{δ}, d^{m} sarà $d = \overline{\frac{cz^{\varphi+1} - ab^{\delta+1}}{c}}\Big|^{\frac{1}{m+1}}$; se dunque φ, δ, m saranno eguali ciascheduna ad un $\frac{1}{2}$ sarà l'equazione

$$\begin{array}{l} d^6 - 2aab^3d^3 + z^6 = 0 \\ \quad - 2z^3 - 2aab^3z^3 \\ \qquad + \frac{a^4b^6}{c^4} \end{array}$$

oppure, per maggior facilità, si potrà ridurre alla seguente espressione $d = \sqrt[3]{z^3 - \frac{2zcx^3\sqrt{bz}}{abb} + x^3}$ ed essendo $x = \frac{b\sqrt[3]{aa}}{\sqrt[3]{cc}}$ sarà $d = \frac{\sqrt[3]{ccz^3 - 2cabz\sqrt{bz} + aab^3}}{\sqrt[3]{cc}}$.

XIII.

Tav. III. Figur. 8.

Coroll. V. Ovvero servendosi della seconda formola registrata al numero V: di questo, e medianti le due parabole ivi costrutte sarà secondo a quanto ivi si è esposto $cd^{\frac{p+m}{p}} = cz^{\frac{\varphi+p}{p}} - ab^{\frac{p+n}{p}}$, e però $d^{\frac{p+m}{p}} = z^{\frac{\varphi+p}{p}} - \frac{ab}{c}^{\frac{p+n}{p}}$, ovvero $d^{p+m} = \overline{z^{\frac{\varphi+p}{p}} - \frac{ab}{c}^{\frac{p+n}{p}}}\Big|^{p}$ e facendo $z^{\frac{\varphi+p}{p}} = b^{\frac{m}{p}}y$ diventerà, fatte le debite sostituzioni, $d^{p+m} = \overline{y + \frac{ab}{c}^{\frac{p+n-m}{p}}}\Big|^{p} \times b^{m}$. Sia dunque BC la curva, la di cui equazione $z^{\varphi+p} = b^{m}y^{p}$. Si prenda BA $= \frac{ab}{c}^{\frac{p+n-m}{p}}$, e dal punto A si descriva un'altra curva AE espressa dall'equazione $d^{\frac{p+m}{p}} = \overline{y - \frac{ab}{c}^{\frac{p+n-m}{p}}}\Big|^{p} \times b^{m}$

sarà

farà DE $=d$, CB $=z$, e CE la ricercata differenza delle altezze.

XIV.

Scolio I. Si produrranno alcuni esempj concernenti l'abbassamenti de' fiumi in piena, col mezzo de' canali risoratori, o diversivi, che venghino chiamati, e saranno tali esempj presi dall'Adige; che come è noto, molti ne tiene, e per i quali in varj tempi ebbi motivo di fare varie osservazioni per la generale regolazione di quel fiume. Fu trovato dunque 1°. Che la Buova della Badia tiene di altezza di acqua in piena sopra la di lei soglia piedi Veneti 10:7:4 cioè linee 1528, la larghezza sua è di piedi 12 $\frac{1}{2}$ o siano linee 1800, l'altezza ragguagliata dell'Adige ivi dirimpetto, considerato pure in piena, fu trovata di p. 11. 3. 1, cioè linee 1621, essendo largo piedi 402 ovvero linee 57888, onde a norma di quanto si registra al numero VI. di questo, calcolando col supporre le velocità, come le altezze, avendosi $x=\frac{b\sqrt{a}}{\sqrt{c}}=269$, e per conseguenza $d=\sqrt{zz-xx}=1598$, detratte queste dall'altezza dell'Adige, avanti la derivazione, restano linee 23 cioè once una, e punti undeci per l'abbassamento ricercato. 2°. Alla bocca o sia Regolatore della Sabbadina si è trovato $z=$ p. 19. 1. 11 $=$ linee 2759, $b=$ p. 9. 2. 11 $=$ lin. 1331; $a=$ p. 27 $\frac{1}{2}$ $=$ linee 3960; $c=$ p. 2280 $=$ lin. 30240 onde $x=554$, e $d=\sqrt{zz-xx}=2703$, che detratte da 2759 prima altezza, danno linee 56 equivalenti ad once 4 e due terzi. 3°. Al Regolatore di Fiume nuovo, quando era di legno, si è trovato $z=$ p. 10. 8. 4 $=$ linee 1480; $b=$ p. 4 10. 8. $=$ lin. 704; $a=$ p. 60 $=$ lin. 8640; $c=$ p. 318 $=$ lin. 45792, e però $x=306$ e $d=1448$ cosicchè può dare un abbassamento all'Adige di once 2, e due terzi. 4°. A Fossa Bellina, che è il più inferiore de' diversivi, rispetto al mare si è trovato $z=$ p. 10. 11. 8 $=$ linee 1580; $b=$ 4. 4. 2 $=$ lin. 626; $a=$ p. 60 $=$ lin. 8640; $c=$ 258 $=$ lin. 37152, onde $x=301$ e $d=\sqrt{zz-xx}=1531$, che detratte da 1580 lasciano 29 linee per l'abbassamento dell'Adige, cioè due once e punti cinque. 5°. Ma al Castagnaro, chè è il primo e più lontano dal mare di tutti i diversivi, essendosi trovato $z=$ p. 14. 2. 10. $=$ linee 2050; $b=$ lin. 1491; $a=$ lin. 35064; $c=$ lin. 95040 misure prese si sopra i due strammazzi laterali alla cunetta, che rimane nel mezzo, la di cui portata si è poi calcolata separatamente; farà $x=$ lin. 950, e $d=$ lin. 1816,

CAP. VI. quantità che levata da 2050 lascia linee 234, cioè piedi 1: 7: 6 per l'abbassamento dell'Adige pieno a ragione della diversione, che gli possono fare i detti due stramazzi uno di quà e l'altro di là dalla cunetta. Calcolando poi la derivazione di questa, si ha che z sarà eguale a linee 2050, $b=$lin. 2127, $a=$lin. 3816, $c=$lin. 95040 come sopra, onde d sarà lin. 2000 prossimamente, che sottratte da 2050 lasciano 50 linee, che fanno once 4 e punti 2, che però tutto il diversivo del Castagnaro dà piedi 1: 11: 8, cioè soli quattro punti di meno di due piedi.

X V.

Scolio II. Il Celebre P. Abate D. Guido Grandi Matematico del Gran Duca di Toscana nel Trattato del movimento delle acque, che già qualche anno ha consegnato al Pubblico con le stampe di Firenze al Capitolo V. Prop. XXXV. professa, *che se due fiumi orizontali LG, FG, siano mossi colle velocità GI, GK, si uniscano in un tronco, la cui velocità, e direzione sarebbe GH; e poi viceversa si supponga, che lo stesso Tronco HG colla stessa velocità HG, dovesse con moto retrogrado diramarsi ne' due rami GL, GF non restituirà loro le velocità IG, KG uguali alle prime, se non quando l' angolo LFG fosse retto*, il che essendo diverso da quanto da noi si è stabilito ne' numeri antecedenti, siamo chiamati a ponderare a misura delle nostre forze, i fondamenti sopra de' quali è piantata la detta proposizione. (TAV. III. Figura 9.) Risolve dunque il P. Abate Grandi la velocità totale GH, che è nata dalle due laterali GK, GI, mediante il compimento del parallelogrammo con le due linee esprimenti le forze HE, GE, delle quali HE è la perpendicolare condotta alla GK prodotta; ma se di converso, dice il P. Abate, il tronco HG si rivolgesse ne' rami, le velocità di questi non sarebbero già le stesse, che allora quando entravano nel tronco, bensì ora maggiori, ora minori, e solo eguali nel caso che l'angolo LGF fosse retto. La direzione della velocità GH, risultante dalla cospirazione delle due laterali GI, GK è appunto quale da tutti gli Statici viene prescritta. Per aversene una prova più chiara si conduca sulla linea del tronco GH le perpendicolari Kδ, Iφ, e si avrà la velocità GK risolta realmente nelle due Gδ, δK, e la velocità GI nelle altre due Gφ, φI, delle quali le Kδ, φI, nulla contribuiscono al moto progressivo, ma le sole Gδ, Gφ, que-

ste

ste poi $G\delta + G\varphi$ sono eguali a GH, come si può facilmente dimostrare; dunque questa quantità dinota realmente la velocità con la quale si muove l'acqua del tronco, dopo ricevuti gl'influenti, e quì di passaggio è da notarsi, che la prevalenza di una delle perpendicolari $K\delta$ sopra l'altra $I\varphi$ non servirebbe che ad obbligare il filone a torcere un poco dalla sua rettitudine il cammino. Allorchè poi considera il chiarissimo Autore la conversa della proposizione, cioè quando il tronco passasse ne' rami, risolve la velocità di questo HG nelle due HE, EG, e dice che in GF vi anderebbe l'acqua con la velocità GE maggiore di GK per l'angolo acuto; lo che sarebbe vero ogniqualvolta e quando per questo ramo GF vi dovesse andare tutta l'acqua del tronco, mentre HG n'esprime tutta la velocità, ma per GF non dovendone andare che quella quantità, ch'è venuta quando GF fu considerato come un influente, ne deriva, che la HG debba risolversi in altra guisa di quello è stato fatto, considerando cioè $G\varphi$ per la velocità GI, e $G\delta$ per la velocità GK, onde saranno poi restituite a capello le velocità di prima GK, GI ne' due canali respettivi, ora riputati come rami diffluenti GF, GL; quindi gl'influenti convertiti in diffluenti non cangieranno di velocità, anzi la medesima e nell'uno e nell'altro caso saranno pontualmente ritenute, purchè alcuna circostanza non venghi mutata.

CAP. VI.

X V I.

Scolio III. Non credo fuori di proposito il dar quivi un esempio dell'accrescimento che farebbe un fiume reale in piena, se avesse a ricevere un nuovo influente pur in piena. Le velocità si supporranno nella ragione dimezzata delle altezze, col servirsi della formola registrata al num. III di questo $z = \sqrt[3]{d^3 + 2dx\sqrt{dx} + x^3}$; Sia la profondità ragguagliata della sezione del recipiente linee $3962 = d$, la larghezza del medesimo linee 115200 (cioè piedi $800) = c$; La sezione dunque vera di questo recipiente venghi rappresentata dalla figura 10, in cui per A e B dinotasi il profilo degli argini, C il fondo, DE la superficie di piena, PF la profondità ragguagliata; ma la sezione dell'influente venghi rappresentata per la figura 11, che n'esprime il profilo, in cui appariscono le Golene EH, LNR molto più elevate del fondo I, e s'intenda l'altezza della sua piena BMS. Per meglio adattarsi alla pratica ed al calcolo, divideremo essa sezione in molte parti, ragguа-

TAV. III. Figur. 10.

Figur. 11.

CAP. VI. ragguagliandole ad una ad una alla fezione del recipiente, perche poi fommate affieme dieno l'intiero di lui accrefcimento. Nella fezione dunque dell'influente fig. 11. DEHILNRT, DE dinoti l'argine deftro, RTV il finiftro, EH fia il fondo della fpiaggia, Marezana o Golena a piedi dell'argine deftro, LNR il fondo della Golena dalla parte finiftra, ed HIL il fondo dell'influente. La porzione BFE fi confideri di un'altezza ragguagliata di piedi 3. 0. 4, cioè prendendo la metà di EF a caufa del triangolo BFE, ovvero BAE, e la bafe BF fia di piedi 11, ovvero di linee 1584; perlochè fatte le neceffarie operazioni farà $z =$ linee 3963, dalle quali detraendofi linee 3962, altezza ragguagliata del recipiente in piena, reftano linee una per l'accrefcimento di effa porzione BFE. Così per la porzione FGHE larga piedi 17 ed alta piedi 6. 0. 9, cioè linee 873, farà $z =$ linee 3968, dalle quali fottratte le 3962, rimangono linee 6 per l'accrefcimento del recipiente in piena a caufa della detta porzione. La parte GHILM, abbia di altezza ragguagliata p. 13. 5. 3, oppure linee 1935, e larghezza piedi 126 = linee 18144, onde z valerà in tali dati linee 4102, e però quefto terzo accrefcimento farà di once 11 e punti 8. La parte MLNO, formata dalla Golena finiftra più baffa, abbia l'altezza *media* linee 1333, la larghezza di piedi 100 = linee 14400, quindi z farà di linee 4026, e l'altezza ricercata per l'accrefcimento del recipiente once 5 ed un terzo. La Golena poi più alta ONSR fia larga piedi 26 = linee 3744, e profonda ragguagliatamente fotto della maffima piena p. 3. 6. 3 = linee 507, e però $z = 3966$, che danno di accrefcimento punti 4. Finalmente la porzione, che comprende la fcarpa dell'argine, fe verrà confiderata di larghezza piedi 8, ed alta ragguagliatamente piedi 1. 9. 1, non dà verun accrefcimento fenfibile, raccogliendo dunque tutte dette mifure, formano l'intiero accrefcimento di piedi 1. 5. 11.

XVII.

Scolio IV. Sopra a quanto viene regiftrato nella vifita del Pò e del Reno fattafi l'anno 1693 da' Cardinali d'Adda e Barberini, chi voleffe calcolare l'accrefcimento, che il Pò foffe per fare per l'aggiunta del Reno, non avrà che a fervirfi della formola antedetta, come della medefima avrebbefi a fervire quello, che fopra i rilievi della vifita generale 1720 voleffe riconofcere il medefimo effetto. Per quella dunque del 1693 antedetta, fi fuppone l'al-

tezza

tezza ragguagliata del Pò pieno, ma senza Reno, a Lagoscuro di piedi 35 ovvero once 372; l'altezza pur ragguagliata del Reno al passo detto de i annegati, cioè $b = $ p. 9 ovvero once 108; la larghezza di esso Reno ivi p. 189 $= a =$ once 2268; la larghezza del Pò a Lagoscuro p. 760 $= c =$ once 9120, onde $x =$ p. 3 : 6, $d^3 = 51478848$; $2dx\sqrt{dx} = 3906000$, ed $x^3 = 74088$, numeri che sommati assieme fanno 55458936, il di cui logarit. 7.7439015 che diviso per 3 per aversi la radice cubica lascia log. 2. 5813005, il di cui numero 381 $\frac{3755}{10384}$; e perche la frazione risponde a linee 4, se si sottrarrà 372. da 381. 4, resteranno once 9 e linee 4, cioè p. o. 9. 4 per il ricercato accrescimento, secondo le dette supposizioni.

XVIII.

Scolio V. In una Scrittura presentata dal Guglielmini nel tempo della visita, e che fu registrata negli atti della medesima, e poi stampata nella Raccolta di Firenze, si calcola l'alzamento predetto di soli p. o. 8. 9; ma la differenza fra il di lui ed il nostro calcolo deve risondersi nel prendere che ha fatto i numeri prossimi, in vece de' veri per liberarsi dalle frazioni. Il Sig. Eustachio Manfredi nella risposta che fa alle ragioni prodotte dal Sign. Giovanni Ceva pag. 67. §. *Ma per non dissimulare*, dice a questo proposito: *Si troverà in fine che tornano appunto le once 9 ½ d'elevazione trovate dal Sig. Ceva, che viene ad essere quasi un'oncia di più di quel che risulta nel calcolo suddetto fatto dal Guglielmini ne' medesimi supposti, e ciò per un piccolo errore di una frazione, che corse in questo &c.* Nel proposito dell'unione de' fiumi, sarà utile il vedere e considerare que' riflessi, che il predetto Signor Manfredi ha fatto nelle Annotazioni al Libro *della natura de' fiumi* del Guglielmini, dalla pag. 311. fino alla 318.

XIX.

Scolio VI. In tutti gli esempj soprapposti noi si siamo serviti pel calcolo delle velocità della ragione che si riporta alle altezze delle acque o semplice o dimidiata, e ciò per non discostarsi da quel tanto, che in molte occasioni è stato prodotto da molti rinomati Autori, ed ancora per dar un saggio del modo di servirsi delle formole, che abbiamo trovate: quando però si desiderasse una

mag-

CAP. VI. maggior precisione non sarà da partirsi dal calcolo delle velocità rilevate con la palla, e adoperando la formola registrata al num. XXVI della seconda parte del Capitolo precedente, e servendosi de' precetti esposti ne' numeri XXVII e XXVIII di detta seconda Parte. Non è però che in qualche caso non possiamo servirsi senza tema di andar gran fatto errati anche delle ragioni soprariferite per le velocità, anzi per rintracciare il meno equivocamente che sia possibile la verità ne' casi di molta importanza, sarà bene di calcolare con molti metodi, osservando a quali differenze portino e gli uni e gli altri, per determinarsi poscia al più probabile.

CAPI-

CAPITOLO SETTIMO.

Degl' impedimenti che si fanno al corso de i fiumi, e delle alterazioni che ne derivano.

I.

UN fiume, che venga aggionto ad un altro fiume, in tanto gli accresce la velocità, in quanto in parità di circostanze lo aumenta di corpo, e di altezza, ed un tale accrescimento produce una reale ed assoluta aggionta di moto, a quello che aveva prima, che niun' acqua vi fosse unita. Vi sono in oltre degli accrescimenti di altezza viva, senza che ricevano i fiumi verun reale aumento per l'unione di altre acque; tal sarebbe l' inalzamento di queste a cagione di un ostacolo che si fraponesse al libero loro corso, mentre in tal caso l'acqua crescerà in detto sito sino ad ottenere dall' altezza, quello che le veniva levato dall' impedimento. Se un tale ostacolo è solamente in qualche luogo del fiume, fuori di esso ostacolo, ripiglierà l'acqua il suo corso, come se non vi fosse stato verun impedimento; ma se le difficoltà saranno continue in un dato spazio, resterà illanguidito il corso del fiume; onde per rimetterlo sarà di mestieri, che cresca il corpo, e seguano delle alterazioni nelle misure che prima aveva; ma queste variazioni di moto saranno sempre contenute nelle formole avanzate nell' antecedente Capitolo, essendo solamente varie le altre circostanze risguardanti il sito e positura dell' ostacolo, lo che rende più complicata, benchè non più difficile, l' espressione, e la formola.

II.

Intendasi il fiume EGFH, che corra da E verso G con altezza viva IK; dipoi si supponga venir posto sotto la di lui superficie in certo sito l'ostacolo BD; l' altezza dell' acqua dal fondo sino al piano inferiore del detto ostacolo sia IM; l' altezza di questo ML, e resti lontano dalle rive quanta è la distanza CB, DA; supposizione questa, che quantunque sia astratta, per non rimanersi esso ostacolo appoggiato da veruna parte, che sia stabile, nientedimeno per render più universale la proposizione, così può concepirsi, bastando per renderlo conforme al ve-

TAV. III. Fig. 12

CAP. VII. ro, far eguale a zero una delle tre linee CB, DA, IM. Perchè dunque l'ostacolo BD impedisce il moto dell' acqua di liberamente progredire, averà ess'acqua la necessità di alzarsi a motivo, che per il restante della sezione passi appunto nello stesso tempo tant'acqua, quanta passava inanzi, che vi fosse l' ostacolo, onde crescerà di corpo v.g. sino in N. Si figuri, che una eguale quantità di acqua com'è quella, che può trattenere BD sia sovraposta in KO, accomodata però alla larghezza ÇA, cioè sopra la superficie corrente, ed atteso questo nuovo peso, discenda essa superficie fino al punto N. Dovendo pertanto nel tempo stesso eguali quantità di acqua passar avanti e dopo che vi sia posto l'ostacolo, quando l'acqua sia ridotta allo stato di permanenza, chiamando l'altezza dell'ostacolo $LM=d$. sarà come segue

Larghezze	Altezze	Velocità corrispondenti	Quantità d'acqua
$AC=b$	$IK=g$	r	bgr
$AD=a$	$IN=z$	u	auz
$CB=c$	$IN=z$	u	cuz
$BD=b$	$IM=e$	n	ben
$BD=b$	$LN=z-d-e$	t	$\overline{z-d-e}\times bt$

dunque l'equazione generale sarà $bgr = auz + ben + cuz + zbt - dbt - ebt$, e perciò $z=\frac{bgr-ben+dbt+ebt.}{au+cu+bt}$

III.

Corollario I. Ma quando, come effettivamente succede nelle acque correnti, si concepisca l'ostacolo attaccato alla riva FH, e che la superficie del medesimo ostacolo venghi ad esser alta quanto può venir alta la massima escrescenza del fiume, proveniente però questo effetto dall'impedimento, che il corso riceve dall' ostacolo, e non già per nuova acqua sopraveniente, e s'intenda inoltre quest' ostacolo attaccato al fondo, nè che sotto di lui passar vi possa quantità alcuna di acqua, in tal caso saranno nulle le quantità a, e, cioè sarà $a=o$, $e=o$, $d=z$; onde la formola del numero antecedente si muterà nella seguente $z=\frac{bgr}{cu}$, ovvero perchè $b=c+b$ sarà $z=\frac{\overline{c+b}\times gr.}{cu}$

Co-

IV.

Coroll. II. Se dunque si porranno le velocità in ragione dimidiata delle altezze sarà $z = g \sqrt{\frac{c \pm b^2}{cc}}$.

V.

Coroll. III. Ma se le velocità si vogliano nella ragione semplice dell'altezze, sarà la formola del numero III. mutata in $z = g \sqrt{\frac{c+b}{c}}$.

VI.

Nel numero II di questo si sono considerati quegli ostacoli, che si oppongono perpendicolarmente alla corrente del fiume, ma essendovene di quelli, che al corso del medesimo si presentano obliquamente, ricevendo l'impulso dell'acqua ad angolo o ottuso, o acuto, così è da indagarsi qual resistenza venghi fatta all'acqua corrente a misura della varia inclinazione di detti impedimenti. Sia il fiume GHON, che corra da G verso H, e sia l'ostacolo AD ad angoli retti col corso del fiume, ed altri due AE, AC; il primo che formi angolo acuto col detto corso; il secondo angolo ottuso, purchè i punti estremi E, D, C siano nella linea EDC parallela alla ON: Gli effetti che ne seguono sono per il primo caso di AD perpendicolare, che tutti i filamenti acquei saranno ribattuti secondo la linea del corso; e perche l'effetto non può esser maggiore della sua causa, pertanto le parti acquee dopo che averanno urtato nell'ostacolo, non potranno risalire contr'acqua per la medesima linea, con cui sono venute, onde non potranno che tendere, ove minore è il moto, vale a dire, verso le parti laterali, e quivi seguirà la molente; fatta la quale, dovendo pur l'acqua camminare, si accomoderà col suo corso in una linea curva OD, restando l'acqua contenuta nell'area DAO o ferma, o con qualche vortice, e se questo non seguirà, la curva OD farà l'uffizio di riva rispetto al corso. Se poi l'ostacolo sarà nel sito AE, in tal caso l'acqua quieta sarà contenuta dentro l'area OAE, ed il corso si farà secondo OE, ma i vortici che potranno formarsi, impediranno la regolarità di esso corso. Finalmente se la positura dell'ostacolo fosse AC, l'area

TAV. IV. Figura I.

occupata dall'acqua quieta sarebbe la OAC, ed il moto seguirebbe lungi la curva OC; ciò supposto, e supposta la quiete dell' acqua nell' aree predette OAE, OAD, OAC, è noto per la Geometria, che quest' aree poste fra le parallele ON, EC, se le curve OE, OD, OC fossero rette, ed avessero il loro principio in un istesso punto, sarebbero eguali di capacità; e dette linee, lungi le quali striscia l'acqua, abbenchè realmente debbano esser curve, nientedimeno si potranno fisicamente prender per rette, e per conseguenza fra di loro eguali le dette aree.

VII.

Arrivando per la supposizione l'ostacolo sempre alla medesima parallela EC in qualunque angolo venghi egli posto, sarà valevole a fermare in ogni di lui positura i medesimi filamenti di acqua in numero; nientedimeno avuto riguardo alla natura de' fluidi, egli è assai vario, appunto secondo le varie inclinazioni dell' impedimento, il moto concepito dall'acqua che dopo ridottasi allo stato manente, va secondo la direzione delle curve OE, OD, OC strisciando e progredendo verso MH; mentre non essendo quella curva un corpo solido, ma fluido e soggetto a mille accidenti, accadono moltissime irregolarità al moto che se ne genera. Universalmente è vero, che quanto l'angolo, che fa l'ostacolo con la riva, riesce meno ottuso, sente l'acqua maggiori le resistenze, quando però esso ostacolo si concepisca a piombo col piano orizontale del fondo; maggiori ancora sono le resistenze quando è ad angolo retto con la riva, e più crescono allorchè è acuto verso le parti superiori; nel qual caso sono innumerabili i vortici, che si formano, alle quali cose se avesse ben atteso il Michelini nel Libro, che pubblicò per difendersi dalle corrosioni de' fiumi, non avrebbe sì di leggieri commendato tanto quella sorta di pignoni, che vengono a formare con le rive i predetti angoli acuti.

VIII.

Sembrando impedimenti al corso de' fiumi anco le svolte o lunate, nelle quali si piega il loro alveo, sarebbe da considerarsi anche questo genere d'impedimento. Se superficialmente viene disaminata la cosa, pare potersi ridurre il ritardo proveniente dalle medesime svolte alla resistenza causata dall'ostacolo delle rive, che

oppo-

opponendosi con le loro piegature al corso, lo rallentano; ma se si farà la necessaria attenzione alla vera meccanica, con cui si muove l'acqua lungh' esse, si vedrà chiaramente, che devesi ritrarre da altri principj il ritardamento, che dar possono al moto dell' acqua. Se la natura ha fatto da se quel tal alveo, l'avrà stabilito con varie tortuosità e curvature secondo all'esigenza del corso del fiume, ed alla varia resistenza de' terreni per i quali passa; Se l' arte poi avrà preparato il letto al fiume, quando angolarmente l' avesse fatto volgere da una in un'altra direzione, si vedrebbe che l'acqua nel vertice dell'angolo far dovrebbe un qualche molente, affettando la quiete per qualche spazio, cosicchè i lati dell'angolo verrebbero ad esser due tangenti di una curva, lungi la quale strisciar dovrebbe l'acqua, in somma il moto di lei naturale succederebbe sempre in linee curve, fino a tanto che trovasse di poter progredir rettamente. Il celebre Varignon nelle *memorie di Matematica, e di Fisica per l'anno* 1693 a carte 181 e segg. considera la caduta, o l'ascesa di un grave, quando questo venghi obbligato a passare per diversi piani inclinati, e stabilisce la perdita della velocità di esso nel passar dall'uno all'altro de' detti piani; ma soggiugne nel fine del di lui dotto discorso, che non può valere la conseguenza, e la legge da esso fissata ne' piani inclinati di una grandezza infinitamente piccola, come sono quelli, che compongono le linee curve, allegando, che in questi, le perdite delle velocità non sono, che *differenziali* del secondo grado, e perciò rispetto a' primi, di niun valore. Lo stesso accade nel fatto delle svolte de' fiumi, che realmente altro non sono, che curve, come di sopra si è detto, che però ogni qualvolta siano queste stabilite, la velocità che fanno perdere all'acqua, non è da computarsi, che per un *differenziale* del secondo grado, rispetto alla velocità con cui l'acqua si muove, perlochè è da cercarsi altronde la cagione di questi ritardamenti, che si possono dividere in *assoluti*, e *respettivi* nell'affare dei fiumi, quei che arrivano per le svolte sono i *respettivi*, che niente possono levare al moto dell'acqua, quando altre circostanze non vi siano; ma gli *assoluti* sono quelli, che derivano dal maggiore o minore viaggio, che far deve l'acqua corrente per giugnere allo stesso termine, essendo che un fiume dritto, vi arriverà più presto di un tortuoso, e però vi giugnerà piuttosto nel primo, che nel secondo caso, ed ecco come le svolte o lunate pregiudicano al moto del fiume, ritardandolo per il tempo, che deve impiegare per arrivar al suo fine con una data quantità di acqua.

Cap. VII.

Sia

CAP. VII.

IX.

TAV. IV. Figur. 2. Sia il fiume retto EF, e fra i medesimi termini ve ne sia un altro tortuoso GQH; ma di eguale quantità di acqua col primo retto, essendo le due AG, MH parallele, sarà la forza della gravità che muove l'acqua per GQH alla forza della gravità, che muove l'acqua per EF in ragione inversa delle secanti degli angoli d'inclinazione delle respettive pendenze di essi alvei, o sia delle lunghezze dei medesimi prendendo per seno tutto la massima loro inclinazione. Sia BD eguale a GQH, alveo tortuoso; BC eguale ad EF, alveo retto, essendo AB il pendìo assoluto di entrambi, discorrenti fra le parallele AG, MH, le dette forze saranno come BD a BC lunghezze degli alvei, se BA sia il raggio, e gli angoli ABC, ABD quelli delle inclinazioni di questi alvei; Esprima BA, ovvero Bn la forza dell'acqua nel punto B, se si condurranno le due Bm, Bq perpendicolari respettivamente a BC, BD, e dal punto A, le due nm, nq, che incontrino le due Bm, Bq ad angoli pur retti, saranno le forze dell'acqua per progredire ne' piani inclinati, risolte in modo, che Bm dinoterà la forza, con cui il piano BC è premuto, e Bq la forza con cui l'altro piano BD è pur pressato, ed mA la forza acceleratrice del fiume BD, come qA ovvero qn quella del fiume retto EF. Perchè dunque i triangoli Bmn. ABC sono simili sarà BC. BA :: Bn. mn onde $mn = \frac{BA \times Bn}{BC}$; parimenti per i triangoli simili qBn. ABD sarà BD. BA. :: Bn. qn, e però $qn = \frac{BA \times Bn}{BD}$, e finalmente mn. qn :: $\frac{1}{BC}$. $\frac{1}{BD}$ :: BD. BC. il che ec.

X.

Coroll. Quanto dunque sarà piu tortuoso l'alveo GQH, tanto minore sarà la forza, che vi resterà per muover l'acqua, cosicchè se questa per l'alveo retto EF si dovesse scaricare nello stesso tempo, come quella per GQH, sarà di mestieri, che il corpo dell'acqua si accresca fino ad una certa altezza, supponendo il fondo impenetrabile alla corrosione, onde si ricercherà anco maggior arginatura nell' alveo tortuoso GQH, di quello sia in EF.

X I.

TAV. IV. Fig. 3.

Sia da indagare qual minor altezza viva avesse un fiume a cui fossero levate tutte le curvature, e fosse ridotto a camminar retto; sempre però conservando la medesima pendenza di alveo. Sia AC l'alveo retto, la cui inclinazione totale AB, ed il tortuoso, in cui realmente si suppone piegato l'alveo del fiume in quistione sia AD anch'esso con la stessa pendenza AB. dicasi $AD = s$, $AC = S$, $AB = a$. La velocità del tortuoso $= u$, quella del retto $= V$. L'altezza della sezione in un dato punto del tortuoso $= a$, l'altezza della sezione del retto in un punto corrispondente $= A$. Dovendo per tanto in tempi eguali scaricar queste sezioni per l'ipotesi quantità eguali di acqua, sarà l'equazione (data in tutti e due la medesima larghezza di alveo) $AV = au$, e per la supposizione, che più da vicino risponde a' fenomeni essendo le velocità di dette acque in ragione reciproca delle lunghezze de' loro respettivi alvei, secondo anco a ciò che fu detto nel num. IX. di questo, sarà per tanto $V . u :: \frac{1}{AC} . \frac{1}{AD} :: AD . AC$; dunque $As = aS$, e perciò la formola $A = \frac{aS}{s}$.

X I I.

Scolio. Ponendo il caso in termini, ed adattandolo alla pratica si supponghi che l'Adige dal Castagnaro in giù fino al Mare non abbia verun altro diversivo, o ramo, e conservi da per tutto la stessa larghezza, ed ogni altra circostanza data s' intenda. Sia da trovarsi quanto restasse abbassato se al medesimo venissero tolte tutte le tortuosità. La di lui altezza viva al punto del Castagnaro sia di piedi 10 ovvero once 120, e perchè l' andamento dritto, che si facesse dell' alveo secondo le misure più esatte è di Pertiche Padovane 31525, ed il tortuoso in cui presentemente è piegato di pertiche 42100 riducendo il tutto in once sarà $AD =$ once $3031200 = s$

$AC =$ once $2278800 = S$

alzezza viva $a =$ once 120.

onde l'equazione $A = \frac{aS}{s}$ da $\frac{120 \times 2278800}{3031200} = 90$ once prossimamente, che detratte dalle 120 altezza viva dell'alveo tortuoso, re-

Cap. VII.

restano 30 once per il ricercato decrescimento dell'Adige al Castagnaro, se gli fossero levate tutte le tortuosità e fosse ridotto in linea retta, dal che resta manifesto, che perderebbe molto della sua navigazione.

XIII.

Tav. IV. Figur. 4.

Dato un alveo tortuoso, disteso in un piano inclinato come AD; Sia da ritrovarsene un altro o più o meno serpeggiante come Ac, AC con la medesima inclinazione però AB, cosicchè per uno di essi passando l'acqua, che prima discorreva per AD scemi, o si accresca di una data altezza FH, ovvero Fb, e la quantità di acqua, che passava per AD, alla quantità dell'acqua, che passerà per AC o Ac, sia come m ad n, cioè in una data ragione. Si conduchino GA, FE parallele a BC orizontale, e sia FH l'abbassamento che avrebbe pel piano AC; ed Fb l'accrescimento che acquisterebbe pel piano Ac. Sia $AE = GF = a$; FH o $Fb = x$; dunque $Gb = a + x$ e $GH = a - x$ ed ambidoi $a \pm x$. La velocità in $AD = V$; quella in AC ovvero $Ac = u$; $AD = S$, AC o $Ac = s$. Sarà dunque per l'ipotesi $aV . \overline{a \pm x} \times u :: m . n$, onde $naV = mu \times \overline{a \pm x}$; ma per la statica gli spazj percorsi ne' moti equabili, come sono quelli de' fiumi regolari, che tali considerar si devono, se non altro allor quando camminano fuori de' monti, sono in ragione de' tempi, e delle velocità; per tanto se il tempo, in cui si percorre AD si dirà T; quello in cui si percorre AC ovvero Ac, t. sarà $S . s :: VT . ut$. ed $u = \frac{VTs}{St}$; sostituendo però nell' equazione soprapposta questo valore si averà $s = \frac{naSt}{mT \times \overline{a \pm x}}$, e se fossero noti gli spazj, e si cercasse l'accrescimento o il decrescimento delle respettive altezze x sarà $\mp x = a - \frac{naSt}{mTs}$, e se eguali fossero m ed n, ed i tempi pur eguali, saranno le formole $s = \frac{aS}{a + x}$ ed $+ x = a - \frac{aS}{s}$.

Se $a = 120$, $S = 4$ ed $s = 3$ prendendo lo scemamento sarà $x = 40$, avvertendo di doversi levar a da $\frac{aS}{s}$ a causa di x negativo; Ma l'Adige appunto ha la lunghezza del suo cammino naturale tortuo-

tuoso rispetto al retto artificiale, che si facesse nella ragione di 3 al 4, come si è rimarcato nel numero antecedente; adunque lo scemamento secondo questo calcolo darebbe in vece delle 30 once di sopra ritrovate, 40, e restarebbe l'altezza viva 80 once delle 120 che prima aveva. Non sarebbe dunque fuori di proposito il prendere in pratica un medio fra 30 e 40, e dire che un tal fiume se fosse retto si ridurrebbe a sole 85 once delle 120, che adesso e' tiene nelle acque ordinarie.

XIV.

Altra sorte d'impedimenti accadono alle acque correnti, quando un influente sbocca in un recipiente sotto un qualche angolo. Intendasi il fiume recipiente KGMS, in cui metta capo in AB l'influente EABF sotto qualsivoglia angolo GAE. Sia la larghezza del recipiente QL, e quella dell'influente PF; Il moto di questi fiumi intendasi seguire con direzione parallela alle sponde KS, EA. E' manifesto, che fatta che sia l'unione dell'acqua, si varierà la direzione del recipiente, almeno per un qualche tratto. Si produca EA in I, e si tagli AD di una grandezza tale, cosicchè rappresenti la forza, che ha l'influente, e dal punto D si conduca la DC parallela alla sponda QS, determinandosi essa pure eguale alla forza dell'acqua del recipiente; Se dal punto C al punto A si condurrà la AC sarà questa secondo la dottrina dei moti composti la strada che affetterà di far l'acqua del recipiente dopo seguita l'unione.

TAV. IV. Fig. 5.

XV.

Ma comecchè le velocità nei fiumi sono diverse in ogni punto delle loro sezioni, così chi volesse esprimere la forza, con cui ogni filamento dell'acqua dell'influente, va incontro ad ogni filamento del recipiente, converrebbe che la AC di sopra considerata non già fosse una linea retta, ma bensì una curva; Sia però proposto da determinarne di questa la specie. Sia X il recipiente, Z l'influente che entri in esso sotto l'angolo A; S'inalzi la AK perpendicolare alla linea del corso del recipiente, come pure la AT normale al corso dell'influente: MK^m rappresenti la velocità del punto K, ed NL^m la velocità a questo punto infinitamente prossima, così OQ^p sia la velocità dell'influente per il punto Q, e PT^p per il punto P esso pure infinitamente prossimo a Q predetto, onde γφ, Hδ saranno le scale delle velocità di questi fiumi secon-

TAV. IV. Fig. 6.

do tutte le loro larghezze; Si produchino in D ed E fino ad intersecarsi i detti filamenti esprimenti dette velocità, e compito il parallelogrammo $CcDE$, la diagonale CD sarà la strada dell' acqua per le dette respettive velocità. Prodotta φA in S, si lasci cadere dal punto D la perpendicolare DS, e dal punto C la CR e alla PD la normale CG, dicasi $AB = x$, $BC = y$, $AL = p$, $AQ = q$ sarà $Bb = dx$, $CD = dy$, sia $MR = p^m$; $QO = q^n$; ed essendo le forze operanti al punto C, e che producono la porzione infinitamente piccola della curva CD, come $Cc . cD :: dx . dy :: MK \times DF^2 . QO \times CG^2 :: p^m dpp . q^n dqq$; e per la somiglianza de' triangoli ABQ, BCR essendo $AQ . AB :: CR = AL . CB$, dunque $b . f :: q . x$ ed $b . f :: p . y$ (esprimendo b al f la detta data ragione) e però $q = \frac{bx}{f}$; $p = \frac{by}{f}$; $dqq = \frac{bbdxx}{ff}$; $dpp = \frac{bbdqq}{ff}$; $p^m = \frac{b^m y^m}{f^m}$ e $q^n = \frac{b^n x^n}{f^n}$ dunque $dx . dy :: \frac{b^m y^m}{f^m} \times \frac{bbdyy}{ff} . \frac{b^n x^n}{f^n} \times \frac{bbdxx}{ff}$, e l'equazione $\frac{b^n x^n dx^3}{f^n} = \frac{b^m y^m dy^3}{f^m}$, ovvero $dx \sqrt[3]{\frac{b^n x^n}{f^n}} = dy \frac{\sqrt[3]{b^m y^m}}{f^m}$. Ed integrando $\frac{3}{n+3} \times \frac{\sqrt[3]{b^n x^{n+3}}}{f^n} + A = \frac{3}{n+3} \times \frac{\sqrt[3]{b^m y^{m+3}}}{f^m}$, che esprime la natura della ricercata curva.

X V I.

Coroll. Se $m = n$ ed $A = 0$, ovvero se $m = n = 0$, la nuova direzione CD dell'acqua sarà sempre in una linea retta, e per esser curva conviene, che l'esponente della velocità del recipiente sia diverso dall' esponente della velocità dell'influente, come resterà manifesto a chi vorrà farne la prova col sostituire varj valori in numeri a' predetti esponenti.

X V I I.

Passiamo a considerare un'altra specie di ritardo nel corso de' fiumi, quello cioè che nasce dalle resistenze, che risente l' acqua in progredire per l'alveo, qualunque sia la longhezza di questo. Se dunque veruna resistenza non incontrasse l'acqua nel suo cammi-

mi-

mino, sarebbe lo stesso, come se dessa, corpo grave che è, sdrucciolasse per un piano inclinato, che viene rappresentato dall'alveo stesso: E perchè e dalle osservazioni dell'Ugenio, e dalle dimostrazioni del Galileo nel Trattato del moto, di un grave che cade o per la perpendicolare, o per un piano inclinato, si può venir in cognizione dello spazio, che nel vuoto dovrebbe percorrere; quindi paragonando il vero, ed apparente moto dell'acqua in quel dato alveo con il moto suddetto, che far dovrebbe, se liberamente potesse scendere, ne nasce, che la differenza porrà in essere tutta quella quantità di moto, che le resistenze gli levaranno, sia poi o per lo soffregamento, che fa l'acqua nelle sponde, o per quello, che la stessa produce sopra del fondo. E perchè i fiumi per quanto poco inclinati che siano, hanno nella loro superficie qualche grado di velocità, così a motivo d'istituire il calcolo col fondamento della verità, converrà supporre il grave (che verrà rappresentato dall' acqua) non come se cominciasse a moversi dalla quiete, ma bensì, comecchè già abbia concepito quel tal grado di velocità.

CAP. VII.

XVIII.

Per ritrovare adunque lo spazio perpendicolare, in cui discendendo liberamente un grave, acquisti in un punto del medesimo una data celerità, sia questo spazio BA $= x$; il tempo che s'impiega a percorrerlo $= t$, costando però dalla dottrina del Galileo de' moti accelerati, che se nel medesimo tempo t, il mobile si fosse continuamente mosso con l'intiera velocità acquistata nel fine della caduta A, che avrebbe passato uno spazio doppio di BA $= 2x$: E perchè i fiumi, almeno fisicamente al senso, camminano con un moto equabile, e dove il moto è tale i spazj percorsi sono in ragione dei tempi, perciò dicendo a il tempo di un minuto secondo, ed s lo spazio che può scorrere il fiume nel detto tempo a di un minuto secondo si averà $t. a :: 2x. s$, onde $t = \frac{2ax}{s}$. E comecchè nella libera discesa di un grave dalla quiete B, gli spazj FB, AB, dicendo il primo b, e supponendo che venghi trascorso in un minuto secondo, l'altro x, stanno come i quadrati de' tempi, per tanto sarà $x. b :: tt. aa$, e quindi $t = \frac{a\sqrt{x}}{\sqrt{b}}$; e per conseguenza sarà l'equazione $a\sqrt{\frac{x}{b}} =$

TAV. IV. Figura 7.

 ed

CAP. VII. $\frac{2ax}{s}$ ed $x = \frac{ss}{4b}$, e perciò la BA sarà direttamente come il quadrato dello spazio, che farebbe il fiume in un minuto secondo, ed inversa della quadrupla di FB.

XIX.

Coroll. Si deduce da ciò, che supponendosi in qualsivoglia angolo BCA il piano inclinato CG, rappresentar l'alveo declive di un fiume, e se dal punto B al punto C della AG prolungata, quanto bisogna, si condurrà BC normale ad AB, discendendo il grave da detto punto C, arrivato che sia in A, avrà acquistata la stessa velocità, come se fosse disceso dal punto B egualmente alto, rispetto all'orizontale CB.

XX.

Poste le medesime cose, sia da ritrovarsi nel piano inclinato AG uno spazio, che nel medesimo tempo venga trascorso di quello, che si trascorre lo spazio perpendicolare BA dalla quiete. Si faccia secondo a ciò che dimostra il Galileo alla Prop. XVII. CA . CA + BA : : CA + BA . CG, sarà questa CG direttamente come il quadrato di CA, BA, considerate come se fossero una sola retta linea, e reciprocamente come CA, e per conseguenza AG sarà come l'aggregato della doppia BA e di quella ragione, che si compone dal quadrato della detta BA direttamente, e reciprocamente dalla CA, ed essendo essa AG secondo a quanto viene dimostrato nella medesima proposizione del Galileo, lo spazio percorso sopra del piano inclinato, dopo che il grave è disceso dalla quiete per tutta la BA, nel medesimo tempo, in cui viene percorsa la detta BA dunque ec.

XXI.

Coll' uso pertanto di questa formola, e di quella del num. XVIII, di questo Capitolo, resta sciolto il Problema proposto, bastando, che sia dato il cammino, che in un dato tempo si fa dall'acqua per l'alveo CG, la di cui inclinazione o sia angolo BCA si conosca; Sia nota l'osservazione dell'Ugenio, che un

gra-

grave cadendo liberamente nell'aria percorra la BF di linee 2227 nello ſpazio di un minuto ſecondo; e che ſi ſupponga in oltre, che i fiumi di non molta inclinazione, dopo aver corſo qualche conſiderabile ſpazio, ſi riduchino ad avere un moto equabile, onde progredendo in tal modo un fiume, dopo aver acquiſtata la velocità, che compete all'altezza BA, ſi moverà per uno ſpazio doppio di BA nello ſteſſo tempo, che queſto ſi traſcorre; ſe dunque col moto accelerato camminerà per la quantità eſpreſſa per $2BA + \frac{BA^2}{AC}$, e con l'equabile per la 2BA parerebbe in certo modo, che la quantità $\frac{BA^2}{AC}$ foſſe quella ch'eſprimer valeſſe l'aggregato delle reſiſtenze incontrate nella diſceſa.

XXII.

Scolio I. Sia per eſempio un fiume, che per ogni miglio penda once 14, e che in un'ora cammini 3 miglia in punto di moto equabile, ſi cerca in primo luogo la ſublimità B, o ſia la BA da cui cadendo un grave, arrivato che ſia in A acquiſti una velocità valevole a ſpingerlo per le dette tre miglia nello ſpazio di un ora. Se dunque dentro di queſto tempo fa 3 miglia, in un minuto di ora farà linee 600, facendo ciaſcun miglio di Pertiche 500, di piedi 10, l'una di miſura di Bologna, onde per lo numero XVIII, dove $x = \frac{ss}{4b}$ ſarà in numeri $x = \frac{360000}{8900} =$ 40 linee proſſimamente, e perciò cadendo eſſo grave dall'altezza di linee 40 potrà acquiſtar la detta velocità. Il tempo che s'impiegherà ſi raccoglie pure dallo ſteſſo numero, mediante la formola $t = \frac{2ax}{s}$, nella quale a vale un minuto ſecondo o ſiano 60‴, che però ſoſtituendo queſti valori, ſarà $t = \frac{2 \times 40 \times 60'''}{600} = 8'''$ proſſimamente; quindi lo ſpazio predetto ſarà percorſo in queſti otto minuti terzi. In oltre perche è nota l'inclinazione dell'alveo di queſto fiume in un miglio, ſarà anche nota la AC, facendo 168 a 720000 linee, che tante entrano in un miglio nella predetta ſuppoſizione, così BA, 40, a CA, onde queſta ſarà di linee 171428. Se dunque nella formola del numero antecedente ſoſti-

TAV. IV. Fig. 7.

tuere-

tueremo questi valori sarà $AG = 80 + \frac{1600}{171428}$ dentro il tempo di 8 terzi. Pare che la frazione $\frac{1600}{171428}$ dinotar potesse le resistenze quivi incontrate, se le 80 linee rimarcar possono il moto equabile; dimodochè, quando ciò fosse, se in linee 80 di cammino viene ritardato $\frac{400}{42857}$ di linea, in un miglio verrebbe ritardato 84 linee.

XXIII.

Scolio II. Ma se supposte le stesse cose, si avrà un fiume, che penda per ogni miglio piedi 3 o siano linee 432, in tal caso sarà $AC = 66666$ linee, il moto accelerato sarà $80 + \frac{1600}{66666}$, e l'equabile naturale al fiume sarà 80 nel tempo di 8 terzi, onde anche in questo caso il ritardamento parerebbe un $\frac{1600}{66666}$ di linea, e in un miglio (facendo l'analogìa come sopra) linee 216. Finalmente se sarà un fiume di pendenza di 10 piedi per miglio cioè di linee 1440, e che cammini 4 miglia per ora, sarà BA eguale a linee 72 prossimamente, lo spazio che farà in un minuto primo d'ora sarà linee 820; $t = 11''$, ed $AC = 36000$, e però il moto accelerato sarà $144 + \frac{5184}{36000}$, ed il ritardamento in un miglio farebbe piedi 5 ovvero linee 720, come si ricava facendo la soprariferita analogìa.

XXIV.

Corollario I. Dal che apparisce, che le dette resistenze, quando per tali concepir si vogliano, non ritardano che insensibilmente il moto all'acqua; si potrebbe dire che restasse compensato questo qualunque ritardamento dall'accrescersi che fa il corpo dell'acqua.

XXV.

Corollario II. Resta ancor manifesto, che quanto più il fiume ha di pendìo e di velocità, tanto maggiori succedono i ritardamenti;

ti; l'esempio si ha nel fiume supposto di piedi 10 di pendìo per ciascun miglio in cui si è rilevato esso ritardameuto di piedi 5 nel detto spazio, quando nel fiume supposto di pendìo once 14 per miglio, non era che once 7 nel detto spazio, onde fisicamente si potrebbero tali impedimenti considerar per nulla, senza errore sensibile. La materia è piena di difficoltà, ed abbisogna di molto tempo, e di molte e molte sperienze per esser tratta il più che sia possibile dalla sua oscurità, non avendosi quì voluto dare che un saggio di qualche vista, che intorno la medesima si è avuta.

CAPI-

CAPITOLO OTTAVO.

De' ritardamenti che nascono alle Acque correnti per li regurgiti, e per i Venti ne' fiumi, e nel Mare.

I.

PErche si abbia la possibile cognizione de' ritardamenti delle acque de' fiumi, saranno da considerarsi anco quelle resistenze che vengono fatte da' regurgiti provenienti dall'azione del Mare e de' Venti contro il loro corso. E per non fermarsi, almeno ne' primi, sulla pura idea in una materia involta fra molte difficili circostanze, abbandonando le ipotesi, si ricaverà qualche sicuro lume dalle osservazioni che nell' incontro delle celebri Visite del Pò 1716, 1719, 1720, e 1721 si sono fatte, e fra queste di quest' ultima, perche da' fenomeni si possa rilevar tanto d'accostarsi in qualche modo al vero. Si darà dunque la Tavola degl' inalzamenti ed abbassamenti osservati nel Pò ne' due siti di Lagoscuro e Polesella dal giorno 21 Marzo sino li 11. Aprile 1721, che si è cavata da' registri del Protocollo della medesima Visita tanto per i giorni predetti, che per tutti gli altri di mezzo.

II.

Nella seguente Tavola resta dunque espresso nella prima colonna il giorno dell' osservazione, nella seconda l' osservazione fatta a Lagoscuro segnata L, e nella terza l'osservazione fatta lo stesso giorno alla Polesella notata P, e le lettere B, C significano abbassamento la prima, e crescimento la seconda.

Tavola

Tavola de' crescimenti e decrescimenti.

	L	P
21 Marzo	p. 0. 0. 3 B	p. 0. 1. 3 B
22	0. 1. 3 B	0. 1. 9 B
27		1. 5. 6 C
30	0. 1. 6 B	0. 4. 0 B
31	0. 6. 6 B	0. 3. 6 B
Primo Aprile	0. 3. 0 B	0. 1. 9 B
2	0. 1. 0 B	0. 1. 0 B
3	0. 0. 6 B	0. 0. 9 B
4	0. 0. 9 B	0. 0. 0
5	0. 1. 3 B	0. 0. 6 B
6	0. 1. 6 C	0. 1. 3 C
7	0. 1. 9 C	0. 0. 9 C
8	0. 0. 9 B	0. 1. 0 B
9	0. 3. 6 B	0. 1. 6 B
10	0. 3. 0 B	0. 0. 0
11	0. 1. 6 B	0. 1. 3 B

III.

Scolio. Distando Lagoscuro dal Mare secondo l'andamento del Pò, pertiche Bolognesi 20142, e la Polesella dal medesimo Mare pertiche 15932, ed ambidue questi luoghi restando soggette al rigurgito del Mare nel solo caso di estraordinarie burrasche, come a suo luogo sarà più particolarmente considerato, ed essendo la Polesella più vicina al Mare del Ponte di Lagoscuro, doverebbero tanto gli accrescimenti, che i decrescimenti trovarsi minori alla Polesella, e maggiori a Lagoscuro, rilevatesi anco le piene massime del Pò più alte al Ponte predetto di Lagoscuro di quello siano alla Polesella di piedi 3 : 11 : 8 o diciamo 4 piedi, come si ricava da' Protocolli delle Visite 1720 e 1721, onde resta manifesto, che se altra causa non entrasse a disturbare il moto dell'acqua, avrebbero ad essere respettivamente alla Polesella minori le differenze di quello fossero a Lagoscuro; contuttociò le osservazioni registrate nella Tavola anteposta non danno esattamente questo degrado di differenze, mentre nelle tre prime linee delli 21, 22,

CAP. VIII. e 30 Marzo è maggiore la differenza alla Polesella di quello sia a Lagoscuro; nelle due susseguenti maggiore è a Lagoscuro e minore alla Polesella, come è naturale; sono eguali o quasi eguali nelle tre susseguenti de i giorni 2, 3, 4 Aprile; maggiore a Lagoscuro che alla Polesella ne' giorni seguenti 5, 6, 7 com'è giusto; quasi eguali il giorno delli 8, e di nuovo secondo l'esigenza naturale sono le tre ultime osservazioni delli 9, 10, 11, dando maggior differenza a Lagoscuro, che alla Polesella. Il novilunio era seguito li 27 Marzo, onde li 30 susseguente l'acqua del Mare doveva crescere con forza, ma non così li giorni 21 e 22, che il moto era insensibile, o come vien detto a Venezia di *sele*, seguita l'ultima quadratura della Luna li 20 di detto mese. Ma non essendo in questi giorni stata burrasca, non è credibile che sino alla Polesella sia arrivata l'azione del flusso del Mare; onde tutto lo svario, che si rileva in queste osservazioni, da altro probabilmente non può esser nato, che o da' venti, che ritardando, o accelerando il corso del fiume abbiano prodotta l'alterazione, ovvero anche dallo sbilancio, che potesse aver indotto la fossa Polesella, che sgorgando in questo tempo quasi tutte le acque del Tartaro, e parte anche di quelle dell'Adige, quelle cioè, che per lo Scortico vengono nel Castagnaro o Canal-bianco, ma essendo stata chiusa per altro la rosta di esso diversivo a' suoi tempi, si può credere non aver potuto le acque di essa fossa alterar in maniera, che fosse sensibile, il Pò; nientedimeno ciò dar potrebbe qualche prova, se le predette differenze fossero sempre state o di accrescimento, o di diminuzione di altezza, ma essendosi osservato il fiume ora più alto, ora più basso alla Polesella che a Lagoscuro, non si vede, che si possa con fondamento attribuire all'influenza di dette acque i detti cangiamenti, non negandosi però, che i medesimi in qualche parte anche da tal causa non possino esser derivati; resta dunque a dire, che il Vento molto abbia potuto contribuire a tali anomalie.

IV.

Non sono intieramente d'accordo il Castelli ed il Guglielmini circa all'effetto del Vento pe'l ritardamento de' fiumi. Asserisce il primo al Corollario settimo del primo discorso o sia introduzione alla misura dell'acque correnti: *Che similmente si può concludere che i Venti che imboccano un fiume, e spirando contro la corrente, ritardano il suo corso, e la sua velocità ordinaria, necessariamente*

anco-

ancora amplieranno la misura del medesimo fiume, ed in conseguenza saranno in gran parte cagioni o vogliam dire concagioni potenti a fare le straordinarie inondazioni, che sogliono fare i fiumi. Ed è cosa sicurissima, che ogni volta che un gagliardo e continuato vento spirasse contro la corrente di un fiume, e riducesse l'acqua del fiume a tanta tardità di moto, che nel tempo, nel quale faceva prima cinque miglia, non ne facesse se non uno, quel tal fiume crescerebbe cinque volte più di misura, ancorchè non gli sopragiongesse altra copia di acqua; la qual cosa &c. e nel Corollario ottavo seguente dice: *Abbiamo ancora probabile la cagione dell'inondazioni del Tevere, che seguirono in Roma al tempo di Alessandro Sesto; e di Clemente Settimo, le quali inondazioni vennero in tempo sereno, e senza notabile disfacimento di nevi, che però diedero che dire assai alli ingegni di quei tempi. Ma noi possiamo con molta probabilità affermare, che il fiume arrivasse a tant' altezza ed escrescenza per il ritardamento dell' acque dependente dalli gagliardissimi e continuati venti che spiravano in quei tempi, come viene notato nelle memorie.*

V.

Il Guglielmini nel Capitolo X. della *natura de' fiumi* si esprime: *Che le cause che ritardano la velocità de' fiumi, sono l'elevazione del pelo del recipiente, la direzione del moto di esso opposta a quella del filone dell'influente, il vento contrario &c. Rispetto alla forza del vento, questa deve considerarsi in due stati, perche o ella si esercita per una linea parallela all'orizonte, ed allora poco toglie di velocità all'acque del fiume, potendo al più ritardare quella sola, ch'è nella superficie, e perciò non mai si vede, che il vento cagioni elevazione sensibile nell'acque correnti, ma solo un certo increspamento che fa credere a' poco pratici, che il fiume corra all' insù, attribuendo essi a tutta l'acqua quel moto, che vedono nell' alzamento successivo dell'onde: ovvero la direzione del vento è inchinata al piano orizontale, e non v' ha dubbio, che secondo la diversa inclinazione, e la forza, che ha in essa, non possa produrre effetto più manifesto, facendo l' onda del fiume più elevata, ed in ciò forse consiste tutto l' alzamento, che può fare la direzione, e la forza del Vento. Ma perche il Vento più inchinato all' orizonte, meno si oppone alla corrente, perciò anco meno opera in ritardarla, almeno nelle parti inferiori, le quali si sà per prova, anche ne' mari più borrascosi, non risen-*

CAP. VIII. *tire il moto delle tempeste, anzi vi è chi crede portarsi la parte inferiore dell'onde, con moto contrario a quello del Vento. Quindi è, che per cause delle grandi inondazioni de' fiumi, non ponno accusarsi i Venti, se non quanto fanno elevare la superficie del mare, dentro il quale devono avere i fiumi l'ingresso &c.*

V I.

Scolio I. Vuole dunque il Castelli, che i Venti siano o cagioni o come cagioni potenti a fare *le straordinarie inondazioni de' fiumi*; ed il Guglielmini afferma bensì, che *la direzione del Vento inclinata al piano orizontale, secondo la diversa inclinazione e forza possa produrre effetto più manifesto: ma consistere questo nel far l'onda del fiume più elevata*; concludendo che *per cause delle grandi inondazioni de' fiumi non ponno accusarsi i Venti*; aggiongendo però, *se non quanto fanno elevare la superficie del Mare*. Abbenchè però le opinioni di questi due celebri Matematici pajano diverse, nientedimeno se ben si pondereranno convengono nel concludere la stessa conseguenza; mentre certamente anco il Guglielmini accorda l'inalzamento del fiume, quando il vento sia con direzione in qualche maniera inclinata all' orizonte, cioè se non altro quell'inalzamento che nasce dall'onda eccitata dal vento, ed abbenchè non accordi positivamente che dentro l'alveo possa il vento ritardar il fiume, dimodocchè cagioni le straordinarie inondazioni, è però d'accordo, che sostenuto il mare dalle grandi burrasche, succedano poi nel fiume le grandi escrescenze ed inondazioni. Che poi i venti agitino piuttosto il Mare, che i fiumi, non si vede una ragione che sia dimostrativa per provarlo, almeno nelle parti vicino agli sbocchi, anzi vi è tutto il fondamento di credere, che i Venti facciano dal pari elevare e la superficie del Mare, e quella de' fiumi, quando principalmente spirano contro la direzione di questi; ed in somma che o direttamente o indirettamente possino causare de' sensibili gonfiamenti.

V I I.

Scolio II. Il che resterà tanto più manifesto se si farà attenzione all'eccessiva altezza, a cui qualche volta arrivano non dirò le maree de' più lontani Mari dell' Olanda, della Danimarca e del Baltico, che non sono molti anni che fecero provare grandi desolazioni e alla Città di Amburgo, ed alla vicina costiera tutta,

ta,

ta, come pure alla Città di Peterburgo, ma anche al nostro Adriatico, e per tacere degli straordinarj crescimenti antichi, rimarcheremo solo quello seguito del 1705, quando predominando un contumacissimo Scirocco, oltre le eccessive piogge, che lo accompagnavanno, crebbe fuor di modo il Mare; come si è rilevato nella visita 1721 alle spiagge di Volano, ove per deposizione del conduttore delle Valli del Ser. di Modena, si è potuto conoscere, che la Marea salì sopra dell'ordinario pelo oltre li piedi 4 di Bologna; quindi può raccogliersi, che i fiumi di esso Mare influenti abbino dovuto straordinariamente gonfiare, come pur troppo è accaduto in quella a tutta Lombardia memorabile inondazione. Nè ciò può esser derivato da altro, che dal vento, che si rese valevole a sostenere sì gonfio il Mare malgrado l'azione del riflusso, onde rimasti anco sostenuti i fiumi senza poter liberamente scaricarsi nel Mare, si sono gonfiati assai più di quello, che avrebbero fatto, se alcuna forza contraria non avessero avuta a'loro sbocchi. Nella medesima maniera, che il vento può gonfiare il Mare, può ancora in parità di circostanze agire contro del corso de' fiumi, ed obbligarli a maggiori rialzamenti, siccome porta il sentimento del Castelli.

CAP. VIII.

VIII.

Lemma. Per ridurre a calcolo l'effetto proveniente dal vento nel ritardamento del corso de'fiumi, e nel tener più del dovere alta la marea è da dimostrarsi: Che lo spazio corso da un fluido che abbia qualunque velocità e qualunque rarità, rispetto allo spazio percorso da un altro fluido che pur abbia qualunque altra velocità, e qualunque altra rarità, che venga ad incontrarlo in senso direttamente contrario è sempre in ragion composta della diretta fra la differenza, che corre tra la rarità del più veloce, e del quadrato della velocità del meno veloce, la rarità del meno veloce, ed il quadrato della velocità del più veloce, ed inversa del prodotto fatto dalla rarità del più veloce, e dalla velocità del meno veloce. Sia AB lo spazio corso da un fluido, e DC quello di un altro, che venghi in senso contrario ad urtarlo, supponendo che dopo il congresso si levino in un istante le particelle, che hanno cozzato. Sia EF la velocità del primo meno veloce $=b$, GH quella del secondo più veloce $=a$; LM sia la rarità del primo $=c$, ed IK quella del secondo $=d$. E' noto, che la facilità che incontrerebbe B nel passare per CD, se CD si

TAV. IV. Fig. 8.

con-

CAP. VIII. consideraſſe come un fluido in quiete, ſarà in ragione compoſta della forza di AB, e della rarità di CD, ed eſſendo le forze come i quadrati delle velocità ſarà per tanto in ragion compoſta del quadrato della velocità, e della rarità di CD, cioè come $EF^2 \times IK$. Parimente ſupponendo AB in quiete, e DC in moto ſarà la facilità, che incontrerebbe nel penetrare per AB come $GH^2 \times LM$: ma perchè tutti e due i fluidi ſi conſiderano in moto, adunque la facilità reſidua ſarà come $EF^2 \times IK - GH^2 \times LM$ cioè in termini analitici $dbb - caa$, in oltre eſſendo le facilità in proporzione degli ſpazj, che in dati tempi vengono percorſi ſarà $dbb . b :: dbb - caa . \frac{dbb - caa}{db}$, il che era da dimoſtrarſi.

I X.

Scolio. Intendaſi AB eſſer il fluido dell'acqua; come DC dell' aria, e che lo ſpazio, che ſeparatamente poſſono eſſi fare in grazia di eſempio in un minuto ſecondo ſia dell'acqua di 5 piedi, e dell'aria di 24, onde $b = 5$, ed $a = 24$: e perchè un barometro formato con acqua di 30 piedi di altezza ſi bilancia con un cilindro di aria di egual baſe, ma di altezza quanta è quella dell'atmosfera, la quale ſecondo le oſſervazioni del la Hire regiſtrate nella Storia dell'Accademia delle ſcienze dell'anno *1696*, è di altezza piedi del Re 127221, ne ſegue, che un piede di acqua peſi quanto piedi 4240 d'aria (ſupponendo i cilindri d' acqua e di aria della medeſima baſe) onde ſarà $d = 4240$, $c = 1$, e ſoſtituendo nella formola del numero precedente queſti numeri, avremo lo ſpazio percorſo da AB in un minuto ſecondo ridotto a piedi 4 : 11 : 8 con perdita ſecondo queſta ipoteſi di linee 4 nel detto tempo di un minuto ſecondo, così in un giorno aſcenderebbe la perdita del moto a piedi 2448, cioè a mezzo miglio in circa di ritardamento.

X.

Prendendoſi la coſa più univerſalmente, vale a dire col ſupporre queſte due potenze dell'acqua, e del vento in qualunque modo fra di eſſe inclinate o coſpiranti al medeſimo termine, o in ſenſo fra di loro obliquo; Sia da determinarſi lo ſpazio che correrebbero dopo l'accozzamento, intendaſi la ſuperficie dell'acqua BD, che corra inclinata all' orizonte con un dato angolo,

TAV. IV. Fig. 9. 10.

lo, CA sia la direzione del vento, che resta inclinata alla detta superficie dell'acqua con l'Angolo CAD. Sia u la velocità dell'acqua, c la sua rarità, x la velocità dell'aria mossa in vento, d la sua rarità. E perchè la facilità di penetrare, che ha l'acqua nell'aria, se questa sarà considerata quieta, è come la rarità di questa moltiplicata nel quadrato della di lei velocità, sarà duu il valore di questa facilità, che si faccia eguale ad AD. Parimente facendo $AG = cxx$ eguale cioè al quadrato della velocità del vento moltiplicata nella rarità dell'acqua, se saranno condotte le DQ, GQ parallele ed eguali respettivamente alle dette facilità AG, AD e se da Q ad A sarà condotta la diagonale AQ rappresenterà questa la facilità o lo spazio, con cui nel medesimo tempo si moverà, dopo l'urto del vento, l'acqua, cioè accorciandosi, se il vento riesce in qualche modo contrario alla direzione dell'acqua, come nella figura 9 ovvero allungandosi, se il medesimo in qualche maniera venghi a cospirare con la direzione del di lei moto, come nella figura 10, essendo chiaro che in questo caso AQ è maggiore di AD spazio percorso dall'acqua avanti l'accozzamento del vento.

XI.

Dati dunque i due spazj AD, AG sia da ritrovarsi lo spazio indi risultante AQ, il che si otterrà mediante la risoluzione trigonometrica del triangolo ADQ, in cui sono dati i lati AD, DQ e l'angolo compreso fra di essi. Sia $AD = a$, $DQ = AD = b$, e l'angolo $ADQ = m$; Sia il seno di $\frac{180 - m}{2} = q$ ed il seno tutto $= s$; avendosi dunque per la trigonometria queste due analogie $s . 2a :: q . \frac{2aq}{s}$ ed $s . 2b :: q . \frac{2bq}{s}$, se si moltiplicheranno queste due quarte proporzionali vicendevolmente sarà il prodotto $\frac{4abqq}{ss}$, ed il quadrato della somma dei due lati cogniti $(a + b)$ è $a^2 + 2ab + bb$, che però se da questo si sottrarrà il detto prodotto sarà $a^2 + 2ab + bb - \frac{4abqq}{ss}$, eguale alla base ricercata AQ; dipoi se si farà come lo spazio percorso dall'acqua avanti il vento, alla di lei velocità, così il nuovo spazio AQ alla velocità dopo esser stata spinta dal vento, sarà questa velocità ritardata o accre-

CAP. VIII. crefciuta a caufa della nuova forza, che fe gli è applicata, ed in termini analitici $a. u :: \sqrt{a^2+2ab+bb-\frac{4abqq}{ss}}.$ $\frac{u\sqrt{a^2+2ab+bb-\frac{4abqq}{ss}}}{a}$, che è la ricercata formola.

XII.

Coroll. I. Se q. diventa il feno di 180 gradi, ilchè accade allora quando il vento camminerà con la medefima direzione dell' acqua, in tal cafo fi fa nulla la quantità $\frac{4abqq}{ss}$, e la formola diviene $\frac{u\times\overline{a+b}}{a}=\frac{duu+cxx}{du}$.

XIII.

Coroll. II. Ma fe m diventa gradi o, che è quando il vento fpira direttamente contrario al corfo dell'acqua, in tal cafo q fi fa feno tutto, perchè $\frac{180-o}{2}=90$, e però la formola fi cangia in $\frac{u\times\overline{a-b}}{a}=\frac{duu-cxx}{du}$, che è la fteffa del numero VIII. di quefto foftituendo in vece di u il b, ed in vece di x la quantità a, che vale lo fteffo.

XIV.

Scolio I. Supponendo che l'inclinazione del vento rifpetto all' inclinazione della fuperficie del fiume fia di gradi 15, e che gli fpazj percorfi dall'acqua e dal vento, fiano come quelli pofti al numero IX. di quefto, e fupponendo ancora che quefti fpazj dell'acqua, e del vento fuccedano in un minuto fecondo di tempo, farà però come fegue

$$4 = \text{l. } 0.\ 6020600$$
$$a = 106000 = \text{l. } 5.\ 0253059$$
$$b = 576 = \text{l. } 2.\ 7604225$$
$$qq = \overline{/82.\ 30}^2 = \text{l.}19.\ 9698876$$
$$\text{l.}28.\ 3576760$$

dal qual logaritmo fottraendo il log. di ss = l.20. 0000000

farà il refiduo l. 8. 3576760

il di cui numero è proffimamente 227800000

in

in oltre essendo $aa = 11236000000$
$2ab = 122112000$
$bb = 331776$

loro summa 11358443776
da cui dettraendo il suddetto ritrovato numero 227800000

11130643776

metà del di cui logaritmo è prossimamente l. 5. 0232476
ma $u = 5$ onde il suo logaritmo l. 0. 6989700

e la summa l. 5. 7222176
da cui levando il logaritmo di a = l. 5. 0253059

rimane l. 0. 6969117

del qual logaritmo il numero è prossimamente $4\frac{976}{1000}$, che sono piedi 4. 11'. 8''. 6'''. poco differente dallo scemamento dello spazio fatto per diametrale opposizione, come si è veduto al numero IX. di questo.

XV.

Scolio II. Ma se l'angolo d'inclinazione sarà di gradi 40, in tal caso il logaritmo di $\frac{4abqq}{ss}$ sarà 8. 3337600, il di cui numero è 215600000, che detratto dal numero 11130643776 lascia 11142843776, il logaritmo della di cui metà è 5. 0234421 onde riducendo in una summa sarà l. 5. 0234421
u = l. 0. 6989700

l. 5. 7224121
e sottraendo a = l. 5. 0253059

l. 0. 6971062

il di cui numero è $4\frac{979}{1000}$, che da p. 4. 11'. 8''. 9'''.

XVI.

Scolio III. E se l'angolo d'inclinazione è di gradi 153, vale a dire, che cospiri con la direzione dell'acqua sarà $\frac{4abqq}{ss}$ eguale al logaritmo di 7. 1241590, il di cui numero è prossimamente

CAP. VIII. te 13310000, che detratto da 11358443776 lascia 11345133776, la metà del di lui logaritmo è l. 5. 0273065, onde

essendo u = l. 0. 6989700

l. 5. 7262765

e levando a = l. 5. 0253059

si lascia l. 0. 7009706

il di cui numero è prossimamente $5\frac{23}{1000}$ = p. 5. 0'. 3''. 3'''.

XVII.

Scolio IV. Finalmente se il vento cospirasse del tutto con la medesima direzione dell'acqua, avendosi allora $\frac{4abqq}{ss} = o$ e la formola divenendo $\frac{u \times \overline{a+b}}{a}$ sarà $5\frac{288}{1000}$ cioè p. 5. 0'. 3''. 11'''.

XVIII.

Scolio V. Si supponga poscia l'inclinazione del vento rispetto alla superficie dell'acqua di gr. 15, egli è manifesto, che in un minuto secondo viene ritardato il moto dell'acqua, secondo il calcolo del numero XIV. di questo, tre punti e mezzo, o che è lo stesso per ogni cinque piedi di spazio, i predetti tre punti e mezzo. Quindi mediante l'aurea regola si troverà, che in un miglio verrà ritardato il moto dell'acqua dal vento piedi 24; così paragonando (il che è anche più naturale per confrontarlo con la durazione del vento, supposto sempre della medesima intensione) il ritardamento col tempo impiegato, si averà in un'ora una perdita di piedi 87$\frac{1}{2}$ e in un giorno naturale, supposto che tanto durasse il vento piedi 2100, che è quasi un mezzo miglio d'Italia. Se il vento fosse inclinato 40 gradi alla superficie dell'acqua, si ha dal numero XV. di questo, che il ritardamento sarebbe di punti 3, ed un duodecimo, il che darebbe in un miglio piedi 21$\frac{1}{3}$ ed in un' ora p. 77. once 1. E se il vento cospirasse col moto naturale del fiume sotto un angolo di gradi 153, cioè con una inclinazione di gradi 27, dalla parte della corrente caminerebbe l'acqua di più per lo numero XVI. punti 3$\frac{1}{4}$, onde in un miglio avvanzerebbe piedi 22$\frac{1}{2}$ ed in un'ora piedi 51$\frac{1}{4}$.

Sco-

XIX.

Scolio VI. Da quanto ſin'ora ſi è eſpoſto è chiaro, che l'azione del vento in qualunque direzione ſtia riſpetto al corſo dell'acqua, dev'eſſer conſiderata, come ſe l'acqua corrente ed il vento poteſſero, per così dire, operare l'uno contro dell'altra, cioè come ſe ogni particola d'aria poteſſe agire contro ogni particola dell'acqua: ma perchè è noto, che queſta penetrazione non può realmente darſi, ma che l'azione del vento ſopra dell' acqua è molto limitata, e che gran fatto non ſi eſtende oltre la ſuperficie della medeſima acqua, per tanto ſarà ulteriormente da cercare la reale alterazione, che l'aria moſſa in vento può eſercitare contro dell'acqua o corrente o anco ſtagnante.

XX.

Se dunque ſopra tutta l'altezza dell'acqua d'un fiume, che può eſtenderſi alli 10 e 20 piedi non può agire la forza del vento, ſia da ritrovarſi quella profondità ſotto la ſuperficie del medeſimo fiume, a cui può arrivare l'azione dello ſteſſo vento, e ſenza partirſi dalla figura eſpreſſa al numero X. di queſto, eſſendochè dalle due azioni AD, AG, l'acqua ſarebbe obbligata a ſeguire la direzione AQ in vece della AD, e riſolvendoſi queſta AQ nelle due AF, QF, delle quali la prima è quella che opera per via dell'impreſſione del vento CA ſopra l'acqua BA, ſembra però poterſi prender queſta AF per la miſura della ricercata penetrazione, e per conſeguenza dell'effetto prodotto dal vento ſopra l'acqua per una data inclinazione. Per avere dunque la AF, eſſendoſi per il numero XI. di queſto ritrovata la AQ, ſe per la trigonometrìa ſi farà come queſta AQ al ſeno dell'angolo dell'inclinazione dell'acqua col vento BAG = ADQ = fm ($f.$ ſignifica ſeno) così AD al ſeno dell'angolo AQD, ſi averà queſt'angolo, ponendo la detta analogia in termini analitici.

TAV. IV. Fig. 9. 10.

$$\sqrt{\overline{a+b}^2 - 4\frac{abqq}{ss}} \,.\, fm :: duu \,.\, \frac{duu \times fm}{\sqrt{\overline{a+b}^2 - \frac{4abqq}{ss}}} = f.\,AQD,$$

il di cui angolo correſpondente ſia p, ſarà per tanto $180 - m = p =$ angolo AQF, il di cui ſeno dicaſi r, facendo poi come il ſeno tutto s ad $AQ = \sqrt{\overline{a+b}^2 - \frac{4abqq}{ss}} :: r$ al quarto proporzionale

CAP. VIII. $AF = \frac{r}{s}\sqrt{\overline{a+b^2} - \frac{4abqq}{ss}}$, che vale la ricercata profondità, a cui nelle dette circostanze si potrà estendere l'azione del vento, e sarà però in ragion diretta del seno della differenza fra l'angolo retto preso due volte, e la somma dei due angoli dell'inclinazione, fra il vento e l'acqua dell'angolo ADQ, e della AQ, e reciproca del seno tutto.

XXI.

Scolio. Sia l'inclinazione suddetta di gradi 15, per tanto sarà

$$\frac{duu\sqrt{m}}{\sqrt{\overline{a+b^2} - \frac{4abqq}{ss}}} = \frac{\text{l.}\,106000 + \text{l.}\,f.\,15\,\text{gr.}}{l\,AQ}$$

onde 10600 = l. 5.0253059
l. gr. 15 = l. 9.4129962
l. 14.4383021
lAQ = l. 5.0232476
l. 9.4150545

che risponde al seno di gradi 15. 4' quindi $180 - m - p = 180° - 15° - 15°.4' = 149°.56$, ed il suo complemento 30°. 4' il di cui seno corrisponde ad r, onde l'espressione $\frac{r}{s}\sqrt{\overline{a+b^2} - \frac{4abqq}{ss}}$ ridotta a logaritmi sarà

9.4150545
5.0231476
14.4383021
10.0000000
4.4383021

che ha per numero 24430 prossimamente, facendo poscia AD allo spazio corso dall'acqua senza il vento nel tempo di un minuto secondo, così AF allo spazio che correrebbe l'acqua percorrendo questa stessa linea, dinotante l'azione fatta dal medesimo vento contro l'acqua, ed essendo quello spazio secondo le supposizioni fatte ne' numeri antecedenti 5 piedi, sarà prendendo i Logaritmi

4.4383021
0.6989700
5.1372721
5.0253059
0.1119662

che vale prossimamente piedi $1\frac{294}{1000}$ = piedi 1. 3. once 6 punti

ti, e 4 minuti; sicchè in tali suppofizioni crederei che non molto lontano dal vero si fosse, quando si calcolasse risentirsi l'acqua di quel dato fiume a causa del vento nella detta inclinazione, e quando questi fosse con la supposta energia, per un piede sotto della superficie corrente, onde dato questo impedimento resta manifesto il metodo di rilevarne gli effettivi ritardamenti.

Cap. VIII.

X X I I.

Abbenchè paja, che quando il vento fosse orizontale nulla potesse operare contro il corso del fiume, essendocchè in tal caso AF è eguale a zero; nientedimeno se si farà attenzione all'inclinazione, che ogni fiume o poca o molta, necessariamente deve avere, resterà manifesto, che il Vento, anche se spirasse parallelo all'orizonte, potrà agire sul fiume ch'è inclinato; e se anche il fiume, come accader suole nelle vicinanze de' sbocchi nel Mare, stesse orizontale, contuttociò un tale stato per poco lo potrà mantenere, mentre non sì tosto comincia il riflusso del Mare, che immediatamente anche il fiume acquista il suo proporzionato pendìo; onde è da concludersi, che in tutti i casi, non mai potendosi dar vento, che non sia inclinato rispetto alla superficie del fiume, così la AG mai potrà esser zero, e perciò il fiume avrà a risentire sempre o poco o molto del Vento. Si dà quì l'idea d'uno strumento, che si reputa valevole a far conoscere sufficientemente l'inclinazione del Vento rispetto alla linea orizontale. Sia una specie di tamburro di legno sottile espresso per la figura EAG, il cui diametro sia Ey di un piede e mezzo in circa, e la grossezza AM di quattro once, e per entro sia tutto vuoto. Nel centro D sia accomodata una ruota volante affissa nel centro D con un perno, ed abbia i suoi bracci o pallette di leggierissima materia *b. b. b.* &c. cosichè possa liberamente e facilmente girarsi; il diametro di essa ruota cioè *bb* sia la terza parte in circa di tutta la EG. Sia poi aperto un foro in A di una mezz' oncia di diametro, ed a questo si unisca ben fortemente un cono tronco ad imbuto BAC di materia anch'esso leggiera, ma consistente, e che abbia il suo asse nella direzione QM, dimodochè vada a ferire poco sotto dell'estremità de' bracci della volante *bb*; e nella medesima linea MF dalla parte opposta F si apra un altro foro di consimile diametro, e si armi con un cilindro cavo e di poca altezza F, e diviso l'arco FA in due parti eguali in B, da questo punto si lasci cadere un filo, a cui sia raccomar-

Tav. IV. Fig. 11.

comandato il peso G; indi all'estremità dell'asse D, che riesce oltre la superficie di uno delli due piani circolari EAG, sia posto un indice, e fatto un circolo dal centro D, si segni un punto ben visibile ad arbitrio, come sarebbe P, e l'indice sia DL. S'intenda in oltre condotta su la detta superficie la linea retta MF, che passi per tutti e due i centri M ed F. Tal strumento poi dovrà esser piantato sopra di un piede, che lasci il comodo di rivolgerlo a tutte le parti. Circa all'uso, ogni qualvolta spiri del vento, si dovrà verso di questo volgere la bocca dell'imbuto BC, cosichè entrandovi l'aria per M esca per F, e nel passare faccia girare la volante *bb* col maggiore possibile moto, lo che si rileverà dal numero de' giri dell'indice LD dentro un dato tempo, che si fisserà o con un orologio a secondi, o con la vibrazione di un qualche pendolo. Conosciuto dunque questo maggior numero de' giri della volante, si noti l'angolo, che formerà il pendolo EG con la linea MF, il qual angolo sottratto da' *90* gradi, darà l'angolo della ricercata inclinazione del vento rispetto all'orizonte. Per sapere poi il viaggio del medesimo vento, si misurerà la porzione di circonferenza LPM, e si osserverà quante volte in un dato tempo essa venghi percorsa, e questo viaggio risponderà al moto del vento. Egli è ben vero che per notare il numero di questi giri, quando il vento sia molto intenso, converrà che l'indice DL sia molto lungo, anzi sarebbe bene il formarlo con sottil lamina di ferro, o di rame longhissimo, e lasciar che oltrepassi i limiti del Tamburro, bastando che venghi diligentemente notato il numero de' giri; quando bene mediante qualche macchina non si potesse fare, che venissero numerati i giri in quel modo che si pratica ne' podometri, coll' avvertenza però, che tali macchine non disturbino il libero moto del vento dentro del Tamburro.

XXIII.

Quanto si è detto alli numeri X e XI di questo, si può applicare all'azione del flusso del mare in riguardo al ritardamento del corso de' fiumi, e all'accrescimento cui devono restar soggetti per tal cagione. Intendasi CA la direzione del fiume, che sia inclinata alla superficie del mare DB, con qualsivoglia angolo CAD, la velocità del fiume sia espressa per u, quella del mare opposta a quella del fiume per x; e perche si vogliono supporre le acque del mare e del fiume con la medesima resistenza, per tanto le facilità di

pene-

penetrare, che averanno respettivamente, saranno come i quadrati delle loro velocità, onde si averà la AQ (che risulta dalle due facilità $AE = uu$, $AD = QE = xx$) $= \sqrt{\overline{uu + xx}^2 - \frac{4uuxxqq}{ss}}$ nella qual formola, come pur si è supposto al numero XI, q è eguale al seno dell'angolo di gradi 180 meno l'angolo dell'inclinazione CAD, diviso questo residuo per metà ed s eguale al seno tutto. Se l'inclinazione fosse nulla, in tal caso la nuova facilità indi risultante AQ minore della prima AE, sarebbe $\sqrt{\overline{uu + xx}^2 - 4uuxx}$, essendochè in tal caso $q = s$, oppure AQ $= uu - xx$. La AQ si determina geometricamente, mentre stabilite che siano le due AE, AD eguali, come si è detto, respettivamente alle quantità uu e xx, se si compirà il parallelogrammo DQEA, esprimerà la diagonale AQ la ricercata facilità.

CAP. VIII.

XXIV.

Sia AK la superficie del mar basso, bA quella di un fiume, ch'entro vi sbocchi, e sul mare si spiani. Sia poi BML la superficie alta del medesimo mare, debbasi ritrovare la posizione della retta bB, linea del medesimo fiume accomodata all'alta marea BM. Si conduchi la BC perpendicolare alla superficie BM ed alla AK. Intendasi AK lo spazio impiegato dal corso del fiume nel tempo della bassa marea in un secondo di tempo, e BM quello del medesimo fiume nello stesso tempo dopo il flusso del Mare. Dati dunque gli spazj, AK, BM percorsi, come si è detto, si trovino per il numero XVIII. del Capitolo antecedente, le corrispondenti sublimità HE, FG, la prima delle quali HE nella GD parallela così resti accomodata, sicchè prodotta KA in e cada il punto H nella superficie bA, si conduchino ancora a questa Ke orizontale le due parallele cd, Lf verso d ed f. E' manifesto che cadendo un grave dalla sublimità HE arrivato che sia in E, averà acquistato una velocità da correre con moto equabile il detto spazio AK. Se parimenti si farà GF come l'altezza, da cui cadendo l'altro grave, arrivato che sia in F acquisti la velocità da percorrere con moto equabile la BM, se dal punto B per l'estremità G sarà condotta la BGb, sarà questa la positura della superficie, che il fiume acquisterà durante l'alta marea, ridotto che sia esso fiume allo stato di permanenza. Perche dunque BM è minore

TAV. IV. Fig. 13.

nore di AK anche GF sarà minore di HE, onde la Bb meno si scosterà, dentro una data distanza, dalla Bf, di quello sarà la Ab dalla Ae, dentro la medesima distanza, che però le due Ab, Bb, saranno convergenti fra di loro, e finalmente si verranno ad unire in un punto b, che sarà appunto il termine dell'azione dell' alta marea, o sia del rigurgito su per lo fiume; da questo punto però, che sia, come si è detto, l'b, si lasci cadere la bd perpendicolare alla dC; e perchè i due triangoli AEH, Aeb sono simili, sarà AE. EH :: Ae. eb. Parimenti essendo simili i due triangoli BFG, Bfg sarà ancora BF. FG :: Bf. fb, ma $AF = BF$, come pure $Ae = Bf$, adunque HE. FG :: be. fb :: be. $be - BA$. Perche poi gli spazj HE, GF sono come i quadrati della velocità, quindi dicendo la velocità per $AK = u$, quella per $BM = x$, sarà $HE = \frac{uu}{4b}$, ed $FG = \frac{xx}{4b}$, dicasi $be = z$, e sia BA l'altezza massima del mare a cagione del flusso $= m$, sarà l'analogia $\frac{uu}{4b} . \frac{xx}{4b} :: z . z - m$ che nasce dall'altra analogia ricavata dalla similitudine de' triangoli; ed ancora perchè essendo per l'ipotesi, ridotto il fiume allo stato di permanenza, dovendo però anche in questo stato scaricare eguali quantità di acqua in ogni di lui sezione, sarà $AC\sqrt{HE} = BC\sqrt{GF}$, come anche $AC\sqrt{be} = BC\sqrt{fb}$, onde $AC = \frac{BC\sqrt{GF}}{\sqrt{HE}} = \frac{BC\sqrt{fb}}{\sqrt{be}}$, oppure HE. GF :: be. bf. adunque $z = \frac{muu}{uu - xx}$. Pertanto se nel dato angolo d'inclinazione HAE si iscriverà be parallela ad HE ed eguale alla quantità $\frac{muu}{uu - xx}$, determinerà questa il punto ricercato b, termine dell'azione del flusso; lo che era da ritrovarsi.

XXV.

Corollario. Che però, se si farà come la differenza de' quadrati delle velocità del fiume alto e basso, al quadrato della velocità del fiume in tempo della bassa marea, così la differenza fra le altezze del mare prima e dopo del suo crescimento ad una quarta proporzionale: esprimerà questa l'altezza inscrittibile per il termine dell' azione del flusso dentro l'angolo d'inclinazione, che ha il fiume sopra l'orizontale del mare in stato di bassezza.

Per

XXVI.

Per aversi la distanza dal punto b dal mare A, si farà secondo i principj della trigonometria *Sen:* $bAe = q$. $be = \frac{muu}{uu-xx} :: \int.T = s$. $\frac{s \times muu}{q \times uu - xx} = Ab$, e chi volesse la B$b$ sarà questa, conforme è noto a' Geometri assai facile da trovare, mentre nel Triangolo fbB sono dati i lati fB $= e$A ed fb; e l'angolo bfB è retto, ma insensibilmente essendo ineguali le due Bb, Ab nelle grandi distanze; quindi potremo servirsi della ritrovata Ab senza imbarazzarsi in un più laborioso calcolo.

XXVII.

Scolio. Sia l'inclinazione di un fiume d'once due per miglio, intendendo ch'esso miglio sia di pertiche 500 di Bologna, come lo abbiamo in questo Trattato più volte supposto per accomodarsi alle osservazioni fatte in Pò, ridotte alla detta misura; sarà l'angolo GBF di 6 secondi; sia l'altezza del mare AB sopra del suo basso pelo piedi $3 = m$, la velocità del fiume in bA $= u$ intendasi di piedi 3 in un secondo di tempo, e quella per bB cioè nell'alta marea x sia di un solo piede nel detto tempo di un secondo; ed essendo l'angolo HAE di 6 secondi di un grado, sarà il suo seno $q = 3$, essendo il seno di un minuto primo $= 29$ parti delle 100000 nelle quali s'intende diviso il raggio, onde la formola $\frac{s}{q} \times \frac{muu}{uu-xx}$ diviene $\frac{100000 \times 3 \times 9}{3 \times 8} = 112500$ piedi, cioè pertiche 11250 di dieci piedi l'una, che fanno miglia 22 $\frac{1}{2}$. Posta la stessa inclinazione, ma facendo $u = 4$; $x = 2$, la formola suddetta diviene $\frac{100000 \times 48}{3 \times 12} = 133333$ cioè pertiche 13333, che fanno miglia 26 e pertiche 333; di più facendo $u = 4$; $x = 1$ sarà la formola $\frac{100000 \times 48}{3 \times 15}$ $= 106666$ piedi o pertiche 10666 che sono miglia 21 e pertiche 166 per il termine del rigurgito. Facendo poi l'inclinazione del fiume di 3 once per miglio, diviene l'angolo GBF di 10 secondi, il di cui seno è prossimamente 5; onde nella supposizione per la ve-

locità del primo caso, mutasi la formola in $\frac{100000 \times 3 \times 9}{5 \times 8} = 67500$ piedi, che fanno per il rigurgito, miglia $13\frac{1}{2}$. Per il secondo caso si muta in $\frac{100000 \times 48}{5 \times 12} = 80000$ piedi o miglia 16. E per il terzo diviene la formola $\frac{100000 \times 48}{5 \times 15} = 64000$ piedi cioè miglia 12 e pertiche 400. Che se tal inclinazione fosse di mezzo piede per miglio, che importerebbe un angolo di 20 secondi, e l'altezza del mare sopra la sua superficie fosse di piedi $4 = m$, e $q = 10$; in tal caso ritenendo respettivamente le velocità, come ne' tre casi soprapposti, sarebbe per il primo la formola $\frac{100000 \times 4 \times 9}{10 \times 8} = 45000$ piedi o miglia 9. Nel secondo caso sarebbe essa formola $\frac{100000 \times 4 \times 16}{10 \times 12} = 53333$ piedi, cioè miglia 10 e pertiche 333. Finalmente nel terzo caso si muta in $\frac{100000 \times 4 \times 16}{10 \times 15} = 42666$ piedi, cioè miglia 8 e pertiche 266.

XXVIII.

Le velocità del fiume competenti tanto all'alta, che alla bassa marea, si rilevano ciascheduna dal concorso ed azione delle due forze contrarie e del fiume e del mare, considerate in parti libere; saranno queste pertanto da ricavarsi dalla formola del numero XXIII di questo Capitolo, col sostituirvi in vece di u ed x le equivalenti velocità libere del fiume e del mare; essendocchè, se il fiume si muove secondo la direzione del proprio alveo, anche il mare si muove nel crescere che fa, secondo una linea che viene sempre verso terra; onde dato per le osservazioni i gradi delle velocità competenti ad A e B, si potrà dalla formola espressa nel suddetto numero ricavare la pendenza dell' alveo, il che abbenchè in pratica, attesa la difficoltà di fare esattamente le osservazioni, non rispondesse per avventura al fatto, nientedimeno sarà sempre vera la proposizione in pura teorica. Chi volesse altra formola per la distanza Ab o Bb dinotante il termine del rigurgito a causa del flusso del mare, si potrà questa avere con il determinare il punto V nella BA, cosicchè que-

questo venghi a connotare il centro di azione delle due veloci-
tà competenti ad A e B, vale a dire, la *velocità media*, nel qual caso dicendo BV $= n$, e perciò AV $= m - n$ sarà la nuova formola $z = \frac{s}{q} \times \frac{nn}{2n - m}$.

XXIX.

Scolio. Prendendo l'esempio del caso secondo, allorchè l'inclinazione del fiume è stata supposta di 6 secondi, sarà $n . n - m :: 4 . 2$; $m = 3$, e perciò $n = 6$, che sostituito nella formola di già ritrovata, si muta in $z = \frac{100000}{3} \times \frac{36}{9} = 133333$ come sopra.

XXX.

Ricerca il luogo di trattarsi anco degli sbocchi de' fiumi influenti ne' fiumi recipienti, a motivo di riconoscere quali alterazioni venghino da quelli causati in questi in ordine principalmente al rigurgito che nascer dee nell'incontrarsi che fanno sotto un qualche angolo le acque de' medesimi; e prima d'ogni altra cosa è da osservare la proprietà, che tiene un'acqua corrente nell'uscire dalle strettezze del proprio alveo in quello spazioso di qualche recipiente, che è non già di seguire la direzione del proprio filone, o quella che dovrebbe nascere dalla composizione delle due forze dell'influente cioè, e del recipiente: ma in certo modo di spandersi circolarmente da per tutto; onde per quanto acuto che fosse l'angolo che facesse lo sbocco con le rive del recipiente, non può di meno l'influente di non rintuzzare più assai di quello pare a prima vista la corrente del recipiente, ed allora in particolare, quando questo fosse in stato di magrezza, o anche di mediocrità di acque, e l'influente venisse pieno. Per rilevare dunque prossimamente la distanza a cui si può estendere il rigurgito, sarà da considerarsi l'aggregato delle velocità che tiene il recipiente al di sopra dello sbocco dell'influente, avanti la piena dell'influente, e di tutte raccoglierne la *media*; parimenti lo stesso sarà a praticarsi dopo la piena del medesimo, raccolte le quali due quantità, si averà per la formola registrata al numero XXVI di questo la ricercata distanza, note però che siano, l'inclinazione del recipiente avanti

CAP. VIII. la detta piena, e l'altezza a cui può giugnere questo, dopo ricevute le nuove acque, e che con le medesime abbiasi equilibrato.

XXXI.

Scolio. Sia in grazia di esempio la velocità media nel recipiente avanti la piena dell'influente tale, che l'acqua in un minuto secondo faccia piedi 3, ma dopo la piena ne faccia (intendendo sempre al di sopra dello sbocco) solamente $1\frac{1}{2}$, sarà dunque $u = 3$, $x = 1\frac{1}{2}$ ed $m = 3$; l'inclinazione del recipiente con la linea orizzontale, avanti la piena, sia di 20 secondi; in tal caso la formola $\frac{s}{q} \times \frac{mnu}{uu - xx}$ sarà $\frac{100000 \times 27}{10 \times 6\frac{1}{4}} = 40000$, cioè a pertiche 4000, che fanno miglia 8. Per lo contrario, se si volesse sapere quanto il recipiente fosse per far rigurgitare l'influente, ogni qualvolta venissero ambidue in somma piena: Si supponghino note le quantità seguenti: l'inclinazione dell'influente di secondi 51, cioè cada 15 once per ogni miglio; la velocità avanti la piena dell'influente sia di 5 piedi in un minuto secondo, e dopo la detta piena; e quando siano equilibrate le acque, vale a dire allorchè tutte le sezioni scarichino eguali quantità di acqua, la velocità sia di piedi due nel detto tempo; onde adattando la formola soprapposta all'influente sarà $q = 25$, $u = 5$, $x = 2$, e sia l'altezza acquistata dal recipiente sopra il suo basso pelo $= m = 21$ piedi, si muterà dunque la formola in questa $z = \frac{100000 \times 21 \times 25}{25 \times 21} = 100000$ pertiche o siano miglia 20; ma se $u = 4$, in tal caso $z =$ miglia 18, e pertiche 333.

XXXII.

Ripigliando la figura del numero XIV del Capitolo precedente. Sia da determinarsi l'angolo di deviazione, che l'influente cagiona al corso del recipiente, cioè BAC oppure DCA. Sia la velocità del recipiente u, quella dell'influente x, saranno le forze respettive, come i quadrati di esse velocità, onde $DC = uu$ ed $AD = xx$: intendasi dato l'angolo LAP, e perciò anche il di lui complemento LAD oppure ADC. Sarà dunque per la trigonometria $AD + DC . DC - AD :: t . \frac{DC - AD}{AD + DC} \times t$, cioè

TAV. IV. Fig. 5.

in termini analitici $\frac{uu-xx \times t}{uu+xx}$; (t è la tangente della metà del residuo à 180 gradi dell'angolo dato ADC) alla qual tangente connotata da questa espressione risponda l' angolo p, sarà dunque DCA = angolo LAP $-p$.

XXXIII.

Scolio I. Sia la velocità del recipiente espressa con il numero 1562; quella dell'influente con 324, onde $u=1562$, $x=324$, ed $uu-xx=2334868$; $uu+xx=2544820$; Sia LAE = gradi $2\frac{1}{2}$ e per tanto $\frac{uu-xx \times t}{uu+xx}=4006$, a cui risponde la tangente di gradi 2. 18′ $=p$, e però LAP $-p=$ DCA = gradi 0. 12′; ma questa direzione abbenchè vera in Statica, nientedimeno non risponde, nè al fatto, nè all' osservazione a cagione che le parti dell'acqua dell'influente, passando dal proprio alveo PF in quello del recipiente ADC, si spandono secondo tutte le direzioni, onde l'angolo dell'inclinazione, che si pone di gradi 5 in riguardo alla direzione dell'alveo, può essere di molto maggior apertura per rapporto alla tendenza media dell'acqua dell' influente.

XXXIV.

Scolio II. Si registrerà qualche osservazione nel proposito de' rigurgiti de' fiumi, e specialmente di quelli del fiume Pò, perchè col fondamento del fatto si possa stabilire qualche cosa di sicuro in questa materia. Dalle deposizioni legali notate nella visita del Pò fatta da Monf. Riviera, ora Eminentiss. Cardinale, l'an. 1716 leggesi a c. 193, sotto il giorno 18 di Ottobre, la deposizione avutasi da uno delle Papozze ne' termini seguenti. *Che quando vengono Burrasche grandissime del Mare arrivano li rigurgiti quasi sino a Francolino, ma che le ordinarie non passano Crespino.* Un altro disse a car. 195. *Che arrivavano le Burrasche grandissime del Mare insù per lo Pò con li rigurgiti sino a Francolino, ed alle volte quasi a Lagoscuro, ma che le ordinarie non passano Crespino ec. che le Burrasche per quanto grandi sieno non arrivano a far alzare il Pò alle Papozze non più di un piede in circa, e andando*

do all'insù sempre meno, e le Burrasche ordinarie lo alzano alle Papozze meno di mezzo piede, ed all'insù del Pò sempre meno, e nelle parti inferiori esser sempre maggiore l'alzamento. A carte 196 altro Pratico depose: *Che li rigurgiti del Mare nelle Burrasche più grandi, che danno all'insù, alzano il Pò da un piede, e si estendono sino a Crespino, ma alle volte quando sono grandissime arrivano quasi sino a Francolino, e che nelle Maree ordinarie per li rigurgiti alzarsi l' acqua alle Papozze un mezzo piede al più, e non arrivare tali rigurgiti se non quasi a Crespino.* Parimente fu deposto sotto il giorno 20 Ottobre: *Che quando il Pò è bassissimo i rigurgiti grandi del Mare si risentono quasi a Francolino, e può alzarsi il Pò colà un dito in due al più, ed a Crespino allora sarà un alzamento d'un piede e mezzo in circa,* aggiongendo: *Che quando poi il Pò è alto, anzi altissimo, non si scorgono, nè si possono scorgere i rigurgiti del Mare, rimanendo insensibili.* Altra deposizione si legge a carte 233: *Che li rigurgiti grandi del Mare, quando il Pò è basso si sentono quasi a Francolino. A Crespino poi potranno alzare un piede incirca d'acqua, e vicino al Mare possono alzarsi da tre o quatro piedi incirca, quando però le Burrasche sono grandissime.*

XXXV.

Scolio III. Nella visita del Pò 1721 fattasi fra i' Commessarj Pontificio, Cesareo e Veneto sotto il giorno 14 Marzo si ha per deposizione di un pratico interrogato a Lagoscuro, che il Pò *ora cresce ora cala a causa, che il Mare gonfia all'insù, e il Pò si alza, sentendosi qui a Lagoscuro le crescenze del Mare, quando fa gran fortuna.* Fu rilevato anco in questa visita lo stato delle ordinarie crescenze, e decrescenze fatte dal Pò al Mazzorno, ed alla Veniera vicino agli sbocchi, non essendosi altrove fatte tali osservazioni per non essersi fermata la visita positivamente, che ne' due luoghi suddetti. La tavola seguente contiene quanto fu osservato, tirato fedelmente da' registri della medesima visita.

16 Apri-

16 Aprile al Mazzorno	Bh. 15. 19′ / A. 20. 45	differenza delle altezze - -	p. 0. 4′. 3″
17 detto ivi	B 17. 23 / A. 22. 49	D. - - - - -	0. 3. 8
18 detto ivi	B 17. 43 / A. 24. 41	D. - - - - -	0. 6. 5
19 detto ivi	B 18. 24 / A. 24. —	D. - - - - -	0. 7. 6
20 detto Veniera	B 19. 2 / A. 1. 45	D. - - - - -	1. 9. 3
21 detto ivi	B 18. — / A. 24. 30	D. - - - - -	1. 6. 8

B indica la bassa Marea, A l'alta, ed è da avvertirsi, che essendo accaduta l'ultima quadratura della Luna nel giorno 18. Aprile, l'acqua del Mare aveva pochissimo moto.

XXXVI.

Nell'ingionta figura intendasi AE la cadente del Pò da Lagoscuro al Mare in tempo di acqua bassa di questo, AP la cadente del medesimo nel tempo dell'acqua alta, e ne' siti delle lettere apposte siano disposti i siti lungi il Pò, espressi nella figura, cioè Lagoscuro, Francolino, Polesella, Crespino, Papozze, Mazzorno e Veniera; Le distanze di ciascheduno de' quali dal Mare sieno le notate nella seguente Tavola, ricavate queste da Protocolli della medesima Visita 1721, e ridotte a pertiche Bolognesi, misura di cui si sono serviti gl'Ingegneri in tutte le osservazioni di essa Visita, avvertendo che si prende quivi per termine lo sbocco del Cammello, bocca ed allora, ed in questi tempi la principale di quel fiume.

TAV. IV. Fig. 14

Dalla Veniera al Mare, cioè la QE Pertiche - - - -	1450
Dal Mazzorno al Mare, cioè la ME - - - - - - -	6887
Dalle Papozze al Mare, cioè la DE - - - - - - -	9637
Da Crespino al Mare, cioè la CE - - - - - - - -	12982
Dalla Polesella al Mare, cioè la NE - - - - - - -	15932
Da Francolino al Mare, cioè la BE - - - - - - -	18912

Da

Da Lagoscuro al Mare cioè la AE - - - - - - - - 20142
Dal che si ricava che AB sia Pertiche 1230

AN	- -	4210
AC	- -	7160
AD	- -	10505
AM	- -	13255
AQ	- -	18692
AE	- -	20142

XXXVII.

Se l'azione del Mare non oltrepassa Francolino, in tal caso EP non arriverà se non v. gr. in *p*, ed allora BE sarà la massima, e da tutte le AN, AC, AD, AM, AQ, AE sarà da levarsi AB cioè pertiche 1230, per aversi le BN, BC, BD, BM, BQ, e BE, ed il pelo del Pò sarà in tali circostanze B*ncdmqp*. Quando poi l'effetto della burrasca non oltrepassasse Crespino, come accade quando questa è delle ordinarie, secondo alle riferite deposizioni, allora la CE sarà la massima, e da tutte le AD, AM, AQ, AE, sarà da levarsi AC di pertiche 7160, e si averanno le CD, CM, CQ, CE, si conduca *cqrst*, che rappresenterà il pelo del Pò nelle dette ordinarie burrasche, in quelle cioè, che fanno sentire i loro effetti fino a Crespino. E perchè viene asserito, che le grandi fortune di Mare, cioè quelle che arrivano a turbar il corso del Pò fino a Francolino, fanno alzare il pelo del Pò alle Papozze un piede e mezzo, e a Crespino piedi uno in circa; osservo che stanno prossimamente in geometrica proporzione le distanze di questi luoghi con le dette respettive intumescenze, ed essere BC. C*c* : : BD. D*d* cioè 5930 once ad once 12 così 9275 once ad once 18, che però potrebbesi ricavare un Canone: *Che le altezze alle quali arrivano i fiumi a cagione dell'azione del Mare, sono come le respettive distanze dal termine del rigurgito fino al luogo dell'osservazione*, e secondo un simile computo il Mare in tal stato di burrasca dovrà crescere sopra la bassa superficie once 310 poco più.

XXXVIII.

Scolio I. Secondo l'analogia predetta, costando dalle osservazioni registrate nella Tavola al numero XXXV. di questo, che l'al-

l'altezza media, a cui arrivò il Pò al Mazzorno li 18 e 19 Aprile fosse di once 7, e la massima altezza alla Veniera ne' due suseguenti giorni 20 e 21 fosse di once 20; se s'intenderà al punto G esser il Mazzorno, al punto F la Veniera, e che AE rappresenti il pelo alto del Pò in que' giorni, come AD il pelo basso, sarà GB = 7; FC = 20, ed essendo BC pertiche 5437, sarà AB pertiche 2927 per l'estensione intiera del rigurgito vicino alle quadrature della Luna, cosicchè il punto A verrebbe ad essere 5 miglia e pertiche 427 superiormente al Palazzo Quirini al Mazzorno, e però in quel giorno l' azione della Marea sarà arrivata (secondo questo calcolo) 177 pertiche superiormente alla punta della divisione del Pò, che si fa nell' alveo detto delle Fernaci, ed in quello di Ariano; ed il Mare avrà ottenuta una altezza di once 29, sopra la di lui bassa superficie, imperocchè cognite AB, AD, BG, è pur conosciuta la DE per i triangoli simili AGB, AED, onde per il numero precedente, essendo AD = 9814 e GB = 7 sarà DE once 23 e punti 5, misura assai naturale pel moto di questo mare.

Cap. VIII. Tav. IV. Fig. 15.

XXXIX.

Scolio II. E quando l'effetto si risenta fino a Lagoscuro, supponendo secondo alle deposizioni, che a Crespino si alzi piedi $1\frac{1}{2}$ cioè once 18, in tal caso, essendo AC. Cc :: AE. EP ovvero in numeri 7160. 18 :: 20142. 50, resta palese, che in tal incontro si alzerebbe il Mare piedi 4 once 2, come appunto succede nell'ostinato spirar de' Sirocchi. Tutte le quali misure rispondendo assai prossimamenenre a' fenomeni, quella analogia, che risulta dalla similitudine de' triangoli, i lati de' quali sono nella superficie alta e bassa del fiume, e le basi le altezze respettive ne' dati luoghi dell'acqua del fiume, potrà adoprarsi, come di una sufficiente precisione.

Tav. IV. Fig. 14.

XL.

Chi volesse sapere la minor inclinazione, con cui cammina il Pò nello stato dell'alta marea, rispetto alla bassa; intendasi condotta l'orizontale DNM, e la parallela a questa PE, e sia nota la CN, che supponendosi cadere il fiume due once per miglio verrà ad essere per il primo caso del crescere del Pò alla

CAP. VIII. TAV. IV. Fig. 15. Veniera once 20 sopra il di lui basso pelo di once 5 e punti 9, e la DE essendo stata ritrovata di once 23: 5, come la CF per le osservazioni essendo di once 20 sarà PC = PN — CN = 23. 5—5. 9 = 17. 8, e per tanto FP = FC — PC = 20 — 17. 8 = once 2 e punti 4, che divisi nelle 1450 pertiche, distanza che corre dalla Veniera al Mare, si avranno punti 9 per miglio, e perciò il declivio viene a scemarsi di punti 15 per miglio.

X L I.

Nel proposito de' rigurgiti causati, o dal Mare, o da qualche fiume influente nel suo recipiente, o da questo in quello, ogni qualvolta l'altezza sua superasse quella dell'influente è da notarsi, che l'elevazione causata da' medesimi rigurgiti non si misura dalla semplice altezza, che fa il Mare, o il fiume sopra il basso pelo, o dell'uno, o dell'altro, ma ben riesce ella non poco maggiore, che però l' orizontale, che fosse condotta dal punto della massima altezza predetta non potrebbe in verun modo indicare la vera estensione del rigurgito. L' esempio lo abbiamo nello stesso Pò, in cui attesi i rilievi della visita 1721, si ricava che la di lui inclinazione nello stato di bassezza da Lagoscuro alla Chiavica della Palata, che è fra la punta di S. Maria, ed il Mazzorno, sia di piedi 5. 8. 5., ed essendovi da questo punto al Mare pertiche Bolognesi 7887, che fanno miglia 15½ (tratto non potutosi livellare per esser soggetto di continovo a' moti del Mare) se gli dà once due per miglio di caduta, onde ne risultano once 31, o diciamo solo 30, dimodochè l' intiera cadente del Pò da Lagoscuro al Mare nello sbocco del Cammello sara piedi 8. 2. 5: Ma dai calcoli abbiamo rilevato, e conosciamo anco dalla sperienza, che il Mare nelle maggiori burrasche, non può alzarsi che poco più delli 4 piedi sopra la di lui bassa superficie, ed arrivando come costa dalle deposizioni, l'effetto della burrasca fino a Lagoscuro, resta manifesto, che a doppia maggior altezza perpendicolare arrivar può il detto effetto, di quello sembra, che dovesse giugnere. Chi farà riflesso all'impedimento, che l'acqua inferiore promove nella superiore, questi vedrà una non oscura ragione del fenomeno.

Pare

XLII.

Pare a prima vista, che si potesse calcolare l'estensione del rigurgito dall' altezza da cui cadendo un grave acquistasse tanta velocità da poter percorrere dentro un dato tempo, tanto spazio, quanto realmente può percorrere il Mare, o il fiume, che un tal rigurgito promovesse, il che in niun conto rispondendo a' fenomeni, non può un tal fondamento esser adottato come vero e reale. Si supponga che il Mare nel flusso cammini contro il fiume, che in esso sbocca, due piedi in un minuto secondo, che è un moto assai maggiore del vero, almeno qui nell' Adriatico, nel quale l'acqua non arriva quando cresce a far un miglio all'ora; e perchè per lo numero XVIII. del Capitolo precedente la sublimità, che si ricerca per far muovere un grave, che scende con un dato moto in qualunque altra direzione, si esprime per $\frac{ss}{4b}$ in cui s rappresenta lo spazio ricercato, b vale 15 piedi di Parigi; sarà dunque detta sublimità essendo $s = 2$; $\frac{4}{60} = \frac{1}{15}$, che danno once 9 e punti 7. Perchè poi il Mare nella grande burrasca si può alzare piedi 4, il di lui effetto sarà determinato per l'orizontale, che passerà once 9 e punti 7 aldisopra dei detti piedi 4, adunque non arriverebbe a' due miglia, e qualche cosa di più oltre dei Albaroni di quà dalla Guarda, quando è noto, che l'effetto delle burrasche grandi arrivano a Francolino e a Lagoscuro. Parimenti si supponga, che fuori della burrasca, il flusso del Mare cammini in un minuuto secondo un solo mezzo piede, e che si alzi sopra del suo basso pelo, due piedi nel termine dell' alta Marea, sarà $s = \frac{1}{2}$ ed $\frac{ss}{4b} = \frac{1}{240}$ nel qual caso la sublimità sarebbe poco più della metà di un punto di oncia, ed il rigurgito secondo la supposizione fattasi avrebbe ad estendersi per quanto comportano li due piedi, ma con questi non arriverebbe all' intestatura del Taglio un miglio e più inferiormente alla Cavanella, quando è manifesto, che oltrepassa in ogni tempo il Mazzorno di qual-

CAP. VIII. che miglio. Se al solo sbocco nascesse l'impedimento, e fosse considerato il Mare, o il fiume recipiente senza moto alcuno, la dottrina sopradetta potrebbe in qualche modo verificarsi; ma gl' impedimenti si vanno moltiplicando anco nelle parti dentro l' alveo del fiume, abbenchè sempre minori rieschino i più lontani dagli sbocchi. Quindi nasce la necessità di piantare il calcolo sopra altri principj, come si è proccurato di fare ne' numeri precedenti, avendosi in vista di spiegare i fenomeni secondo le leggi della natura, e le sin' ora fatte osservazioni.

CAPI-

CAPITOLO NONO.

Delle cause universali delle escrescenze e decrescenze de' fiumi, e loro fenomeni.

I.

ESsendo per lo più collocati gli alvei de' fiumi nella parte più bassa delle Provincie, per le quali discorrono, ne proviene, che le acque in essi, come a centro finalmente si rivolghino, e quanto maggiore sarà la superficie della terra, che vi scolerà, tanto maggiore verrà a riuscire di mole di acque quel fiume. Se quanto di pioggia cade sul terreno, passasse subito nell' alveo recipiente, e questo con un moto rapido portasse al mare le acque, i fiumi non avrebbero che moderatissime le piene, ma impedito il corso dell'acqua da infiniti ostacoli, e nel fiume recipiente e negl'influenti, non potendosi ess' acqua smaltire a proporzione della sovravegnente, convien al fiume gonfiare, e porsi in molta escrescenza che si dirà massima, allorchè empirà tutto il letto fino alla sommità delle rive ed arginature, e mediocre quando non oltrepaserà la metà dell'altezza dell'alveo, e si chiamerà trovarsi il fiume nella magrezza, allor quando correrà con molta scarsezza di acque.

II.

Caderebbe quì in acconcio di ricercare, se i fiumi venghino formati o mantenuti dalle sole piogge e nevi liquefatte, ovvero dal mare mediante li sotterranei communicanti meati; ma per non dilungarmi soverchiamente dall'istituto di questo Trattato, dirò solamente: che quanta è l'implicanza con le buone leggi della Statica di questa seconda, benchè assai antica opinione, altrettanto la prima è assistita da tali e tante osservazioni che ormai luogo appena si lascia da dubitare della dilei verità. I Francesi più degli altri veramente si sono distinti in questa ricerca, e le loro sperienze hanno, si può dire, posto in tutto il suo lume una tale astrusa materia, ed hanno nel medesimo tempo dato eccitamento, e mostrato come con l'osservazione alla mano si possa avere il vero fondamento della proposizione.

Per

III.

Per giudicare adunque rettamente delle piene de' fiumi, convien avere in considerazione, 1. l'area della terra che somministra l'acqua; 2. l'altezza, a cui questa giugnerebbe, durante la pioggia, se niun esito avesse, che la derivasse nel fiume; 3. Il pendìo de' terreni verso dell'alveo; 4. la capacità di questo; 5. la velocità propria tanto nell'acque magre, che nell' escrescenze; e 6. finalmente ogni altro accidente impeditivo del naturale corso dell'acqua, quando è di già incanalata nell'alveo. Lo squagliamento delle nevi è pur da considerarsi, come l'effetto di una pioggia in quel sito, ove esse nevi esistono, il quale benchè per lo più di non molta estesa in paragone di tutto il terreno, che può somministrar l'acqua al fiume, nientedimeno però il molto tempo, in cui dura per ordinario lo sfacimento delle dette nevi, può tener non poco gonfio il fiume. Quanto maggior di estesa e di pendìo sarà l'area del terreno, che somministra le acque all'alveo maggiore, tanto maggiore sarà la piena, rispetto ad un altro fiume in parità di circostanze; così parimenti, se la medesima area fosse liscia, e senza impedimenti, sarà nel fiume una più grand'escrescenza di quello fosse per fare la stessa o egual area impedita, e con molti ostacoli, che ritardassero l'acqua; dal che ne nascono i gravi disordini di quasi tutti i fiumi di Lombardia, dacchè sono state coltivate le colline ed i monti, da' quali senza verun ritegno precipitando le acque, riempiono in pochi momenti gli alvei loro, discorrendo per essi con tale tumidezza, che non vi è argine, che possa conteneme o l'impeto o l'altezza.

IV.

Se a misura della quantità dell'acqua che dalle Campagne e da' monti si raccoglie nell'alveo, si andasse accrescendo la velocità per smaltirla nel mare, reale centro di tutti i fiumi, non succederebbero mai, o rarissime volte, le rotte: ma il pretendersi in natura una tale celerità è un volersi l'impossibile, giacchè tanti e tali sono gl' impedimenti che derivano dal pendìo, dalla tortuosità dell'alveo, dall' unione di altre acque nel recipiente, da i Venti che soffiano talvolta contrarj al corso del fiume, e dal flusso del mare, che manca affatto la speranza di vedere i fiumi sì veloci che possino supplire col moto allo smaltimento

mento

mento delle acque, che loro vengono somministrate da' paesi aggiacenti, e che hanno naturale diritto di mandare le proprie acque in quell'alveo: ma dato anche che questo moto vi fosse, avrebbe egli ad essere cotanto rapido, che non vi sarebbe arginatura che resistesse alla corrosione che produrrebbe l'acqua, quando bene non si concepisse un alveo sempre corrente fra i macigni de' monti. Costituiti però i fiumi dentro tali limiti, e circostanze, non ci resta altro per ripararsi dalle rovine, che seco portano, che inalzare ed ingrossare eccessivamente que' ripari delle arginature, che sono destinati a sostenerli, ed a far fronte alla loro forza; ciò non ostante per qualunque riparo, che venisse piantato, non resterebbe pur anco assicurato il Paese, se la costituzione del Clima con le pioggie moderate, e non universali non concorresse a tener i fiumi dentro moderate elevazioni; per altro, come alle volte pur troppo succede, se durano molto le pioggie, se tutti gl' influenti corrino pieni in un tempo nel recipiente, e se il mare per i venti contrarj al corso del fiume, neghi per molti giorni il libero e naturale ingresso alle di lui acque, riparo non vi è, che possa impedire che non tracimi, e non allaghi le Provincie, quando le Campagne aggiacenti siano più basse della maggior altezza, a cui può arrivar esso fiume. Esempio memorabile l'ebbe la Lombardia del 1705, quando il Pò, gonfiatosi all'eccesso per essersi ad un tratto pur gonfiati tutti i suoi influenti, squarciò gli argini tutti con 48 rotte da Guastalla al mare, formando di un sì vasto paese un solo dilatatissimo Lago.

V.

Perche dalle osservazioni fatte e nell' Accademia Reale di Francia, e da altri molto celebri Uomini in varie parti di Europa, si può computare la quantità ragguagliata dell' acqua, che dentro lo spazio di un anno, cade con le piogge, e perche possono esser note altresì le altezze, alle quali ascenderebbe l' acqua accresciuta dalle medesime piogge dentro qualunque altro assegnabile tempo, come pure perche si può conoscere e determinare la superficie di terra di una o più Provincie, che scola in un dato alveo; pertanto non potrà nè meno ignorarsi, data la quantità dell' acqua caduta in pioggia per un dato tempo, il termine a cui sarebbe per giugnere l'altezza di quella piena, supposta pur nota anco la larghezza dell'alveo; mentre dicendo

CAP. IX. cendo la lunghezza di esso alveo per tutto il tratto, che riceve le acque degl'influenti suoi e delle Campagne sino al mare a; la larghezza de' terreni, che gli somministrano l'acqua b; l'altezza dell'acqua che può cadere nell'assegnato tempo x; la larghezza dell'alveo del fiume in quistione c, e l'altezza ricercata della piena y, supposte le velocità dell'acqua date per questa altezza, elevata alla podestà m, sarà $y = \overline{\frac{bx}{c}}|^{\frac{1}{m+1}}$

V I.

Corollario. E quando $m = \frac{1}{2}$ ch'è l'ordinario valore, che vien dato per il calcolo delle velocità, la formola soprapposta diverrebbe $y = \overline{\frac{bx}{c}}|^{\frac{2}{3}}$, vale a dire, che le altezze delle piene sarebbero nella ragione duplicata subtriplicata della quarta proporzionale alla larghezza dell'alveo, al terreno che somministra l'acqua, ed alla altezza dell'acqua caduta con la pioggia sopra le Campagne, durante quel dato tempo.

V I I.

Scolio. Ma su tali fondamenti, veri per altro, nelle supposizioni che si fanno, mal si accorderebbero le altezze così dedotte con le osservate nell'escrescenze, mentre oltrechè quì vien supposto l'alveo o affatto privo di acqua avanti la pioggia, o almeno con pochissima e quasi stagnante, dobbiamo poi anche supporre l'acqua delle piogge, che possi tutta passare in un istante dentro l'alveo del fiume, e che ivi senza fluire, crescer possa alle dette misure, lo che pure è contrario alle leggi della natura, oltre al dover prescindere da tutte le resistenze, ed accidentali impedimenti, per li quali viene diversificato assaissimo il calcolo. Nè miglior lume per conseguire l'intento, si potrebbe avere servendosi delle proposizioni IV e V del Castelli nel Libro della *misura delle acque* o de' documenti del Guglielmini inserti nel Capitolo X della *Natura de' fiumi*, dove anche questo Autore confessa ingenuamente la difficoltà di arrivare al vero col mezzo de' calcoli e delle teoriche proposizioni, come nè meno si sarebbe potuto giugnere a conseguirne il fine col servirsi delle

le formole per l'accrefcimento dell'acqua degl'influenti ne' recipienti date nel Capitolo VI num. 11. e fegu. tante effendo le circoftanze che alterar ne poffono la bafe del conteggio, fe l'illuftre fuo Commentatore Manfredi non aveffe quanto bafta, rifchiarata quefta sì ofcura materia.

VIII.

Il *Mariotte* nel Trattato de' movimenti delle acque Parte I, Difcorfo II produce un ingegnofo calcolo della quantità dell'acqua, che può ricevere la Sena in un anno, e ritrova, che di tutta la piovuta dentro di quefto tempo, non ne paffa la fefta parte per la fezione di Pont-royal, rifolvendofi, convien dire, il rimanente in vapori, e difperdendofi per tener umettate le terre; rifleffo, che benchè direttamente non ferva per i rilievi, che fi cercano delle altezze delle piene, indica però in una certa maniera il modo di determinare, con meno equivoco che fia poffibile, la quantità dell' acqua che cade in pioggia per rapporto alle medefime piene. Ho voluto io pure, fopra le offervazioni fatte nel Pò, indagare fe veramente fuffifta il fenomeno, ful piano datoci dal detto Mariotte. Si è prefa la carta del Pò ftampata in Roma, delineata dal Colonello Ceruti, come la meno erronea, e da quefta tagliando fuori tutto il paefe di là dall' Alpi, e quello oltre l'Appennino, come pure nelle parti inferiori, tutto quel tratto che a Settentrione giace oltre Tartaro e Caftagnaro o Canal-bianco, e nelle Meridionali, tutto quello ch'è collocato dalla Stellata ingiù, effendo il Panaro l'ultimo degl'influenti del Pò dalla parte deftra; fi è trovato dunque il rimanente contenere una fuperficie di 30000 miglia di quadratura, cioè a dire, che fcola una eftefa di paefe equivalente ad un'area quadrata che abbia per lato miglia d'Italia 173 in circa, computando 60 miglia per un grado dell' equinoziale.

IX.

Per fiffare l'altezza dell'acqua venuta in un anno con la pioggia in Lombardia, (trattandofi del Pò) col fervirfi delle fole once fedeci Bolognefi, i piedi cubi delle piogge per tutto un anno, avuta relazione all' area ftabilita nel numero antecedente, che fcola in Pò, farebbero 1020833333333: prendendo pofcia la fezione regolata di quefto fiume al Ponte di Lagofcuro ful Ferrarefe, larga piedi di Bologna 720 con altezza

ragguagliata di piedi 12, secondo alle osservazioni dell'an. 1720, e la massima altezza determinatasi col ragguaglio della piena 1719, arrivando a piedi 29, ne proviene che l'altezza media di Pò mezzano sia piedi 20 in circa. In oltre essendosi dal Montanari osservato, che il Pò basso in detto luogo cammina un miglio all'ora, come si legge nella di lui Dissertazione intorno la corrente del Mar Adriatico (regolando i miglia Ferraresi con i Bolognesi, de' quali si siamo serviti nelle Visite) e da noi pure nella Visita 1721 essendosi riconosciuto, che in un'ora il Pò basso faceva all'incirca il detto miglio in detto tempo, per ricavarsi la velocità del Pò mezzano, quando cioè abbia l'altezza di piedi 20, si potrà adoperare la seguente regola, la quale si accosta più delle altre alle osservazioni; e consiste nel prendere le velocità e nella semplice ragione dell'altezze medie, e nella dimezzata delle medesime, e dividere il prodotto per metà.

X.

Scolio I. Calcolando dunque nell' uno e nell' altro modo, supporre piedi 20 per l' altezza mezzana di Pò, come piedi 12 per la minima del detto fiume basso, sarà la seguente analogia $\sqrt{12}$. 500 :: $\sqrt{20}$. 645; cioè, se il Pò camminasse in altezza mediocre, sarebbe una strada di pertiche 645 (col fondamento della ragione dimezzata dell' altezza per le velocità) in un dato tempo, ma con quello della semplice ragione dell'altezza, sarebbe l'analogia 12. 500 :: 20. 833; onde la strada mezzana, secondo alla regola predetta, sarebbe in circa Pertiche di Bologna 739; ma con tal supposizione uscirebbe in un anno dalla sezione di Lagoscuro piedi cubi di acqua 932204160000, quantità che poco è differente da quella delle pioggie, onde per tal capo molto differente sarebbe la quantità esalata in vapori per la Lombardia, di quella di Francia. Calcolando poi con una supposizione più probabile, ponendo cioè l'altezza di Pò mezzano, quando così corresse tutto l'anno di piedi 15, in tal caso i piedi cubi forniti dalla sezione di Lagoscuro nel detto tempo di un anno sarebbero 560079360000, la metà in circa de' piedi cubi delle pioggie; lo che ancora è molto lontano da quanto produsse il Mariotte per la Sena.

Sco-

XI.

Scolio II. Le confiderazioni che fopra le acque venute con le piogge, e fopra l'origine delle fontane ha pubblicato il *De la Hire* nelle memorie dell'Accademia Reale del 1703. perfuadono della molta quantità di acqua, che viene confumata e nel nutrimento de'vegetabili, e nella materia de' vapori; non fi può però sì di leggieri fottofcrivere alla di lui opinione nel propofito dell'interna fermentazione, che fuppone farfi dall' acqua nelle gran conferve fotterranee di livello col mare per fpiegare l'origine e la perennità delle fontane, effendo noi perfuafi, che il calcolo regiftrato ne' numeri antecedenti, batta affai lontano dalla verità per le di lui fuppofizioni fondamentali. Ciò può vederfi in fatto, efaminandofi quanto fta efpreffo nelle medefime memorie per l' anno 1705, nelle offervazioni che lo fteffo *De la Hire* porta nel far il paragone fra la quantità della pioggia caduta a Parigi, e quella caduta a Pont-briant, ch' è due Leghe lontano da San Malò: mentre effendo in tutto l'anno 1704 caduta a Parigi la pioggia in quantità di once 19, e linee $10\frac{1}{2}$; a Pont-briant fu di once 23 e linee $8\frac{1}{4}$; e foggiugne, che per avvifo del Marefciallo di Vauban, che faceva offervar la fteffa cofa nella Cittadella di Lilla, fi era trovato, ch'erano un poco maggiori le piogge in Fiandra, che a Parigi. Dalle offervazioni pofcia regiftrate l'anno 1706 nelle medefime memorie circa alla pioggia caduta l'anno precedente 1705, fi rileva che l'acqua caduta a Pont-briant fu di 260 linee, cioè di 16 linee di meno della caduta l'anno 1704. Finalmente l'anno 1709 regiftra il detto *De la Hire*, che l'altezza dell'acqua caduta l'anno innanzi a Lione era ftata di once 36 e linee 9, e ne ricava: *Che la quantità dell' acqua della pioggia era ftata a Lione il doppio di quella caduta a Parigi, nè poterfi dubitare che ciò fia accaduto a motivo de' due gran fiumi che vi paffano, i quali al più poffono avervi prodotto delle nebbie, ma piuttofto derivar ciò dalle grandi montagne, che le ftanno affai vicine, ove fempre fono maggiori e le piogge, e le nevi, che nel paefe piano.*

XII.

Scolio III. E vaglia il vero, ben differente di molto fi offerva la quantità dell'acqua, che piove in Lombardia, rifpetto a quella, che piove in Francia, come che generalmente quefto

CAP. IX.

Regno è senza paragone meno montuoso di essa Provincia. Si sono fatte fra molte altre, alcune osservazioni dal Sign. Corradi Matematico del Serenifs. Sig. Duca di Modena in due differenti siti del Modanese, cioè a Modena, ed al Forno Volastro nella Garfagnana, ed ha egli trovato che nel 1715 caddero di pioggia a Modena pollici 36 e linee 10, e nel 1716 pollici 49 $\frac{1}{2}$, dove al Forno caddero l'anno predetto 1715 pollici 81 $\frac{1}{2}$, e nel 1716 pollici 102 $\frac{3}{4}$; onde prendendo una misura ragguagliata, si può dire, che le quantità della pioggia di un anno consista in pollici del piede Regio di Parigi 67 $\frac{2}{3}$, due volte di più dell'acqua caduta in Francia: Poniamo anche meno e siano soli pollici 60 ovvero piedi 5, lo che potrà servire per i calcoli del Pò assai più adeguatamente delle altre osservazioni, se la maggior parte della Lombardia, che scola in questo fiume è assai simile al Modanese, ove le dette osservazioni furono fatte.

XIII.

Scolio IV. Calcolando dunque sopra l'altezza del Pò, che stesse mezzano con piedi 20 di profondità per tutto l'anno, si avranno col fondamento di dette osservazioni piedi cubi di pioggia 3828125000000, ed il Pò smaltendone piedi cubi 932204160000, ne deriva, che tre parti in circa se ne debbano consumare, e non già le cinque asserite dal Mariotte. Ma calcolando sopra un altezza del Pò di piedi 15 per tutto l'anno, ch'è assai più ragionevole, se ne consumerebbe anche qualche cosa di più della sesta parte, mentre, come abbiamo di sopra trovato al num. X di questo, smaltendone nella supposizione predetta il Pò in un' anno piedi cubi 560079360000, e la pioggia facendosi ascendere a piedi cubi 3828125000000, è manifesto, che il primo numero è quasi subsestuplo del secondo, e con ciò potersi accordare colla natura le diduzioni derivate dalle varie osservazioni predette. E generalmente dicendo un lato della superficie de' terreni che scolano in un recipiente a; l'altro lato b (ridotte l'aree ad un equivalente rettangolo;) l'altezza dell'acqua delle piogge venute in un anno in quest' area x; la larghezza di esso fiume recipiente c; la di lui altezza mezzana d, e la velocità osservata delle sue acque in un dato spazio y: Sia n un numero, che moltiplicato con y dinoti il cammino di un'ora della di lui acqua, sarà la proporzione della quantità della pioggia venuta in un anno a quella che in questo stesso tempo sarà smaltita dal fiume come abx a $24 \times 365 \times ndcy$, ovvero come ab. $24 \times 365 \times ndcy$.

Sia

XIV.

Sia il fondo del fiume CN, inclinato all'orizonte con l'angolo CZA; ZAY sia l'orizontale, che passa per la superficie del Lago o Vasca, che serve di principio al fiume, e BC sia l'altezza di una sezione lungi il fondo CN. Intendasi AGHI la linea o scala della velocità, e perchè, ridotto che sia il fiume allo stato di permanenza, deve scorrere per tutte le sezioni eguale quantità di acqua, ne proviene, che il complesso delle velocità di tutte le sezioni deve esser dato e costante, e rappresentando l'area BGHC questo complesso nella prima sezione, qualunque altra area eguale a questa, presa dentro di questa curva, rappresenterà le velocità corrispondenti ad altro sito del fondo CN, e perciò la linea, che dinota l'altezza di quest'area, sarà l'altezza ricercata della sezione per quel dato punto, riducendosi il Problema a tagliare nella scala delle velocità aree sempre eguali. Se la linea delle velocità fosse retta, come vuole il Castelli, come la AH*i*, la scala sarà un triangolo AD*i*, rettangolo ed isoscele, da prodursi verso le parti inferiori fino a tanto, che il punto D riesca d'orizonte con quel tal punto N del fondo, sopra di cui si vuol cercare l'altezza NO. Suppongasi BC, l'altezza della prima sezione, uscita che è l'acqua dal Lago, è noto che il trapezio BFHC dinoterà il complesso di tutte le di lei velocità; Sia da trovarsi il simile complesso per lo punto N, si conduchi ND parallela all'orizontale ZY, e facciasi il trapezio P*li*D eguale al Trapezio BFHC, sarà PD la ricercata altezza dell'acqua, competente al punto N. Condotta poscia PO parallella a DN, e dal punto N la NO parallela alla DP, sarà il punto O nella superficie del fiume in questo sito. Ad oggetto poi di render più facile il ritrovamento di questa, PD o NO, dicasi $AC = a$, $AB = b$, $AD = z$ e $AP = x$, sarà per la natura del triangolo, e per le condizioni del Problema l' equazione $\frac{1}{2}aa - \frac{1}{2}bb = \frac{1}{2}zz - \frac{1}{2}xx$ oppure $aa - bb = zz - xx$, facciasi $xx = y$ e $zz = t$ equazioni ambidue alla parabola conica col parametro eguale all'unità: descrivasi dunque questa e sia AHM, il di cui vertice sia in A e passi per H, ella soddisfarà all'equazione $xx = y$, ovvero $zz = t$; se si dirà $DM = t$, e $PL = y$, ed essen-

Tav. V. Fig. 1.

CAP. IX. sendo $aa - bb = t - y$, si conduca BG parallela al fondo CN, questa attesa la poca inclinazione della superficie del fiume Br, non differirà sensibilmente dalla medesima, e dove essa BG taglia la parabola in R si tiri RE parallela ad AC, come pure re, che dalla AE non sarà distante che per un infinitesimo; taglierà questa la CH in e, lasciando eH data e costante, a cui facendo eguale KM, se dal punto K s'inalzerà KL normale alla DM, sarà questa la ricercata altezza; e però si farà NO = DP = KL. Veramente avuta la costruzione geometrica pare superfluo il cercare più oltre il valor analitico dell'ordinata NO della curva della superficie de' fiumi BO. Contuttociò ne daremo l'espressione per chi volesse ridurre a calcolo l'altezza ricercata delle sezioni, lungi il piano CN.

X V.

Perchè dunque per la natura della parabola conica si ha l'analogia $AP^2 . PL :: AD^2 . DM$ sarà $DM = \frac{PL \times AD^2}{AP^2}$, e per il Problema essendo $DM - PL = HE =$ ad una quantità costante, sia questa c, onde $\frac{PL \times AD^2}{AP^2} - PL = c$, e sostituendo in vece di y il suo valore xx, sarà, fatte le dovute riduzioni $x = \sqrt{zz - c}$, e $z - x = DP = z - \sqrt{zz - c}$.

X V I.

Coroll. Sia $z = 24$, $c = 12$, sarà $24 - \sqrt{564} = 23 \frac{71}{100}$, onde $DP = \frac{1}{4}$. Cresca il z ad essere 100, sarà l'espressione $100 - \sqrt{9988} = 100 - 99 \frac{94}{100} = \frac{3}{50}$.

X V I I.

Per quello spetta alla costruzione geometrica, essendo che tutte le x, o siano AP saranno espresse per la distanza, che corre fra il centro d'una iperbola equilatera, ed un punto dell'abscissa, da cui si spicca l'ordinata, sia questa eguale a z e la detta iperbola averà il semidiametro eguale a $\sqrt{c}$. Perchè poi l'altezza di ogni sezione, viene rappresentata per $z - \sqrt{zz - c}$, se questa si porrà come u avremo $u = z - \sqrt{zz - c}$ equazione, che in questo supposto competerà alla curva de' fiumi, la quale equazione liberata dall' asimetria si riduce a $uu - 2uz + c = o$: Per

la

la costruzione della quale sia ACN il fondo del fiume; dal punto A s' inalzi ADF perpendicolare, e facciasi AF $=2$; indi dal punto F si tiri indefinitamente FGH, e si tagli FG $=\frac{1}{2}$ AF $=1$, e GH $=\frac{1}{2}c$; da A per G conduchisi la retta AG; e per lo punto H cogli asintoti GA, NA si descriva l'iperbola HBO; se da qualunque punto B di questa si condurrà alla FA la perpendicolare BD, che tagli in E la retta AG, sarà AD, o BC la ricercata altezza della sezione competente al punto C, ed ogni altra NO, sarà l' altezza rispondente al punto N. *Dimostrazione*. Imperocchè i triangoli AFG, ADE sono simili, sarà AF. FG :: AD. DE

CAP. IX. TAV. V. Fig. 2.

cioè $2 . 1 :: u . \frac{u}{2}=$ DE (dicendo BC $=$ AD $=u$) e AC $=z$,

onde BE $=$ BD $-$ DE $=z-\frac{u}{2}$, AG $=\sqrt{5}$; e parimenti essendo AF. AG :: AD. AE, cioè $2 . \sqrt{5} :: u . \frac{u\sqrt{5}}{2}$, e per la natura dell' iperbola essendo AG $\times$ GH $=$ AE $\times$ EB ovvero $\frac{1}{2} c\sqrt{5}=\left(z-\frac{u}{2}\times\frac{u\sqrt{5}}{2}\right)\frac{zu\sqrt{5}}{2}-\frac{uu\sqrt{5}}{4}$, sarà ancora $uz-\frac{uu}{2} =\frac{1}{2}c$, oppure $uu-2uz+c=0$; sicchè in questa supposizione la curva della superficie del fiume, sarà un' iperbola fra gli asintoti, e facendo BC la prima sezione, sarà BO la curva ricercata.

XVIII.

Scolio I. Il Guglielmini nel libro V. della misura delle acque fluenti alla Proposizione VII. scioglie questo Problema, cioè data l'altezza dell'acqua della prima sezione di un canale inclinato, e ridotto allo stato di permanenza, ritrovare l'altezza nelle altre sezioni inferiori, e lo riduce a trovare due aree in due eguali parabole, che abbino uno stesso parametro, la qual cosa involgendo la quadratura di questi spazj, fa che la soluzione riesca un poco composta ed implicata, massimamente nella supposizione che egli fa delle velocità in ragione dimezzata delle altezze. Nè più semplice riesce lo scioglimento, che di questo medesimo Problema fa allo scolio II. della medesima proposizione, onde l'Ermanno nella *Foronomia*, riduce il tutto ad una maggior facilità, mediante il servirsi della parabola cubica del secondo genere, col ritrovare le differenze delle abscisse, che siano sem-

CAP. IX. TAV. V. Fig. 1.

sempre date e costanti, come alla proposizioue 40 del Libro secondo si osserva, servendosi della figura del numero XIV. di questo, e supponendo che la scala della velocità AGI sia una parabola conica, si avrà poste le stesse cose come nel numero XV, che i due quadrilinei BGHC, PID devono esser eguali. Sarà pertanto secondo alla nota quadratura della parabola $\frac{2}{3} a\sqrt{a} - \frac{2}{3} b\sqrt{b} = \frac{2}{3} z\sqrt{z} - \frac{2}{3} x\sqrt{x}$, oppure $a\sqrt{a} - b\sqrt{b} = z\sqrt{z} - x\sqrt{x}$; Si faccia $a\sqrt{a} - b\sqrt{b} = c$, e $z\sqrt{z} - x\sqrt{x} = y - p$, sarà la nuova equazione $c = y - p$, come anco sarà $z^3 = yy$, $x^3 = pp$. La costruzione è la seguente: Sopra l'asse AK si descriva la parabola cubica del secondo grado AG con il parametro eguale all'unità AD.

TAV. V. Fig. 3.

Si prenda AB $= c$, e vertice B, si faccia un'altra parabola cubica come la prima col parametro istessamente eguale ad AD, e sia questa BF; e da qualsivoglia punto G condotta l'ordinata GK, se si dirà FK $= x$, GK $= z$, AK $= y$, e BK $= p$ sarà $c = y - p$ ma $y = z\sqrt{z}$, e $p = x\sqrt{x}$, dunque $c = a\sqrt{a} - b\sqrt{b} = z\sqrt{z} - x\sqrt{x}$, il che ec. e perciò GF mostrerà l'altezza della ricercata sezione.

XIX.

Scolio II. Prendendosi poi come data la z, sia da determinarsi la x nell'equazione $c = z\sqrt{z} - x\sqrt{x}$, sarà $x^{\frac{3}{2}} = z^{\frac{3}{2}} - c$ oppure $x^3 = z^3 - 2cz^{\frac{3}{2}} + cc$, ed $x = \sqrt[3]{z^3 - 2cz^{\frac{3}{2}} + cc}$; se però $z = 40$ e $c = 1$ sarebbe, fatte le dovute riduzioni, anche $x = 40$ prossimamente.

XX.

Il Barattieri nel Libro dell'*Architettura delle acque*, Parte prima lib. VI. Capitolo X. pag. 187, considerando il modo con cui *si dispongono le altezze vive, e le indebolite delle acque correnti nel mutarsi le pendenze de' canali*, proccura di spiegare *a priori* questo fenomeno, senza molto riuscirvi, come vi riesce assai più, quando descrive certa osservazione da esso fatta sopra del Torrente Stirone ad istanza della Citta di Borgo Sandonino. Ecco quanto esprime sopra di questo particolare. *Fu questa figura cavata dal proprio fatto ec. comprendesi con questa la longhezza di sei miglia, che si vede però esser divisa in dodici distanze a mezzo miglio per una, se bene le sue altez-*

tezze restano regolate a braccj per farla chiara nel modo, che si è detto di sopra. Fu conosciuto che il suo fondo restava disposto, come con la A, B, C, D, *pendente nove braccia in tre delle suddette distanze di mezzo miglio per una. Nella parte poi* DEF *pendente quattro braccia in due distanze, la parte* FGH *tre braccia pendente in due distanze, e la* KL, *lunghezza di tre distanze senza pendenza alcuna, che arrivato poi al* L *precipita colà quel canale con pendenza grande giù d'un sostegno, dal quale discendono le acque con grandissima velocità: Nelle sopradette distanze, e sopra del medesimo fondo fu misurata l'altezza, che vi aveva fatto la piena seguita pochi giorni prima, le quali altezze si cavarono dagli arbori per anco segnati, e fu in questo modo* AY *alta braccia* 3½, BX *braccia* 5, DT *braccia* 7, ES *braccia* 9, FR *braccia* 10. GQ *braccia* 11, HP *braccia* 12; IO *braccia* 11; KN *braccia* 10, *e poi mezzo miglio più oltre braccia* 8, *ed avanti altro mezzo miglio braccia* 5½, *e per ultimo sopra del sostegno* L *braccia* 3, *atteso che l'acqua in tal sito riceve gran velocità per il suo smaltimento nel precipitarsi da quel sostegno. Con le quali altezze essendosi disposta la pendenza del fondo, ed alzatovi sopra il corpo dell'acqua, si è formata la figura per la quale venissimo noi in chiara cognizione, che tai figure si formano senza difficoltà, e seguono per mancamento delle pendenze del suo canale. Che l'alzamento di dieci braccia alla sezione trasversale* KN, *si possa fare per verità, si dice di nò, è seguita in questo luogo, perchè l'alveo si stringe, oltre al perdere la pendenza, nè egli si può profondare per essere dal sostegno sostenuto il fondo; quando si mantenesse quel canale sempre d'uguale larghezza l'acqua si alzerebbe poi anche sino a formare con la sua superficie la linea, che si vede condotta tra il fondo, ed essa maggior superficie dal* Y *al* M.

CAP. IX.

TAV. V. Fig. 4.

XXI.

Se dunque l'osservazione è tale, quale dall'esperienza ed attenzione di chi l'ha fatta ci viene prodotta, sono rimarcabili, fra le altre, tre cose, il pendìo, la disposizione del fondo di detto Torrente, e le differenti altezze, alle quali arrivò quella piena riferita dal Barattieri, onde si viene a comprendere, che fra i due estremi termini del Torrente, cioè il principio, ove furono comminciate le osservazioni, ed il fine al sostegno, esservi un *massimo*, non avendo l'acqua al detto sostegno veruna relazione

CAP. IX. con l'altra inferiore, se si vuol intendere in riguardo o del moto o delle cadenti. Le varie altezze dunque della piena, ci dimostrano esservi fra i termini predetti un'altezza *massima*, cosicchè la curva superficie, in cui conformasi il pelo del fiume riesce più gonfia in un certo sito, che in ciascun altro diverso dal medesimo. Circa poi alla natura della curva del fondo, rilevata da' fenomeni sopranarrati, si trova esser questa una prima parabola cubica prossimamente. Sopradichè è da notarsi, che molto più evidentemente ne' fiumi temporanei e precipitosi, che ne' reali e perenni si osserva la linea del fondo distesa regolarmente senza sinuosità, e la ragione si è, perchè tali fiumi, attesa la violenza del loro corso, trovandosi per lo più distesi in linee, non gran fatto curve e tortuose, non ha l'acqua campo nel discendere, di formar i vortici, o di escavar le voragini, come accade ne' fiumi grandi, che hanno molte e grandi volte e tortuosità, onde le osservazioni circa al pendìo de' fondi asciutti, fatte sopra questi Torrenti, sono ben più certe ed accurate, di quelle, che si potessero fare intorno a' fondi de' fiumi reali, i quali oltre all'aver sempre dell'acqua, sono dapertutto con delle vasche più e meno profonde quà e là, cosicchè quando si volesse la livellazione di questi fondi, converrebbe regolarsi sopra le altezze medie o ragguagliate, ma sempre con grande incertezza. Non si può esprimere quanto basta l'irregolarità del fondo del Pò esaminatosi da noi da Pavia al Mare, non quella dell' Adige riconosciuto da Legnago al Mare, come per l'opposto il piano regolare osservatosi ne' Torrenti del Friuli Tagliamento, Celine e Torre.

XXII.

TAV. V. Fig. 5. Per la ricerca adunque della curva parabolica del fondo secondo alle osservazioni del Barattieri, intendasi questa esser AFD, le di cui ordinate AC, FG taglino perpendicolarmente l'altezza CGD, ed a questa si tiri la parallela AB; Si produchi GF in H, e sia condotta FE parallela ad AB. Chiaminsi $FG = x$, $FE = y$, $AB = b$, $BD = d$, che dinoterà la lunghezza della linea in quistione, sarà $AH = b - y = m$. Il parametro di questa parabola dicasi p, si avranno due equazioni $d^3 = pb$, ed $x^3 = py$, onde $b - y = m = \frac{d^3 - x^3}{p}$, ovvero $x = \sqrt[3]{d^3 - mp}$.

Sco-

XXIII.

Scolio. Adattando al caso particolare del Barattieri la formola, si ha per la prima osservazione $m = 9$, $b = 17$ (intiera cadente del fondo) BD = 22000 braccia, supposto un miglio di passi mille geometrici ognuno de' quali vale Braccia $3\frac{4}{7}$; in tal caso il parametro p sarà eguale a 6264000000000 prossimamente, il di cui logaritmo 11. 7968191, ed essendo logaritmo d^3 = 13.0272681, e quello di b = 1. 2304489, sarà il numero di d^3 = 10650000000000, quello di mp; 5637000000000, onde $\sqrt[3]{d^3 - mp} = 17110 = x$, e $d - x = 22000 - 17110 = 4890$, che danno il difetto di Braccia 609, che fanno passi geometrici circa 166, dal numero ritrovato dal Barattieri per la caduta di 9 braccia, cioè di tre spazj, o di un miglio e mezzo, o sia di 1500 passi. La seconda osservazione fa $m = 13$, ed in tal caso, poste le stesse cose come sopra pm è 8142000000000, onde x^3 = 2508000000000, ed $x = 13580$, e $d - x = 22000 - 13580 = 8420$ braccia, quantità minore di passi 200 da quanto portano le osservazioni dell' Autore, essendochè $m = 13$ occupa cinque spazj o passi 2500. Nella supposizione poi di $m = 16$ diviene pm = 10020000000000, e $x^3 = 630000000000$, onde $x = 8573$, che detratto da 2200 $= d$, lascia 13427 con difetto di passi 110. Finalmente facendo $m = 17$ che è l'intiera cadente di questa linea, si ha $x = 0$, e $d = 3000$, cosicchè un piede anderebbe distribuito in tutti li cinque spazj residui. L'Autore lo ritrova ne' due primi, avendo osservato i tre posteriori senza veruna caduta.

XXIV.

Oltre all'andamento del fondo, osserva pur il Barattieri la disposizione in cui trovò l'ultima piena seguita, per quanto egli ci avvisa, poco prima della visita, che e' fece del predetto Torrente Stirone, dentro la distanza delli sei miglia, cioè da A al M e nota varie altezze, alle quali gionse l' acqua di escrescenza, trovate contradistinte ne' tronchi degli alberi lungi le rive, ed abbenchè cotali segni sieno soggetti a non pochi equivoci, nientedimeno quando dapertutto si prendono dall' indizio del lezzo senza confonderli con i segni indicati nelle fabbriche, o su i rivali degli argini, possono bensì lasciare il dubbio della precisa e vera altezza di quella tal piena, ma non già dell'andamento della superficie del fiume, quale dal più al meno sa-

TAV. V. Fig. 4.

CAP. IX. rà ſtata da per tutto o poco più alta, o poco più baſſa. Queſta piena adunque riferita dal Barattieri, viene ad oſſervarſi diſpoſta ſopra una linea fleſſuoſa, che incurvandoſi moſtra la ſua conveſſità verſo il fondo ad un terzo incirca del viaggio, paſſa ad eſſer concava verſo del medeſimo fondo, dopo l'altro terzo, declinando poi ſempre verſo l'emiſſario M; ed ha un' altezza *maſſima* HP all'incirca a due terzi di tutto il cammino. Volendo l'Autore ſpiegare queſto fenomeno, ricorre alla varia pendenza del fondo, coſicchè ove queſta è minore, come accade nelle parti più vicine allo sbocco, deve accreſcerſi il corpo dell' acqua ad oggetto, che ne paſſi per ciaſcuna ſezione una eguale quantità, ſoggiongendo a queſto paſſo: *E quando non poteſſe ſmaltirſi dal medeſimo capo inferiore, et haveſſe da continuare il viaggio avanti, con la pendenza* cdp, *ſi alzerebbe maggiormente con l'altezza indebolita ſino alla ſuperficie* eflx, *e di vantaggio; ſe ella perdeſſe poi affatto la pendenza in paſſando con la* dp, *ſi farebbe l'alzamento anco maggiore*. Non ſi nega che nel caſo del Torrente Stirone, regolato in L con la ſoglia fiſſa di uno ſtrammazzo nelle accennate pendenze dell'alveo, non poſſano aver luogo le ragioni addotte, ma ſe al punto L non vi foſſe ſtrammazzo, nè per conſeguenza la forte chiamata, che naſce dal dover quivi precipitar l'acqua, allora mancando il declivio inferiore, converrebbe dedurſi che la maſſima altezza della piena foſſe per riuſcire allo sbocco, e pure non può ciò ſempre ſuccedere, nè di fatto ſuccede, come ſi anderà eſaminando: Che non poſſa ſuccedere, ſi rileva, mentre ſe queſto sbocco ſarà nel Mare, non avendo eſſo altra altezza, che la ſua ordinaria, regolata dal fluſſo e dal rifluſſo, e dovendo i fiumi per legge di natura appianarſi ſopra la ſuperficie di detto Mare in qualunque ſtato eſſi ſi ritrovino o di piena, o di magra di acqua, ne naſce, che la di lui maſſima altezza, debba trovarſi in una ſezione non poco ſuperiore alla detta loro foce, come anche effettivamente ſuccede, eſſendoſi oſſervato accader ciò coſtantemente in tutti i fiumi, e grandi, e piccioli.

XXV.

TAV. V. Fig. 6. Volendoſi dunque determinare la curva della ſuperficie de' fiumi pieni, ſupponendo che il fondo venghi rappreſentato per qualſivoglia curva, ſi dedurrà quella della detta ſuperficie nel modo che ſegue. Sia ADE la curva del fondo, AB ſia la pri-

ma

ma altezza dell'acqua in uscire dal Lago o Conserva, SB sia l'orizontale che passa per lo punto B del detto Lago. Si tirino poscia ad angoli retti AG, EG, e questa si produchi in S, sarà AG la lunghezza intiera dell'alveo del fiume eguale a BS; sia $GE = a$, $GS = c$, dunque $ES = a + c = m$; da qualunque punto D si conduchino DQ, DN parallele respettivamente a SE, AG, e chiamata $DN = x$, $NE = y$, sarà $DH = a - y$, e $DQ = a + c - y = m - y$. Dal punto D si conduchi pure DP normale alla curva in D, e si termini nell'orizontale BS, e chiamisi u, e coll'asse DP si faccia la curva PV delle velocità, simile a qualunque altra che possa esser costrutta in qualunque altro punto fra D ed A, ovvero fra D ed E. Sia il punto X nella superficie dell'acqua di piena, onde DX sia l'altezza viva del fiume $= z$; da' punti D ed X s' inalzino le normali a PD; XZ, DV, che saranno due ordinate della curva delle velocità, cioè la DV rappresenterà la velocità del fondo, prescindendo dalle resistenze, e la XZ quella della superficie, la DV sarà una tangente della curva del fondo nel punto D. S'intenda la curva delle velocità PZV una parabola Appolloniana, e sia l'alveo dapertutto della medesima larghezza. Perche dunque arrivata la piena allo stato di permanenza, deve per tutte le sezioni passare un'eguale quantità di acqua; sarà però ZXDV in DX eguale ad una costante, che sia l'unità, onde sarà $\frac{2}{3} z u^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} z \times \overline{u - z}|^{\frac{3}{2}} = 1$ per la quale si ha la relazione tra z ed u.

XXVI.

TAV. V. Fig. 7.

Per la costruzione della sovraposta equazione descrivasi circa l'asse AD la parabola cubica del secondo grado ABC, in cui si prenda a piacere un'ordinata CD. Dal punto C si tiri CE parallela ad AD, e tra gli asintoti CE, CD descrivasi l'iperbola GBK, della quale il rettangolo dato sia $\frac{3}{2}$; questa taglierà la parabola predetta al punto B. Sia $CD = u$, $EB = z$, dunque $BF = u - z$, AD per la parabola sarà $u^{\frac{3}{2}}$ ed AF, $\overline{u - z}|^{\frac{3}{2}}$; quindi EC sarà $u^{\frac{3}{2}} - \overline{u - z}|^{\frac{3}{2}}$; e per la natura dell' iperbola GBK, sarà il dato rettangolo eguale a $EB \times EC$, ovvero in termini analitici $\frac{3}{2} = z \times u^{\frac{3}{2}} - z \times \overline{u - z}|^{\frac{3}{2}}$, oppure $\frac{2}{3} z u^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} \times \overline{u - z}^{\frac{3}{2}} = 1$; loche &c. Dal che si ricava che prese infinite ordinate CD nella parabola antedetta, se si descriveranno altrettante

CAP. IX. tante iberbole GBK, le ordinate di queste ne' punti degl'intersecamenti con esse parabole, determineranno le corrispondenti z alle ordinate della parabola CD, u.

XXVII.

Sia da ritrovare la massima z; differenziando pertanto l'equazione del numero XXV sarà $zu^{\frac{1}{2}}du + \frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}dz - z \times \overline{u-z}^{\frac{1}{2}} \overline{du-dz} - \frac{2}{3}\overline{u-z}|^{\frac{3}{2}}dz = 0$, ovvero $zu^{\frac{1}{2}}du - z \times \overline{u-z}|^{\frac{1}{2}}du + \frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}} dz + z \times \overline{u-z}^{\frac{1}{2}} dz - \frac{2}{3}\overline{u-z}|^{\frac{3}{2}} dz = 0$; Se si pone $dz = 0$, sarà $u^{\frac{3}{2}} = \overline{u-z}|^{\frac{3}{2}}$, cioè $u = u - z$, ovvero $z = 0$; qual ipotesi ci farebbe conoscere la massima u, quando vi fosse: Ma ponendosi $du = 0$ sarà $\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}} + z \times \overline{u-z}|^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}\overline{u-z}^{\frac{3}{2}}$, nella qual equazione, sostituito il valore di u che nasce dall'equazione soprapposta, sarà noto il valore della massima z. Si prenda Dd infinitesima nella curva del fondo, e chiamisi ds; indi si conduchi dT parallela a DQ$=dx$ secondo a quanto fu supposto nel numero XXV di questo; e perchè i triangoli DTd, DQP sono simili, sarà l'analogia Dd. DT :: DP. DQ, onde $u = \frac{\overline{m-y} \times ds}{dx}$, e per la natura della curva parabolica del fondo eguale anco a $\frac{m\,ds - x^3 ds}{dx}$, ma per la stessa causa è anco $ds = dx \sqrt{1+9x^4}$, adunque $u = \overline{m-x^3} \sqrt{1+9x^4}$: e per avere il massimo, dovendosi fare $du = 0$, differenziando il presente di lui ritrovato valore, ne proviene finalmente, fatte le necessarie operazioni $x^4 - \frac{2mx}{5} + \frac{1}{11} = 0$, equazione da cui potrà restar fissato il punto D, che avevasi, come si era proposto, a ritrovare, sito della maggior intumescenza.

TAV. V. Fig. 6.

XXVIII.

Scolio. Più semplice riuscirà la costruzione della curva della superficie di un fiume in piena, quando col Castelli e Montanari si facciano le velocità nella semplice ragione delle altezze; e supponendo il fondo, come si è fatto, di figura parabolica cubica del primo grado: contuttociò per niente dissimulare non ben corrispondendo al fatto l'induzione teorica, si passerà a descri-

scrivere le osservazioni, che si sono fatte gli anni 1719, 1720, e 1721 nel Pò in riflesso principalmente alle di lui somme escrescenze, lo che si è ottenuto mediante la livellazione di tutti i segni, che furono indicati lungh' esso Pò dal Ticino al mare; e comechè vi fu pure una particolar attenzioue di osservare tutte le variazioni giornaliere, che accadevano al fiume in tutto il corso delle visite, così si è potuto ridurre l'altezza delle dette piene sotto una sola linea, che si è fatta passare per l'orizonte, in cui fu trovato il pelo del Pò alla Bussalora, luogo situato poco inferiormente allo sbocco del Ticino. Ridotte dunque tutte le misure all'altezza di questa superficie si è trovata quella della piena del Pò (seguita pochi giorni prima del cominciamento della Visita, e che puote dare però un ampio campo di verificare le reali altezze, alle quali era gionta l'acqua) ridotta, come si registra nel numero seguente. Si avrebbe desiderato di marcare anco la linea della memorabile piena 1705, ma non indicati i segni da per tutto a cagione delle molte rotte allora seguite, rimasta interrotta una tal osservazione, non si è stimato proprio di registrarla.

XXIX.

Ridotti i differenti peli del Pò, a quello delli 30 Novembre 1719, si è trovato, che la piena di dett'anno fu più alta de' peli trovati lungi il Pò respettivamente, come segue:

Alla Bussalora - - - - -	Piedi 6.	1.	0
A Trebbia 27 miglia in circa più inferiormente -	6.	0.	0
Al Bergantino di Piacenza due miglia sotto di Trebbia	5.	8.	6
A Cremona 22 miglia distante - - -	4.	10.	6
A Roccabianca 29 miglia inferiore a Cremona -	5.	1.	3
Al Taro, discosto da Rocca-bianca miglia 6 -	6.	6.	0
A Torricella, distante miglia uno e mezzo -	5.	0.	0
A Casal maggiore discosto da Torricella miglia 11 in circa - - - - - - - -	4.	10.	0
Al Crostolo più inferiore miglia 15 in circa -	4.	8.	3
A Borgoforte, lontano dal Crostolo miglia 12 -	9.	9.	3
A S. Benedetto altri miglia 12 più inferiore -	12.	6.	11
Al Mincio miglia 8 discosto da S. Benedetto -	10.	8.	5
A Ostiglia dieci miglia più inferiore - -	10.	0.	8
Alla Chiavica della Moglia miglia 11 discosto da Ostiglia - - - - - - - -	9.	6.	2

A Ser-

CAP. IX.

A Sermide miglia uno e mezzo più di ſotto -	9.	8.	0
A Calto miglia 4 e mezzo inferiormente a Sermide	9.	1.	3
Alla Chiavica della Ca roſſa miglia 3 lontana -	9.	6.	1
A Figaròlo miglia 2 più inferiore - - - -	9.	8.	0
Alla Chiavica Pilaſtreſe mezzo miglio diſcoſto -	9.	1.	2
Alla Chiavica di Occhiobello poſta miglia 7 più inferiormente - - - - - - - -	8.	6.	10
A Lagoſcuro 3 miglia diſcoſto da Occhio-bello -	7.	4.	6
Alla Chiavica di Raccano 8 miglia in circa più inferiormente - - - - - - -	6.	11.	11
Alla Poleſella mezzo miglio più ſotto - -	6.	9.	6
Alle Papozze 12 miglia diſcoſto - - -	1.	10.	4
Alla punta del ramo di Ariano da mezzo miglio inferiore alle Papozze - - - - -	1.	8.	2
A Santa Maria di Corbola quaſi un miglio inferiormente al detto ſito - - - - - -	0.	10.	9

XXX.

Dal che appare che la ſuperficie del Pò pieno ſi diſtende ſecondo una linea curva, che ha una maſſima ordinata alle parti di S. Benedetto di Poliròne, eſſendochè, ſecondo queſte oſſervazioni e computo, ivi la piena rieſce più alta di quello foſſe alla Buffalora p. 6. 5. 11, e di quello foſſe a Santa Maria di Corbola p. 11. 8. 2, e maggiore anco di quello ſia ſtata in qualunque altro luogo intermedio. E' da notarſi per altro, che le ſopradette altezze non riſpondono quanto uopo ſarebbe a' fenomeni, a' quali, come è il dovere, ſe ſi voglia ſtare attaccati, naſce un aſſurdo, ed è, che il pelo del Pò delli 30 Novembre predetto, rilevatoſi alla Buffalora accreſciuto e diminuito di tutte le giornaliere ſeguite variazioni, tirate fedelmente da i regiſtri de' Protocolli, riuſcirebbe allo sbocco in mare più alto del pelo di queſto nell' ordinaria marea p. 6. 4. 2, dimodochè le altezze della detta piena inferiormente a Santa Maria di Corbola, ſtarebbero ſotto di detto pelo, o ſecondo il parlar de' Geometri, dopo di quel ſito ſi ridurrebbero ad eſſer negative, interſecando il pelo del Pò a mezza ſtrada fra il detto luogo di Santa Maria di Corbola, e la Chiavica della Palata, che rieſce 1303 pertiche di Bologna inferiore alla drittura di detta Santa Maria, onde a queſta Chiavica, ſarebbe ſtata la piena 1719 ſotto di eſſo pelo Piedi 0. 10. 6

Alla

Alla Cavanella discosta da detta Chiavica miglia 3, e mezzo - - - - - - - p. 1. 2. 10
prendendo un *medio* fra i molti segni di piena ivi osservati.

Alla Chiavica Zen miglia due discosta - - 1. 2. 10

Alla Chiesa della Contarina posta inferiormente alla dirittura di detta Chiavica pertiche 670, cioè della Chiesa vecchia asportata dalla rotta seguita 1725. - - - - - - - - 1. 2. 9

Ed alla Chiesa della Donzella miglia 3 ed un quinto più oltre verso il mare - - - - - 6. 4. 2

Il qual sito si trova lontano dallo sbocco del ramo della Scovetta pertiche 1350; nel qual tratto, restando il fiume quasi intieramente soggetto alla legge del flusso e riflusso del Mare, ciò ha fatto, che più oltre non si siano avanzate le osservazioni.

X X X I.

E perchè nulla manchi a chi con lodevole curiosità volesse intraprendere il calcolo di quanto si è esposto intorno alla piena del Pò, si pongono quivi in serie tutte le osservazioni e delle giornaliere variazioni di esso Pò, in tempo della visita, e delle altezze della piena 1719, rilevate con le livellazioni più accurate de' segni lungo esso fiume indicati e riconosciuti.

29 Novembre 1719 allo sbocco del Ticino in Pò stava il pelo di questo più basso della piena seguita li 19 del detto mese - - - p. 2. 7. 0	
30 detto fu più basso delli 29 - - 0. 6. 0	
primo Dicemb. più basso delli 30 Novembre 0. 7. 0	Piena 1719 più alta del pelo del Pò di questo giorno - - p. 6. 7. 0
2 Dicembre più basso del primo - - 0. 6. 0	
3 detto più basso del primo sopraccennato 0. 4. 0	
4 detto più basso delli 3; 0. 3. 6	Piena a Trebbia più alta 8. 2. 3 Piena a Piacenza più alta 7. 5. 0

Cap. IX.

5 detto più baſſo delli 4; 0. 4. 3	
6 detto più baſſo 0. 3.10	
7 detto più baſſo 0. 3.11	
9 detto più baſſo delli 7; 0. 8. 0	Piena a Cremona più alta - - 8. 3. 0
10 detto più baſſo 0. 3. 6	
11 detto più baſſo 0. 3. 9	Piena a Roccabianca più alta - - 9. 1. 0
	Piena ſopra lo sbocco di Taro - - 10. 5. 9
12 detto più baſſo 0. 3. 0	
13 detto più baſſo 0. 1. 9	Piena dal Co: Simonetta più alta - 9. 4. 6
14 detto più baſſo 0. 2. 2	
15 detto più baſſo 0. 2. 1	
16 detto più baſſo il Pò delli 15 - 0. 1. 6	Piena a Caſal maggiore più alta - 9. 8. 3
20 det. più baſſo delli 16; 0. 4.10	
21 detto più baſſo 0. 1. 0	
22 detto più baſſo 0. 1. 0	
26 det. più baſſo delli 22; 0. 3. 8	
31 det. più baſſo delli 27; 0. 3. 9	
1720 primo Gennajo più baſſo dell' ultimo Dicembre ſi ſuppone 0. 1. 6	Piena a Borgoforte più alta - - 15. 9. 9
detto più baſſo delli 31	
2 Dicembre - 0. 3. 0	
3 detto più baſſo - 0. 1. 4	
4 detto più baſso - 0. 1. 8	
5 detto più baſſo delli 2; 0. 4. 9	Piena alla Chiavica di Zara più alta 18. 8. 7
9 detto più baſso delli 5; 0. 7. 3	Piena a S. Benedetto più alta - - 19. 6. 1
11 det. più baſso delli 9; 0. 4. 9	Piena al Mincio - 18. 4. 8
19 det. più baſso delli 11; 0.10. 2	
20, 21, 22 ſenz' alterazione	Piena a Oſtiglia più alta - - - - 18. 7. 1
	Piena a Revere - 18. 5. 9
23 det. più alto delli 20; 0.10. 3	Piena alla Chiavica della Moglia - 17. 2. 4

(Margin, beside 13–15: Oſſervazioni fatte nella Parma.)

24 det-

24 detto più basso	p. 0. 3. 6	Piena alla Massa	17. 7. 3
26 detto più basso	0. 4. 0		
9 Febbrajo più basso	0. 9. 6	Piena a Calto più alta	18. 2. 5
		Piena alla Cà rossa	18. 7. 3
10 detto più basso	0. 1. 0	Piena a Figaròlo	18.11. 0
		Piena alle Quadrelle	18. 0. 3
11 detto più basso	0. 1. 6	Piena alla Chiavica Pilastrese - -	18. 4. 4
12 detto più basso	0. 1. 0		
14 det. più basso delli 12;	0. 1. 0	Piena a Occhiobello	18. 0. 0
15 detto più basso	0. 0. 9	Piena a Lagoscuro	16.10. 0
16 detto più basso	0. 0. 5	Piena ivi a Lagoscuro	16.10.10
		Piena ivi ad altro segno	16.10. 5
17 detto più basso	0. 0. 9		
18 detto più basso	0. 1. 9		
21 detto più basso delli 26 Gennajo -	1. 3. 6		

e perche li 16 Febbrajo fu trovata la sommità di certo ganghero posto alla porta del Magazino da oglio al Ponte di Lagoscuro più alta del pelo del Pò p. 17. 2. 9, e la stessa sommità di esso ganghero fu trovata li 17 Marzo 1721 più alta del pelo di detto Pò p. 18. 8. 3, ne segue che il pelo del Pò di questo giorno fosse più basso di quello delli 16 Febbrajo 1720 p. 1. 5. 6, che però

1721. 17. Marzo. Pelo del Pò più basso di quello era li 16 Febbrajo 1720	p.1. 5. 6		
18 detto più alto -	0. 0. 9	Piena a Raccano più alta - -	p.17.10 2
		Piena ivi con altro segno - -	17. 5. 7
		Piena ivi pur con altro segno - -	17. 4. 4
20 Marzo più basso de' 18;	0. 4. 0	Piena alla Polesella	17.10. 6
21 detto più basso	0. 2. 3		
22 detto più basso	0. 1. 9		
27 detto più alto delli 22;	1. 5. 6		
28 detto più alto	0. 1. 6		
29 detto più alto	0. 4. 0		
30 detto più basso	0. 4. 0		
31 detto più basso	0. 3. 6		

CAP. IX.

Primo Aprile, più basso	- -	p. o.	1.	9
2 detto più basso	-	o.	1.	o
4 detto più basso	-	o.	o.	9
5 detto più basso	-	o.	o.	6
6 detto più alto	-	o.	1.	3
7 detto più alto	-	o.	o.	9
8 detto più basso	- -	o.	1.	o
9 detto più basso	-	o.	1.	6
11 detto più basso delli 9;		o.	1.	3
12 detto più basso		o.	1.	o

Piena alle Papozze più alta	- -	p. 12.	6.	7
Piena alla punta di Ariano	- -	12.	5.	5
Piena da Perseghino		11.	8.	o
Piena alla Chiavica della Palata	-	9.	10.	9
Piena alla Cavanella		9.	11.	6
Piena alla Chiavica Zen		9.	6.	5
Piena alla Contarina		9.	6.	6
Piena alla Chiesa della Donzella	-	4.	5.	1

Dalla Chiavica della Palata in giù verso il Mare, risentendo il fiume assai visibilmente de' moti di esso nel flusso e riflusso, così abbenchè molte osservazioni vi siano ne' Protocolli, registrate per ciaschedun giorno; nientedimeno, si ha stimato più proprio servirsi del pelo delli 12 Aprile sino al Mare, per definire sopra di questo l'altezza delle piene, piuttosto che farlo sopra una superficie, che si trova in una perpetua variazione, tanto più che in tutti i giorni che furono impiegati per il compimento della Visita, il Pò ch'era ridotto ad una insigne magrezza, non fece mutazione osservabile, nè il mare in questo tempo fu mai agitato dal Sirocco, ch'è quel vento che più di ogni altro sostiene l'acqua nel fiume, e lo fa crescere di corpo.

XXXII.

Ove dunque l'aggregato di un dato numero de' scemamenti giornalieri del Pò, venghino ad uguagliare l'altezza osservata della piena, ivi sarà il punto d'interfecazione, dopo del quale, crescendo ancora i detti scemamenti, e facendosi sempre men alta

ta la piena a misura dello avvicinarsi al Mare, ne deriva l'assurdo, di cui sopra al numero XXX. di questo, si è detto; cioè che l'altezza della piena diverrebbe negativa, e più bassa del pelo del fiume, riportato ad un dato giorno: Così nel caso presente, che può per molti titoli servir di legge, dibatutti i pochi accrescimenti fatti da qualche giorno dal Pò, dai scemamenti occorsi dopo li 30 Novembre 1719 fino li 12 Aprile 1721; sommano questi, come dalla serie del numero precedente si ricava, sottratti gli alzamenti dalli scemamenti once 131 e punti 4, che vagliono piedi 10: 11. 6, onde alla Chiavica della Palata, tanto doveva esser alto il Pò per rapporto alli 30 Novembre 1719; ma se prenderemo una altezza media fra la piena osservata alla suddetta Chiavica, e quella notata da Perseghino, si ha essere piedi 10. 9. 4, onde nel luogo intermedio incirca fra la detta Chiavica della Palata; e la Casa di esso Perseghino, il pelo della piena avrebbe ad intersecare quello delli 30 Novembre, cosa che non può succedere senza l'assurdo predetto: convien dunque credersi, con il fondamento della ragione e dell'osservazione, che i scemamenti giornalieri vadino degradando molto diversamente nelle parti superiori del fiume, rispetto alle inferiori più verso il Mare: cosicchè se a Pavia sarà calato da un giorno all'altro il Pò due once in grazia di esempio; a Lagoscuro dovrà nello stesso giorno esser scemato molto più. Infatti se dal registro stampato in Bologna col titolo di *Osservazioni per la visita* 1721, si farà il ragguaglio delle alterazioni giornaliere seguite a Lagoscuro contemporaneamente con quelle osservate alla Polesella, abbenchè in non maggior distanza di sette miglia, si vedrà verificarsi l'ineguaglianza di dette alterazioni, essendo perlopiù maggiori le differenze trovate alla Polesella delle ritrovate a Lagoscuro, almeno allor quando il Pò da un giorno all'altro andava scemando di altezza; di modo che dove dalli 20 Marzo alli 22 si trova a Lagoscuro calato il Pò once due e mezzo, alla Polesella si vede scemato dentro lo stesso tempo once 4 ed un terzo; così dove dalli 20 Marzo fino alli 11 Aprile si trovò a Lagoscuro una differenza di once due e punti 9, alla Polesella fu di once 5 e punti 9: Sarebbe stato desiderabile di aver le osservazioni contemporanee di Pavia, e di Lagoscuro o Polesella per determinare più da vicino il progresso di tali differenze, il che si avrebbe potuto agevolmente fare, se tal vista allora si avesse avuta.

A mo-

CAP. IX.

XXXIII.

A motivo però di salvare i predetti fenomeni delle piene rilevati in Pò, si è proccurato di accostarsi all'andamento reale, che averà avuto questo fiume il giorno delli 30 Novembre 1719, da Pavia al Mare, e sopra questo si sono poi calcolate le altezze della piena, succeduta pochi giorni prima. Per maggior chiarezza sia BD un tratto della superficie del fiume, che s' intendi prolungata indefinitamente in retta linea verso F; AB sia l' altezza dell'escrescenza al sito, ove si sono comminciate le osservazioni, DE sia lo scemamento dell'acqua per il sito D, osservato qualche giorno dopo calata la piena, ed EI, l'altezza della medesima piena, rilevata di sopra, ma riconosciuta al sito istesso D. Si tiri Eq parallela a BF, e si determini di qualunque lunghezza. Sia $q\epsilon$ lo scemamento pure del fiume, rilevato nel sito d dopo qualche altro giorno, e Cϵ l'altezza quivi della piena, che sarebbe esatta, ogni qualvolta i scemamenti seguissero in ogni punto, come realmente portano le osservazioni, vale a dire, che tanto calasse l'acqua in d quanto in D, il che si è veduto non reggere alla sperienza, ma essersi osservato, che quanto si avvicina al Mare, crescono essi maggiormente, altrimenti supposto AICRp la superficie dell'escrescenza, verrebbe in R ad intersecare il pelo del fiume, quando questo s'intendesse ridotto a quello, che passa per B, principio delle osservazioni. Intendasi dunque BEeH una curva, che passando per sotto il punto E, e qualunque altro posto inferiormente o superiormente a questo lasci la differenza fra l'osservato scemamento, ed il *razionale* (che così chiameremo quello, che avrebbe effettivamente ad essere) e sia questa ϵe, si faccia $dq = \epsilon e$, e per tutti i punti q determinati in questo modo, sia condotta un'altra curva BDqg, che dinoterà l'andamento vero del pelo del fiume ridotto al giorno, in cui si avranno comminciate le osservazioni, e Cq sarà la *vera* altezza della piena per quel tal sito. Per aversi il valore di questa Cq, essendo ella eguale a $C\epsilon + \epsilon e - qe$, ed essendo $qe = de - \epsilon e$, sarà $Cq = C\epsilon + 2\,\epsilon e - de$: Chiamisi $C\epsilon = a$; $BD = c$; $DE = b$; $Bd = x$, $d\epsilon = y$, che equivale alla differenza giornaliera, che va accadendo al fiume, $de = z$: E sia l' equazione della curva BEeH, $z^m = x^n$, ovvero $z = x^{\frac{n}{m}}$, che diviene $b = c^{\frac{n}{m}}$ allorchè l'ordinata de arriva in DE;

essen-

essendo dunque per la natura di questa curva $c^{\frac{n}{m}} . b :: x^{\frac{n}{m}} . z$. sarà $z = \frac{b x^{\frac{n}{m}}}{c^{\frac{n}{m}}} = de$, ed $se = de - ds = \frac{b x^{\frac{n}{m}}}{c^{\frac{n}{m}}} - y$, onde dicendo $Cq = p$, sarà $p = a + \frac{b x^{\frac{n}{m}}}{c^{\frac{n}{m}}} - 2y$.

XXXIV.

Scolio. Per determinarsi la curva BEeH, che soddisfaccia a' fenomeni, nè lasci seguire l'assurdo, che accaderebbe conducendo il pelo delli 30 novembre 1719 per il Pò verso il Mare col dare ad ogni sito i ritrovati scemamenti, di maniera che la piena con la sua superficie non venghi a tagliare il pelo di esso Pò molte miglia superiormente allo sbocco di detto fiume in Mare, niun' altra se n' è rinvenuta più a proposito, e che più si accosti della parabola biquadratica del terzo grado col paramento eguale all' unità, la di cui equazione sia $z^3 = x^4$, ovvero $z = x^{\frac{4}{3}}$, onde $n = 4$, $m = 3$, e per tanto $p = a + \frac{b x^{\frac{4}{3}}}{c^{\frac{4}{3}}} - 2y$ servirà a dinotare la generale espressione dell'altezza della detta piena ne' luoghi respettivi; servendosi dunque de' scemamenti giornalieri espressi per y della Tavola registrata al num. XXXI. di questo, e per le distanze adoperando le notate al num. XXIX. pur di questo Capitolo, fatti i dovuti calcoli, e ridotte tutte le altezze al pelo delli 30 Novembre predetto, si ritrova (preso lo scemamento DE primo per reale nella data distanza BD) che le stesse corrette avranno ad essere

A Cremona la piena più alta del pelo, che termina alla curva BDqg	Piedi	5.	4.	0
A Roccabianca		7.	3.	6
Poco sopra lo sbocco del Taro		9.	2.	3
A Casal maggiore		7.	9.	9
A Borgoforte		13.	9.	9
A S. Benedetto		15.	11.	1

Al

CAP. IX.

Al Mincio	Piedi	14.	10.	2
A Ostiglia		14.	5.	3
Alla Chiavica della Moglia		15.	11.	0
Alla Massa		15.	6.	11
A Calto		14.	9.	1
Alla Chiavica della Ca rossa		15.	5.	11
Alle Quadrelle		14.	11.	11
Alla Chiavica Pilastrese		15.	1.	0
A Occhio bello		14.	10.	8
Al Ponte di Lagoscuro		14.	0.	0
Alla Chiavica di Raccano		12.	11.	10
Alla Polesella		12.	4.	2
Alle Papozze		9.	3.	9
Alla Chiavica della Palata		6.	11.	11
Alle Porte della Cavanella		7.	4.	7
Alla Chiavica Zeno		7.	2.	7
Alla Chiesa della Contarina		7.	3.	8
Alla Chiesa della Donzella		1.	7.	3

XXXV.

Ma per descrivere la sopradetta parabola biquadratica del terzo grado nel fatto del Pò, dovranno esser espresse le di lei abscisse, come segue.

A Cremona miglia 51 distante dalla bocca del Ticino, che si prende per primo termine Piedi	2 :	10
A Roccabianca miglia 80 dal suddetto primo termine	5 :	2
Sopra Taro m. 86	5 :	8
A Casal maggiore m. $98\frac{1}{2}$	6 :	10
A Borgoforte m. 125	9 :	4
A San Benedetto m. 137. sempre dal Ticino come primo termine	10 :	6
Al Mincio m. 145	11 :	4
Ad Ostiglia m. 155	12 :	5
Alla Chiavica della Moglia m. 166	13 :	7
Alla Massa m. $167\frac{1}{2}$	13 :	9
A Calto m. 172	14 :	3
Alla Chiavica della Ca rossa m. 175	14 :	7
Alle Quadrelle m. 177	14 :	10
Alla Chiavica Pilastrese m. $177\frac{1}{2}$	14 :	10
A Occhiobello m. $184\frac{1}{2}$	15 :	7

Al Ponte di Lagoscuro m. 187 ½ - -	Piedi 15	:	11
Alla Chiavica di Raccano m. 195 - - -	17	:	—
Alla Polesella m. 196 - - - - -	17	:	—
Alle Papozze m. 208 - - - - -	18	:	4
Alla Chiavica della Palata m. 212 - - -	18	:	10
Alle Porte della Cavanella m. 215 - - -	19	:	2
Alla Chiavica Zeno m. 217 - - - -	19	:	5
Alla Chiesa della Contarina m. 218 - - -	19	:	6
Alla Donzella in distanza di miglia 223 dalla bocca del Ticino, ove si sono comminciate le osservazioni.	20	:	3

XXXVI.

La somma poscia delle giornaliere variazioni dell' acqua del Pò relativamente a tutti i luoghi suddetti, sono le infrascritte

A Cremona - - - - - -	Piedi 2.	10.	6
A Roccabianca, e al Taro - - - -	3.	5.	9
A Casal Maggiore - - - - - -	4.	4.	3
A Borgoforte - - - - - - -	5.	8.	0
A San Benedetto - - - - - -	7.	0.	6
Al Mincio - - - - - - - -	7.	5.	3
Ad Ostiglia - - - - - - - -	8.	3.	5
Alla Chiavica della Moglia - - - -	7.	5.	2
Alla Massa - - - - - - - -	7.	8.	8
A Calto, ed alla Ca rossa - - - - -	8.	10.	2
Alle Quadrelle - - - - - - -	8.	11.	2
Alla Chiavica Pilastrese - - - - -	9.	0.	8
A Occhiobello - - - - - - -	9.	4.	2
Al Ponte di Lagoscuro - - - - -	9.	4.	11
Alla Chiavica di Raccano - - - - -	10.	11.	2
Alla Polesella - - - - - - - -	11.	3.	2
Alle Papozze - - - - - - - -	10.	9.	5
Alla Chiavica della Palata, e sino al Mare	10.	10.	5

Dal che risulta che il pelo del Pò delli 30. Novembre 1719, riportato verso il Mare, riesce quasi il doppio più basso di quanto portano le giornaliere osservazioni: qualche divario, che si incontra nelle altezze delle piene (vedendosi tal volta un' altezza maggiore fra due minori, come quella alla Chiavica della Ca rossa, che è di piedi 15. 5. 11, e quella più prossima superio-

Hh re

CAP. IX.

re a Calto di p. 14. 9. 1, e la prossima inferiore alle Quadrelle di p. 14. 11. 11,) dee risonderfi in qualche sbaglio preso ne' rilievi di queste stesse escrescenze, mentre è incredibile quanto varie sieno le deposizioni delle genti, che s'incontrano sulla faccia de' luoghi. Noi abbiamo con l'ultimo dell' esattezza voluto riportare ciò che si è trovato, lasciando ad altri il campo di depurare queste per altro fondamentali osservazioni, e scoperte.

XXXVII.

Coroll. Si ricava dalle cose dette, che molto diversa sia la superficie dei fiumi in piena, da quella de' medesimi nello stato di magrezza, essendochè questa viene a derivarsi da una spezie di parabola, che ne' fiumi grandi si accosta ad esser biquadratica del terzo grado, dove il pelo degli stessi fiumi in escrescenza viene a formare una curva di un genere affatto diverso; nè è meraviglia, mentre i fiumi, durando la piena non possono mai bilanciare i loro moti, cosicchè progrediscano con la stessa legge, che agevolmente possono seguire allorchè corrono magri, ed allorchè nuove acque non vengono ad alterarli.

XXXVIII.

Scolio I. L'anno 1721, essendo io stato spedito dall'Ecc. Senato alla generale visita dell'Adige da Legnago al Mare, per la di lui regolazione, trovandosi allora con quattro rotte aperto il di lui alveo, due dalla parte del Padovano, e due da quella del Polesine, fra le altre cose che eseguendo le commissioni ebbi a cuore, una fu di rilevare esattamente le altezze, alle quali in varj siti era arrivata l'ultima piena; si registrerà quivi il dettaglio tratto dal diario della visita, che esiste in Pubblico, ed in cui stanno descritte tutte le osservazioni fattesi nel detto incontro.

1721. 7. Agosto a Legnago	Piena più alta del pelo corrente - - p. 5. 4. 0
9 detto al Castagnaro pelo dell' Adige più alto delli 7 - - - p. 0. 0. 6	Piena dopo miglia 7 da Legnago - - 8. 0. 0.
10 detto A Villabuona più alto - - - 0. 1. 5	Piena in miglia 1 ¼ dal Castagnaro - - 6. 2.10
11 detto Ai Masi più basso - - - - 0. 1. 0	Piena in miglia 2 ¼ da Villabuona - - 6.10. 0

12 det-

12 detto Adige cresciuto - - - - p. 0. 2. 6 Piena alla Bova dell' Adigetto - - p. 6. 5. 5

13 detto Alla Rotta Sabbadina calato 0. 0.10 Piena in miglia 8 ½ dai Masi - - - - - -

14 detto Adige più alto - - - - - - 0. 1. 5

A Lusia miglia 1 ½ dalla Rotta Sabbadina Piena p. 11. 3. 4

Alla Boara miglia 6 da Lusia Piena 12. 4. 9

A Borgoforte miglia 8 ½ dalla Boara Piena 11. 9. 7

A Fiume nuovo sotto lo sbocco dell'Adigetto miglia 8 da Borgoforte Piena 4. 0. 6.

A Fossa Bellina miglia uno da Fiume nuovo Piena 5. 0. 0

Al Molinazzo miglia 4 ½ da Fossa Bellina Piena 3. 4. 2

Alla Cavanella di Fossone miglia 7 ½ dal Molinazzo - - - - - - - Piena 3. 2. 9

restandovi sino al Mare miglia 4, le quali distanze si sono calcolate a miglia ordinarj del paese di Pertiche 833 Padovane l'uno di sei piedi per ciascheduna.

XXXIX.

Scolio II. Appare dunque, che anco nell'Adige vi è il suo *ventre di piena*, o sia il suo *massimo*, e cader questo nelle vicinanze della Boara, arrivando ivi l'altezza dell'escrescenza a piedi 12. 4. *9*, ed esser minore in tutte le altre situazioni. Egli è ben vero, che stando, come si è detto, aperti gli argini con le 4 rotte, non poteva il di lui pelo trovarsi disteso sopra una stessa curva, onde nelle parti inferiori, rispetto della prima rotta più superiore mostrava maggior magrezza, di quella che doveva aver realmente, se niuna rotta fosse stata aperta: Che però come si è fatto del Pò, non si è potuto calcolare nè l'andamento del pelo, supposto per base quello delli 7 Agosto a Legnago, nè rilevarsi il degradamento più esatto delle altezze delle piene; contuttociò è indubitato aver egli nelle sue intumescenze, come appunto il Pò, il *massimo* predetto, che verrà a cadere in parità di circostanze molto più vicino al Mare, di quello faccia l'altro del Pò, come facilmente può ogni uno didurlo dal solo paragone delle distanze.

XL.

Nè a' soli fiumi grandi accade l'antedetto fenomeno, di avere la massima altezza delle loro piene in un certo sito, come si è veduto

CAP. IX. duto ne' numeri antecedenti, ma lo ſteſſo addiviene ancora a' fiumi picciolifſimi; infatti ſi è oſſervato nel Zero, ch'è un picciolo fiumicello del Trevigiano, poſto alla deſtra del fiume Sile, ch'egli pure va ſoggetto alla ſteſſa anomalia delle piene. Fui a riconoſcerlo del 1722, ed avendo comminciate le oſſervazioni quaſi dal ſuo principio, e continuate ſino dove rimane ſoggetto al rigurgito del Mare, cioè ſin inferiormente alla Villa di Boniſuolo, ho potuto rilevare con la livellazione, che poſto il medeſimo pelo dal principio al fine, una piena poco prima accaduta, e che aveva laſciato dappertutto ne' tronchi degli alberi manifeſti ſegni della propria altezza, ſtava come ſegue.

Poco ſuperiormente del ſoſtegno di Levada vicino al Zerone più alta - - - - -	Piedi	o. 8. 2
Al Mulino allora diſtrutto di S. Alberto - -		o.11. 6
Al Mulino di Zero - - - - - -		1. 1. 1
Al Mulino di Mogliano al Ponte di Zero nel Terraglio		1.10. 3
Al Mulino di Marcone - - - - - -		3. 2. o
Al Mulino di Boniſuolo - - - - - - -		2.11. 3

Il centro però delle maſſime eſcreſcenze di queſto fiumicello viene a riuſcire nelle vicinanze di Marcone, ove cioè ſi è oſſervato, che l'altezza della piena ſtava ſopra il pelo ordinario p. 3. 2. o. Egli è per altro vero, che quando furono fatte queſte oſſervazioni, eſiſtendovi ſopra di eſſo Zero tre Mulini, diſtrutti allora gli altri, roſtando queſti con le loro portine l'acqua, reſtava effettivamente alterato il reale andamento del pelo del fiume; contuttociò trovandoſi i detti Mulini ſuperiormente a Marcone, luogo, come ſi è detto, del centro della maſſima piena, nè altri eſſendovene verſo il Mare, reſtava l'eſcreſcenza tutta in libertà di bilanciarſi a norma di quelle circoſtanze, che ſervono ad alterare, e il di lei corſo, e le di lei altezze.

X L I.

Coroll. Onde i fiumi nelle loro piene ſi diſpongono la ſuperficie in una curva, che avendo un *maſſimo*, deve per neceſſità trovarſi preſſo di queſto concava verſo il fondo del fiume, potendo poi avere un punto d'infleſſione ne' ſiti più lontani, dopo il quale rivolge la conveſſità ſua verſo del medeſimo fondo.

CAPI-

CAPITOLO DECIMO.

Delle resistenze degli alvei de' fiumi, e de' ripari per loro sicurezza sì fatti con palificate, che con materiali di molta gravità.

I.

SIA AB la sponda del vaso IHBE ripieno di acqua è da cercarsi il gravame che viene sostenuto da qualunque porzione di esso B*b*, oppure dall'intiera linea o lato BE; intendansi descritte le altezze perpendicolari dell'acqua AB, *ab* distanti fra di loro di un solo infinitesimo, e prodotta *ab* in *d*, disegni questa *bd* il gravame assoluto esercitato dalla detta colonnetta di acqua nel punto *b* che può sempre esser proporzionale all'altezza *ab* nella larghezza del Vaso, che sia *n*, in A*a*. Si conduca *b*C perpendicolare alla BE, e *d*C parallela a BE, che s'incontreranno in C: costa dalla Statica, che questa *b*C dinoterà il *niso* che farà l'acqua sopra il detto punto *b*. Dicasi AB $=b$; BE $=a$; E*b* $=x$; *ab* $=y$ sarà *a*E $=\sqrt{xx-yy}=z$, e per la similitudine de' triangoli E*ab*, *bd*C essendo *b*E. *a*E :: *bd*. *b*C, essendo *n* la larghezza del vaso, sarà la *bd* espressa per $nydz$, onde l'analogia suddetta sarà in termini analitici $x. z :: nydz.\ bC = \frac{nyzdz}{x}$ e tutte le *b*C esprimenti tutti i *nisi* o *conati* dell'acqua contro della sponda del vaso saranno notate per $\int\frac{nyzdz}{x}$: Ma per la similitudine ancora de' triangoli E*ab*, EAB essendo BE. AB :: *b*E. *ab* cioè $a.\ b :: x.\ y$ ed $x=\frac{ay}{b}$ ed $xx=\frac{aayy}{bb}$, se questo valore verrà sostituito nella formola ritrovata, diventerà dessa $\int\frac{nydy \times \overline{aa-bb}}{ab}$, ed integrando sarà $\frac{nyy \times \overline{aa-bb}}{2ab}$, quantità che potendosi porre eguale a p, sarà l'equazione $yy = \frac{2ab}{n \times \overline{aa-bb}} \times p$ alla parabola: Per la di cui costruzione si faccia

Tav. V. Fig. 9.

cia

CAP. X. cia AB + BE . 1 :: 1.M, dipoi M. n :: BE — AB. Q, e finalmente Q. AB :: 2BE . R, ed intendasi descritta la parabola conica SD, il di cui parametro sia R, se l'ordinata DC si dirà y sarà soddisfatto all'equazione suddetta, mentre per la natura della parabola R × SC = yy, ma $R = \frac{2ab}{Q}$ e $Q = \frac{n \times \overline{a-b}}{M} = \frac{n \times \overline{a-b}}{\frac{1}{a+b}}$

TAV. V. Fig. 10.

dunque $R = \frac{2ab}{n \times \overline{aa-bb}}$, e pertanto $\frac{BC \times 2ab}{n \times \overline{aa-bb}} = yy$, adunque il *conato* totale allorchè $y = b$ sarà eguale a $\frac{nb \times \overline{aa-bb}}{2a}$, tutti però essi *conati* saranno espressi per le abscisse SC, ed il totale gravame sarà allorachè SC vale $\frac{nb \times \overline{aa-bb}}{2a}$.

II.

TAV. V. Fig. 11.

Che se in vece di supporsi la sponda BE formata con linea retta, si voglia piegata in una qualunque curva $BbsE$, si ritroverà il *conato* dell'acqua come segue. Poste le stesse cose come nel numero precedente, facendo però $aE = z$, $bE = x$ esprimente la lunghezza della curva da b in E, sarà per la nota proprietà delle tangenti $aM = \frac{ydz}{dy}$; (essendo $ns = dz$, e $bn = dy$) $bM = \frac{ydx}{dy}$; onde per i simili triangoli Mab, bcd, sarà l'analogia bM. aM :: bd. bc, cioè $\frac{ydx}{dy}$. $\frac{ydz}{dy}$ :: $nydz$. $bc = \frac{nydzz}{dx}$ e tutte le $bc = \int \frac{nydzz}{dx}$.

III.

Corollario I. Si concepisca a cagion di esempio la data curva BE una parabola, la di cui equazione $z = yy$, il qual valore sostituito nella formola precedente dà $\int \frac{4ny^3 dy}{4yy+1}$, ed il suo integrale $\frac{n}{3 \times 4} \sqrt{4yy+1}|^3 - \frac{n\sqrt{4yy+1}}{4} + A$, e posto $y = 0$, allorchè il *conato* sia eguale a zero, sarà $A = \frac{1}{6} n$, che però in tal caso

ſo l'integrale completo ſarà $\frac{n}{12}\sqrt{\overline{4yy+1}^3} - \frac{n\sqrt{4yy+1}}{4} + \frac{1}{4}n$ dalchè ſi ricava, che la detta parabola non poſſa cominciare nella ſuperficie dell'acqua, ma ſotto di queſta ad un ſeſto della larghezza del Vaſo.

I V.

Corollario II. Qual formola $\int\frac{nydzz}{dx}$ dà ancora la prima del numero I. di queſto Capitolo, mentre praticate le neceſſarie ſoſtituzioni divenendo la curva una linea retta ſarà $z = \frac{ydz}{dy}$ & $y = \frac{zdy}{dz}$ ovvero $dz = \frac{zdy}{y}$: Parimenti $\frac{ydx}{dy} = x$, ovvero $dx = \frac{xdy}{y}$, onde $\int\frac{nydzz}{dx} = \int\frac{nzzdyy}{yydx} = \int\frac{nyyzzdyy}{yyxdy} = \int\frac{nzzdy}{x}$; ma $x = \frac{ay}{b}$, dunque $\int\frac{nzzdy}{x} = \int\frac{bnzzdy}{ay}$, e $zz = xx - yy$ ovvero $zz = \frac{\overline{aa-bb}}{bb} \times yy$, adunque $= \int\frac{nydy}{ab} \times \overline{aa-bb}$ come in detto numero primo.

V.

Sia da trovarſi il gravame, che riſente un argine, la di cui ſcarpa verſo il fiume, ſi ſuppone a maggior facilità retta, e che formi con l'orizontale un angolo di gradi 40, cioè l'angolo AEB. L'altezza perpendicolare AB ſia di piedi 32, e ſia d'averſi prima il valore di $y = b$ per tre differenti poſizioni, col dividere cioè tutta la ſcarpa dell'argine BE, che ſi ſuppone di piedi 50 in cinque parti; onde il primo valore di y dopo AB di piedi 32, come ſi è detto, ſarà di piedi 25 proſſimamente. Il ſecondo valore di y, facendo $Eb = 30$, ſarà piedi 19; Il terzo piedi 13, ed il quarto ſarà 6 piedi; quai valori ſoſtituiti nella formola $\frac{nyy \times \overline{aa-bb}}{2ab}$ danno reſpettivamente 472; 288; 166; 78; 17; e 0. Supponendo $n =$ ad un piede, dimodochè queſti numeri rappreſentano tanti piedi cubi d'acqua, che aggravano reſpettivamente l'argine dalla ſommità dell'acqua fino all'aſſunta y, coſichè saranno ſempre minori a miſura che detta y ſi prenderà più vici-

TAV. V. Fig. 9.

CAP. X. vicina alla sommità E, sino a ridursi in nulla a fior di acqua. E perchè secondo le osservazioni del Guglielmini un'oncia cubica di acqua pesa grani 786 del peso di Bologna, il primo numero però conterrà once cubiche in circa 815600, cioè libre di Bologna 83470 nella supposizione posta al numero XIX del Capitolo secondo; dal qual peso vien gravata la parte più bassa dell'argine delle cinque, nelle quali s'intende diviso. Il secondo numero 288 averà once cubiche 497700, che fanno libre 50930. Il terzo numero 166 avrà once cubiche 286800, cioè libre 29360. Il quarto numero 78 averà once cubiche 134800 o libre 13790; ed il quinto numero 17 darà once cubiche 29370, cioè libre 3006.

VI.

Se tale è il momento, che l'acqua stagnante esercita contro degli argini, non dissimile dev'esser quello anco dell'acqua corrente lungi le rive, mentre quando il di lei corso sia parallelo a queste, cade tutto lo sforzo della velocità, ch'è ciò per cui la corrente differisce dalla stagnante acqua, a vantaggio del moto progressivo, e nulla si esercita contro delle sponde, ond'egli è lo stesso, rispetto a queste, come se ess'acqua si trovasse in una perfetta quiete, e che non le aggravasse se non col proprio peso, e con la sola forza d'inerzia. Potrebbe dir tal uno, che quando la cosa fosse così, non mai seguirebbero le corrosioni negli argini, le quali si veggono esser un manifesto effetto della velocità dell'acqua; al che si risponde, che quando l'argine fosse perfettamente liscio, e formato di terra ben collegata e densa, non potrebbe mai accader la corrosione, la quale in tanto succede, in quanto essendo le rive scabre, ineguali, e con moltissimi risalti, la corrente urtandovi pone l'acqua in vortice, l'apice del quale trivellando il fondo, lo scalza, e fa rovinare, e da un tal effetto ne provengono poi nuove inegualità, e nuovi impedimenti al corso, i quali quanto più sono vicini ad esser a piombo, tanto più vagliono ad eccitare i vortici, ed a promovere l'intacco, formando poi ciò, che nel Pò specialmente chiamasi *Froldo*. In oltre si dice, che le dette corrosioni seguono per l'ordinario nelle lunate o svolte de' fiumi; ed in particolare allorchè sono desse assai acute, nel qual caso viene l'acqua in certo modo ad urtar di petto, se non nell'argine, al certo nell'acqua, che ad esso sta a ridosso, lo che fa, che il momento di questa si venghi in qualche modo ad accrescere, se non quanto farebbe se l'acqua affatto libera vi urtasse,

taffe, almeno accrefcendo l'energia del proprio pefo, non però in grado che fia molto maggiore della femplice preffione, mentre, come fi è detto al numero VIII. del Capitolo VII. qualunque fiafi l'andamento della riva, l'acqua a quefto fi accomoda in maniera, che va anch'effa piegandofi col fuo corfo con direzione parallela alla riva medefima, fenza darvi altro carico, che quello del proprio pefo.

Cap. X.

VII.

Ciò che fu generalmente indicato al num. VI. del Capitolo VII conviene ora più particolarmente averfi in rifleffo per rintracciare con il grado della forza dell' acqua, che fpinge e carica, quella ancora de' ripari, che refifte e contropera. Univerfalmente è vero che nel canale X*c*TS correndo l'acqua da X al *c*, fe quefto corfo farà in qualche modo impedito coll'*obice* fermo KL, o HI, oppure OP, il momento dell' acqua contro di effo *obice* farà in ragione compofta dello fpazio occupato dall' acqua per un certo tratto fuperiormente all' *obice* fteffo, e del quadrato della velocità di dett'acqua, tanto venendo comunemente ricevuto da' Statici; ma concretando il difcorfo a ciò, che realmente fuccede ne' fiumi, alla riferva delle punte L, I. P degli *obici*, non rifente il riparo nelle altre di lui parti, l'energia del momento predetto, ma folamente quello del pefo dell'acqua: imperocchè dovendo quefta reftar fenza moto, o come fi chiama di *molente* per lo fpazio XLK, ovvero ZIH, oppure YOP, fi formerà in XL, ZI, YP una curva, fecondo cui movendofi l'acqua, effa curva a mifura dell'*obice* farà più eftefo verfo della corrente del fiume, ed avrà il vertice più diftante dall'attaccamento che detto *obice* fa con la riva, cioè per il KL, ch'è il più lungo, in X diftante da K per lo fpazio KX. Ma per l'*obice* *b*I minore, per lo fpazio *b*Z. Ed in fatti ci ammaeftra la fperienza non vi effer penello (così dicendofi tali *obici* nel linguaggio di quefti paefi) che non fermi dentro di certi limiti e fuperiormente, ed inferiormente ad effo delle materie, di quelle cioè, che dall'acqua vengono portate. Circa al corfo poi, che l'acqua acquifta alla punta de' penelli, fi è veduto nell' incontro della vifita del Pò 1719, quanto moto concepifce deffa alla tefta de' moli fatti a' prifmi, formati avanti della Città di Piacenza contro le corrofioni del Pò, rimanendo nelle altre loro parti con l'acqua a collo fenza moto, e ridotta del tutto molente.

Tav. V. Fig. 12.

Cap. X.

VIII.

La forza dunque di cotali ripari si calcolerebbe assai eccedente, quando si volesse che fosse come il prodotto del quadrato della velocità nello spazio occupato da quell' acqua, che viene a ferire il penello: cosa, che solamente può seguire per un qualche tratto verso della di lui punta, nè verso della riva altro tormento non potrà risentire, che qualche peso dall' acqua se la superiore si rimanga per un poco più alta dell' inferiore per di dietro il riparo; lo che anco si farà manifesto, quando si rifletta, che l'acqua stagnante superiormente al penello, contro di cui si scarica l'impeto della corrente, non può comunicare il moto alle vicine parti in quel modo che accade allora che un corpo solido percuote altri corpi pur solidi collocati nella medesima direzione. Egli è ben vero, che l'acqua in correre urtando nella stagnante XKL, ZHI, ovvero YOP, essendo più veloce verso le punte de' penelli, che verso la riva, può agevolmente eccitar de' vortici, i quali quando siano di tal numero e forza da accostarsi al sito ove è piantato il penello, impedirebbero non che le deposizioni e gli atterramenti in detto luogo, ma cagionerebbero della molta profondità a piedi del riparo, col ridurlo in breve tempo a molta debolezza e pericolo di rimaner distrutto, avegnacchè scalzato che fosse, sarebbe reso inutile a reggere al carico dell' acqua, nè meno operando ella col solo di lei peso, non che con la violenza del corso. A tal sorta d' inconvenienti rimangono esposti principalmente que' penelli che formano angolo acuto con la riva dalla parte superiore, come HI; nè da un tal disordine vanno esenti quelli, che stanno collocati alla medesima riva perpendicolari, come *b*I, e meno di tutti quelli che si piantano ad angolo ottuso con essa riva come OP, i quali quanto più sono dolci, o posti a seconda del fiume, meno sempre restano soggetti al predetto sconcerto.

IX.

La forza de' vortici, non altrimenti che nell'aria allorchè dessa forma i turbini e le bisciabove, è molto insigne nell'acque correnti. Si pongono queste in un moto circolare, abbandonando il rettilineo qualunque volta incontrano un *obice*, che al loro moto progressivo resista; nel qual caso convertendo la direzione rettilinea in circolare, si forma una figura conica, ponendosi in gi-

ro

to l'acqua coll'inclinarsi spiralmente dalla superficie al fondo in cui termina o con l' apice del cono, ovvero prima che questo vi arrivi, trivellandolo e profondandolo con un'estrema violenza o al piede dell'obice, da cui ha avuto origine il vortice, o da questo non molto lontano. Non tutti però gl'impedimenti posti nel fiume generano i vortici, ma quelli solamente che sono posti o a piombo, o poco fuori del perpendicolo, come sono in grazia di esempio le palificate o disposte in paradori, o in pennelli, gli angoli salienti delle muraglie ed altri consimili: ogni galleggiante che discorra a questi contiguo, ne viene rapito, e strascinato al fondo con molta violenza. Se però le acque correnti non hanno insigni profondità, la forza della penetrazione de' vortici non è di molto riflesso, come ben lo è quando l'altezza viva dell'acqua è molta, e ne deriva da ciò, che potiamo sostenere le palificate ne' fiumi profondi da 8 in 10 piedi, ma non già in quelli che ne hanno 20: la ragione si è, che operando in tali turbini d'acqua la sola velocità perpendicolare, il di cui grado viene determinato dall' altezza maggiore o minore dell' acqua medesima, e niente contribuendo la circolare, che può esser considerata come data e costante, e prodotta dal solo moto progressivo del fiume, è palese, che l'azione non si può render molto sensibile se non in grande altezza: Per altro la circolare non agisce se non nell'urtar di fianco l'*obice* che incontra, o sia di un solo vortice più dilatato, o di molti minori, ne' quali tal volta si subdivide; ma è facile da vedere, che se il danno cagionato da' vortici non consistesse, che nell' impressione laterale contro de' ripari, facile sarebbe il difendersene; ma il caso si è di doversi resistere alla forza della penetrazione che fanno essi vortici contro del fondo, scalzando irreparabilmente il riparo, onde vengono giustamente i vortici riputati da tutti i più saggi idrometri, *la peste de' fiumi*, senz'aversi pur anco trovato forza, che resister vi possa, ed allora principalmente quando il fondo del fiume si trova sabbioniccio; tutto lo studio però esser deve nell'impedire, che non si generino.

X.

Per determinare adunque il più precisamente, che sia possibile qual forza vi sia nell' apice de' vortici, e qual incremento essa prendi in questa parte, si potrà supporre esso vortice, come fatto da una spirale intorno ad un cono. Essendo dunque manifesto,

CAP. X. che per qualunque curva discenda un grave, non ha, prescindendo dalle resistenze, nè può avere mai maggior velocità di quella che acquisterebbe discendendo per la perpendicolare; e dovendosi però prendere da quest'azione la forza del vortice in riguardo alla velocità, se s'intenderà il vortice formato DFAG di cui la superficie al pelo dell'acqua DEG, il vertice A; sia Dcb la spirale descritta dal moto vorticoso dell'acqua inclinata al piano orizontale coll'angolo formato dalla tangente di essa spirale nel punto D, e dal piano orizontale DEG: Siano AE Ae due linee infinitamente prossime, che partendo dal vertice A terminano nella base DGE, formando l'angolo infinitesimo EAe; Si faccia passare per il punto b, ove Ae taglia la spirale, il circolo Fb parallelo a DG; e chiamisi $EC = y$, $BC = dy$; $FB = x$, $Bb = dx$: La velocità circolare in FB con cui devesi intendere che l'acqua si muova sempre con direzione parallela a $DG = u$, ma questa sia data e costante. Essendochè dunque lo spazietto CB sarà percorso con la velocità $\sqrt{EC} = \sqrt{y}$, e lo spazietto Bb con la velocità u, e tutti e due nel medesimo tempo; per tanto sarà l'equazione $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{\sqrt{y}}$ ed integrando $\frac{x}{u} = 2\sqrt{y}$ ovvero $xx = 4uuy$, equazione ch'esprime la natura della spirale DCb formata dal vortice.

TAV. V. Fig. 13.

X I.

E perchè le forze sono come i quadrati delle velocità, sarà essa forza $f = y = \frac{xx}{4uu}$, vale a dire in ragione diretta del quadrato dell'altezza EC, e reciproca del quadruplo del quadrato della velocità costante circolare FB, ovvero perchè è data questa velocità in ragione del quadrato di dett'altezza.

X I I.

Scolio. Sia $x = 4$ piedi ovvero a quarantotto once, sarà la forza in tal punto come 2304; e se $x = 5$ piedi ovvero once 60, sarà dessa eguale a 3600; se poi la forza predetta sia = piedi 6 cioè a 72 once, valerà la forza 5184; onde resta assai chiaro il grande aumento che riceve il vortice a misura della di lui profondità, di modo che il doppio di altezza porta quattro volte più di forza.

Co-

XIII.

Coroll. Resta poi manifesto, che quanto maggiore sarà la velocità dell' acqua corrente del fiume, i vortici succederanno di diametro più dilatato, valendo il quadrato di essa velocità per la forza tangenziale da descrivere la spirale, o per meglio dire quel circolo, che risponderà ad un dato punto di essa spirale, ed è manifesto altresì, che quanto maggior copia di acqua sarà posta in giro, che di più durata sarà il vortice; qualunque però siasi l'ampiezza di questo in pari altezze, sarà eguale l'effetto, se non in riguardo del grado, certamente in rapporto del tempo.

XIV.

Si può ricavare da quanto ne' numeri precedenti si è detto, che dove si eccitano i vortici, a misura che il fondo è lontano dalla superficie, tanto maggiore segua l'effetto dell' escavazione. Siano i fondi variamente inclinati AF, AL, AM; la superficie dell'acqua AB, e s'intendino formati i tre vortici, C, D, E; soffrirà da questi più il fondo AM, del fondo AL; e questo più del fondo AF, essendochè per li numeri X e XI di questo, le forze in M, L, N, K, O, I, sono ben maggiori della forza del vortice respettivamente in F, G, H, cosicchè in grazia di esempio, se condotta la FO dall'intersecazione F all'apice O del vortice EO sia questa parallela all'orizonte dell'acqua BA, sarà la forza in O per escavare il fondo, eguale alla forza del vortice CM in F, ma la forza in F è molto minore della forza in M, dunque la forza in O, anch'essa è molto minore della forza in F.

TAV. V. Fig. 14.

XV.

Se dunque il fondo, o riva AM fosse assai tormentata dall' azione di tali vortici C, D, E, e si volesse pensare a ripiegarvi: Se noi vi piantassimo de' pali perpendicolari alla superficie dell' acqua come FM, GN, HO, non già levaressimo l'effetto pernicioso, ma piuttosto lo verressimo ad accrescere, imperocchè urtando l'acqua in tali nuovi *obici*, si ecciterebbero nuovi vortici, che avendo libero spazio di agire sopra della riva AM nelle altezze come prima, produrrebbero lo stesso e maggior effetto, e ben tosto si vederebbero scalzate e sconvolte le palifica-

te,

CAP. X. te, che per togliere lo sconcerto vi fossero state poste: Bensì o si leverebbe affatto, o molto si minorerebbe, se sopra la predetta riva piantati più ordini di pali, come FM, NG, OH, sopra vi fosse conficcato un forte tavolato AF, il quale impedendo il progresso dell'apice de' vortici, e togliendo loro la forza in F, G, H, darebbe campo, con qualche altro lavoriere superiore, di empirsi tutto lo spazio FAM, e con ciò riducendosi la riva meno acclive, meno restarebbe esposta al dirupamento. Egli è ben vero, che non tutti i fiumi, ed in spezie i grandi soffrirebbero un tal ripiego per non dar tempo e modo di ergere il riparo che sia forte e consistente; ne' mediocri però e piccioli, e molto più ne' temporanei possono riuscire di molto utile tali difese, le quali facilmente volle indicare il Celebre Montanari in certe Scritture sopra le acque, nelle quali esaltava sopra di ogni altra cosa per ovviare alle corrosioni ed intacchi, che i fiumi fanno alle rive, i ripari piantati obliquamente, anzi si espresse di pensare al modo di figere anco obliquamente i pali, ben conoscendo che la perpendicolarità di questi, serve molto ad accrescere i sconcerti de' fiumi in vece di toglierli.

XVI.

Scolio. Quindi è, che ne' fiumi grandi come v. gr. il Pò non potendosi perlopiù lavorar con palificate, ho io introdotto il piantare in vece di dette palificate, i moli di gabbioni, che avvanzandosi secondo una certa direzione verso il filone del fiume, abbiano scarpe sì dolci da proibire la formazione de' vortici. Così avendo avuto a coprire alla Contarina la gran Coronella, che ivi fu formata per chiudersi una grandissima rotta, che si era aperta del 1725, furono piantati due moli, composti con barche ripiene di terra affondate, e poi sepolte fra un gran numero di Gabbioni ben alti e grossi ripieni della miglior terra, che si trovasse in que' siti, con i quali furono ridotti i detti moli ad avere una scarpa tale, e sì dolce e poco acclive, che non ostante che fossero piantati in 18 piedi di acqua, hanno sempre resistito alla correntia, senza che mai siansi prodotti i vortici, di maniera che essendo seguito celeremente l'effetto di rivolgere la corrente, lontana dalla riva anche prima, che i detti moli fossero compiti in tutta la divisata lunghezza, per non gettare superfluamente il danaro pubblico, si sono lasciati senza ulteriormente avvanzarli, ilchè ha dato luogo a' meno intendenti, per non dire a' detrat-

tori

tori delle altrui operazioni, di disseminare, ch' essi ripari erano stati in parte dalla violenza delle acque asportati. Ben maggiore fu l'impegno di altri moli, e contramoli piantatisi in altre parti di detto fiume, formati però di soli Gabbioni ma di una estesa sorprendente; nè l'effetto di quelli che si sono fatti piantare nell' Adige al sito delle pericolose corrosioni del Bertolino, e della Rotta nuova è stato minore di ciascun altro, avendo benchè di assai moderata lunghezza potuto assicurare quelle gelose parti, e col rivolgere il corso alla parte opposta, e col radunare immense sabbie a profitto della riva, che rimaneva intaccata, consiste tutto il segreto di detti ripari nel ben attaccarli all'argine, nel dar loro grande scarpa, e nell'empire i Gabbioni della miglior terra, che sia veramente cretosa e tenace, ilchè quando venghi effettuato, e restano impediti i vortici, e levate certamente le più pericolose corrosioni.

Cap. X.

XVII.

Infinite possono essere le direzioni, da darsi a' pignoni, o penelli, che, come è stato detto, così si chiamano quelle palificate semplici o doppie, oppure que' moli, e muraglioni, che attaccandosi fortemente alla riva XQ, secondo una certa direzione, vanno ad incontrare il corso dell' acqua; dissi infinite, perchè se dal punto A della riva XAQ, si descriverà dal centro A il semicircolo DHG, i di cui raggi rappresentino questi ripari come AM, AL, AH, AI, AK, infinite saranno le direzioni per tutti i punti cioè della circonferenza DHG: A misura poi che più o meno sono essi inclinati alla direzione del fiume maggiore o minore, sarà la quantità dell' acqua ch'essi incontreranno, di maniera che l' impedimento che saranno per fare al corso dell'aqua, sarà sempre in ragione de' seni retti delle respettive loro inclinazioni, se il penello fa angolo acuto verso le parti superiori del fiume; del seno tutto, se è piantato ad angolo retto con la riva, e della differenza o sia complemento a due retti, se ottuso sopra della medesima.

Tav. V. Fig 15.

XVIII.

In parità dunque di lunghezza de' penelli, sarà più discosto il vertice della curva XL, ovvero ZI, ovvero YS dall'attaccamento, che egli ha alla riva, quanto è maggiore il seno dell'inclinazione se

Tav. V. Fig. 12.

CAP. X. se sia acuto come HI, cosicchè nel retto KL l'attaccamento X sarà nella maggiore possibile distanza: Ma negli ottusi come OP, la distanza OY sarà maggiore, allorchè il seno della differenza fra l'angolo dato YOP, ed i due retti sarà parimenti maggiore.

XIX.

Coroll. Si ricava da quanto si è detto, che il massimo ristagno, o sia *molente* dell'acqua a causa de' penelli, seguirà nel penello perpendicolare alla riva, e la minima nell' ottuso alla medesima, e che quanto più è ottuso o acuto, minore sarà il detto ristagno fino a ridursi a nulla se l'angolo svanisce affatto e diventi o zero o di 180 gradi.

XX.

Perchè spesse volte accade di aversi a piantare de' penelli non solamente coll'oggetto di staccare dalla riva il filone dell' acqua, onde ne resti impedito l' ulterior intacco della medesima, ma ancora perchè essi ripari facciano seguir delle deposizioni nella loro parte superiore, ed anco nell'inferiore, come si anderà considerando; Sia però da ritrovarsi lo spazio, che occuperà la molente dell' acqua fatta da penelli o acuti, o ottusi, col supporre nota per le osservazioni l'area della *molente* formata dal penello retto XKL, purchè s'intenda con gli altri della medesima lunghezza. Si chiami $KX = a$, $KL = b$, e condotte le perpendicolari bI, cP, sia $Zb = x$; $bI = y$, $Yc = X$, e $cP = Y$. Si supponga che KX, ovvero bZ, oppure cY, elevate alla podestà n esprimano le funzioni dell' ordinata rispetto alla sua abscissa LK, Ib, Pc. Per esser queste curve della medesima specie, sarà l'analogia $KX^n . KL :: Zb^n . bI :: Yc^n . cP$ cioè in termini analitici $a^n . b :: x^n . y :: X^n . Y$, onde le equazioni $y = \frac{bx^n}{a^n}$, ed $Y = \frac{bX^n}{a^n}$; dicasi in appresso, il seno dato dell'inclinazione del penello con la riva $bHI = c$, e quello di YOP, oppure del suo complemento ai due retti $cOP = C$; così quello del complemento $bHI = m$, e l'altro $cOP = M$. Sarà per la trigonometria $c . y :: m . \frac{my}{c} = bH$, ed istessamente $Oc = \frac{MY}{C}$; Si chiami poi l'area $XKL = A$; Sarà l'area $ZHI = \frac{myy}{2c}$

(margin: TAV. V. Fig. 12.)

+ f

$+\int y\,dx$, e l'area YcP $=\int Y\,dX-\frac{Mr^2}{2C}$. Intendasi poi che l'area XKL stia all' area YOP, come p a q sarà l'analogia $A.\ \frac{myy}{2c}+\int y\,dx :: p.\ q$; e l'area XKL all'area YOP stia come q al r sarà $A.\ \int Y\,dX-\frac{MYY}{2C} :: q.\ r$, e finalmente stia l'area ZHI all'area YOP, come r al s sarà $\frac{myy}{2c}+\int y\,dx.\int Y\,dX-\frac{MYY}{2C} :: r.s$ nelle quali analogie basterà sostituire i valori di y dato in x; di p; q; r; s. e fissare la spèzie delle curve XL, ZI, YP per determinare le ricercate proporzioni delle dette aree. Generalmente sarà $\frac{myy}{2c}+\int y\,dx=\frac{m}{2c}\times\frac{bbx^{2n}}{a^{2n}}+\int\frac{bx^n dx}{a^n}$, ovvero $\frac{m}{2c}\times\frac{bbx^{2n}}{a^{2n}}+\frac{bx^{n+1}}{n+1\ a^n}\pm Q$, e $\frac{Mr^2}{2C}+\int Y\,dX=\frac{M}{2C}\times\frac{bbX^{2n}}{a^{2n}}+\frac{bX^{n+1}}{n+1\,a^n}\pm S$ (Q ed S sono quantità costanti da determinarsi dalla natura delle curve in quistione.)

Cap. X.

X X I.

Sia da trovarsi in un fiume in un dato angolo acuto verso le parti superiori di un penello, la lunghezza di questo perchè renda stagnante l'acqua in modo, sicchè lo spazio compreso da esso, rispetto a quello formato da un penello normale alla sponda sia come 1 al 2; sarà dunque $n=1$, e $p=2$, $q=1$, e l' angolo bHI $=50°$, onde il di lui complemento bIH $=40°$. Sia $a=6$; $b=4$, sarà A $=12$, e l'analogia del numero precedente $A.\ \frac{m}{2c}\times\frac{bbx^{2n}}{a^{2n}}+\frac{bx^{n+1}}{n+1\ a^n} :: p.\ q$ diventerà $12.\ \frac{76604}{2\times 64279}\times\frac{16xx}{36}+\frac{4xx}{12} :: 2.\ 1$, che ridotta dà $x=3\ \frac{154}{1000}$ prossimamente, e perchè $y=\frac{bx^n}{a^n}=\frac{bx}{a}=\frac{4\times 3\ \frac{154}{1000}}{6}$, sarà $y=2\ \frac{103}{1000}$, e per la trigonometria essendo $\int b$HI, 50°. bI, $2\ \frac{103}{1000} :: \int$T . HI $=2\ \frac{745}{1000}$, quindi se nel dato angolo bHI di gradi 50, sarà inalzato il penello HI, cosicchè la lunghezza di questo alla lunghez-

CAP. X. za dell'altro KZ stia come 549 a 800, fermerà questo la metà dell'acqua in riguardo del primo, come si era proposto. Che se si cercasse qual dovesse essere la lunghezza di detto penello, perchè nell'angolo dato fermasse, e rendesse *molente* altrettant' acqua, quanta il penello perpendicolare KL, allora essendo $p = q$, sarà, fatto il calcolo, la proporzione della lunghezza dell'acuto al normale, come 1941 a 2000. Parimenti chi volesse render *molente* l'acqua in ragione di 3 al 2, essendo in tal caso $p = n$, $q = 3$ sarebbe la lunghezza ricercata di detto penello alla lunghezza del perpendicolare, come 5527 a 4000.

XXII.

Scolio. Avvegnacchè le cose antedette possino esser vere in pura ed astratta teorica, nientedimeno non sempre producono i divisati effetti in pratica. Ne darò un assai chiaro esempio. Avendosi dovuto fare una diversione all'Adige con un Taglio reale alle parti della Torre nuova, e ciò per levargli quattro perniciose curvature, che oltre il ritardargli il corso, una di esse, cioè la più vicina alla Torre nuova, faceva passar la maggior parte del fiume per il Canale Naviglio di Loreo nel Pò di Levante, e per questo al Mare, col lasciar senza forza, perchè con pochissima acqua il tronco principale verso della Cavanella, e foce di Fossone, fatto che fu il Taglio, e superate tutte le difficoltà di far un alveo in un terreno tutto marcio e di cuoro, e dovendosi a motivo di aver la comunicazione col Pò, lasciar tant' acqua al predetto Canal Naviglio, che fosse sufficiente per la Navigazione, ed anco perchè l'Adige aver potesse per questa parte un adattato sfogo nelle sue escrescenze, nè volendosi impegnare in nuovi Taglj, e potendosi agevolmente ottenere l'intento servendosi di quel pezzo di alveo, che dalla bocca del nuovo Taglio passa alla Tornuova, vale a dire del medesimo, che prima di formare il Taglio serviva fino a detto termine di letto all'intiero fiume, tutto l'impegno fu di bilanciare in modo e dividere l'acqua, che una data minor porzione ne passasse verso Loreo, e la maggiore discorresse pel Taglio: Furono a tal fine però ideati un penello ed uno sperone perchè ci proccurassero l'effetto predetto. AB rappresenta l'Adige, CD il Taglio nel di lui principio ed imboccatura, là dove cioè si stacca dall'antico letto; Era da ridursi EB porzione dell'alveo dell'Adige che passa alla Tornuova in modo che non avesse a ricevere che un terzo in circa dell'

TAV. V. Fig. 16.

acqua

acqua del fiume. Fu a tal oggetto piantato il penello alquanto curvo LM con doppia palificata ad angolo assai ottuso con la sponda per rivolgere il corso maggiore nella bocca del Taglio, di poi fu costrutto lo sperone FE parimenti formato con doppia palificata di forma triangolare, e tutto fu fatto riempire fino all' acqua mediocre di terra e Volpare, e questo perchè fermando l' acqua nello spazio EKG, e riducendola stagnante vieppiù potesse prender corso pel nuovo canale CD, riuscì questo ad angolo acuto EFH verso le parti superiori del fiume, e da chi eseguì l' opera, trovandomi io lontano per altre facende, fu lasciato intatto il pezzo di argine H, che volevo abbassato fino al livello dell'acqua ordinaria. Seguì infatti l'effetto di rivolgere gran parte dell'Adige nel Taglio dopo un qualche tempo, ma ben lungi di potersi mai ridurre a *molente* lo spazio EKG fra lo sperone e la punta dell'argine di cui si è detto, sito che restò sempre tormentato da vortici in maniera tale, che a riserva di qualche picciolo spazio vicino a K al vertice cioè dell'angolo di detto sperone con la sponda, non solamente si mantenne quivi il primo fondo, ma si accrebbe, e la punta E restava così tormentata, che per salvarla si ebbe bisogno di far gettare al piede, ed a ridosso de' pali una quantità di sassi condotti dalle cave di Lispida. Fu molto pensato al modo di levar questi vortici, ed un tale dannoso irregolare corso, che s'internava incessantemente verso di FE minacciando di distruggere la prima linea de' pali dello sperone, si giudicava utile il far levare l'argine FH, ed abbassare la marezana, ma entrato in taluno qualche scrupolo, che allargata sovverchiamente la bocca del Taglio non avesse poi l' acqua conveniente forza per tenersi escavato quanto era uopo il fondo, fu preso finalmente il mezzo termine di piantare alla punta H, (che pur era stata fin da quando fu aperto il Taglio guernita, senza però molta necessità di pali) un picciolo molo servendosi di una barca affondata, e ripiena di buoni Volparoni e terra, ed in fatti tal operazione eseguita, o fosse che per essersi ridotta in dolce scarpa impediva i vortici, o fosse, che la punta G venne a riuscire sì lontana da H, che abbondantemente puote impedire il maggior disordine, riducendo l'acqua a correre anche più in là della punta E, e con ciò fu il tutto per allora assicurato, e continuò l'Adige ad imboccare sempre meglio il Taglio, come erasi divisato, cosicchè poco più della quarta parte di esso passava verso di Loreo per l' alveo, che fu detto di comunicazione

CAP. X.

ed il rimanente per il Taglio verso di Fossone: i detti ripari hanno poi fatto nella parte inferiore marezane tali, che l'alveo si è ridotto anche in qualche riflessibile distanza da essi, alla sola larghezza conveniente, per conservar la navigazione, vale a dire alle misure del Naviglio di Loreo, ed ultimamente coll'impianto di alcuni altri moli, che furono suggeriti da me fin allora, che fu divisato di servirsi di questo tratto di alveo per la navigazione del Pò, si è poi ridotto alla sua perfezione. Ecco dunque come non sempre i penelli acuti fanno il *molente*, come taluno è di parere; il che tutto si è voluto esporre a lume e documento di quelli, che sono destinati a regolare le acque correnti.

XXIII.

Cade in tal proposito l'esame di alcune proposizioni registrate da Fammiano Michelini nel Trattato della *direzione de' fiumi*, e fra le altre quella che viene posta nel Capitolo secondo, volendo provare, che l'acqua stagnante in un Vaso avente i lati perpendicolari all'orizonte, non vi faccia veruna pressione, quasichè nella guisa, che accade a' corpi solidi tutto il conato fosse diretto verso del fondo, e niente contro delle sponde. La dimostrazione ch'egli porta è la seguente: *Ora se egli è vero che il fondo dee esercitare forza eguale al peso assoluto, non è possibile che per lo contatto collaterale del piano perpendicolare all'orizonte patisca lo stesso piano, compressione alcuna da detto grave, perchè se ciò fosse vero, oltre alla resistenza totale, che fa il fondo, vi sarebbe anco quella del piano collaterale, che fra tutte due insieme farebbono una somma maggiore del peso del solido, e così un grave di due libbre pesarebbe più quando egli è appoggiato ad un piano perpendicolare all'orizonte, che se egli pendesse per l'aria libera, la qual cosa è impossibile*. Dal qual discorso si raccoglie, che l'effetto sarebbe maggiore della sua causa, quando secondo i principj della Filosofia è noto, che ciò mai può succedere.

XXIV.

Un tal sentimento oltre all' esser contrario a quanto hanno scritto il Guglielmini, Ermanno ed altri, che dell' idrometria hanno trattato, si prova erroneo da quanto segue. Non si nega che il fondo del vaso non abbia a sostenere tutto il peso del fluido, che vi soprasta, ma da ciò niuna implicanza ne deriva, che il medesimo fluido non possa anco nello stesso tempo premere

le

le ſponde laterali di eſſo vaſo, ed il conato ſarà in ragione delle reſpettive altezze dello ſteſſo fluido; in quella guiſa che punto non implica, che un grave poſato ſopra un piano orizontale non vi peſi tanto allorchè reſta quieto, quanto allorchè viene poſto in movimento, e fatto paſſare a percuotere un oſtacolo che vi foſſe oppoſto ſopra del medeſimo piano. Naſce ciò da un'altra cauſa e forza ben diverſa da quella, con cui gravita ſopra del fondo; così il fluido dentro del vaſo peſa, egli è vero, ſopra del fondo nella ragione del proprio peſo; ma eſſendo il fluido ſommamente lubrico e ſdrucciolevole, ſi ricerca, che le ſponde vi contr'operino per fermarlo nel ſuo ſito; ora lo ſforzo di queſta reazione vale appunto quello che chiamaſi l'azione del fluido che ſi eſercita contro le ſponde, che niente ha a che fare coll' aſſoluto peſo, con cui l'acqua preme inceſſamente il fondo, in quella guiſa che non ſi laſcia di eſſer meno grave allorchè ſi preme con forza un muro, oppure allora che ſi ſcaglia una pietra a qualche diſtanza.

XXV.

Dal che poi procede non verificarſi nè meno ciò che lo ſteſſo Michelini nel detto Capitolo ſecondo avanza, appoggiato al principio ſopraenunciato, cioè, che *gli argini faranno piccioliſſima forza per ritener l'acque in comparazione di quella che dovrà fare il fondo*, mentre, oltrechè gli argini di terra non ſono mai perpendicolari al fondo, ma inclinati, abbenchè queſta forza vadi ſempre ſcemando verſo la ſuperficie dell'acqua, ſino ad arrivare al nulla, contuttociò abbenchè non ſia ella, quanto quella del fondo, non è poca però, ed al certo tale, che per lo più arriva ad eſſer la metà dell'altra. Segue il Michelini nel Capitolo terzo la ſteſſa ipoteſi, e per conſeguenza dura nello ſteſſo equivoco, nel paragonare che fa l'impreſſione che un cubo di bronzo farebbe ſopra d'un piano orizontale, ſu di cui poſaſſe, il quale ſtraſcinato che foſſe, toccando un muro verticale eretto al piano predetto, quando eſſo cubo camminaſſe ſempre allo ſteſſo parallelo, *non patirebbe*, dic'egli, *compreſſione alcuna, ancorchè foſſe di latte rappreſo* (per ſervirmi delle di lui ſteſſe parole) *nè per qualunque moto violento, che impreſſo gli veniſſe*; lo che tutto ſi concede ne'ſolidi, ed anco ne'fluidi, per quanto riguarda al non variarſi delle impreſſioni, ma ſi dice non poterſi già verificare, che quella preſſione che deriva dall'altezza del fluido,

CAP. X. fluido, e ch'esercitavasi contro del pariete, non segua a produrre costantemente il proprio effetto; e quì si ricerca di nuovo, se concepito che avesse quel cubo un rapidissimo movimento, credesse il Michelini, che in proporzione dell' energia di questo fosse per aggravare il soggetto piano con lo stesso peso, oppure con minore? ch'è quanto può servire a confutare il Capitolo secondo di esso Autore.

XXVI.

Al Capitolo quarto, considerando un Vaso, o Vivajo, come esso lo chiama, con le sponde perpendicolari all' orizonte, ma col fondo al medesimo inclinato, come EF rispetto ad AF, DG del vaso DAGF, pretende di dimostrare, che essendo ripieno di acqua stagnante fino in DA, e la sponda AF riuscendo nella parte *più bassa del Vivajo, sarà forza per ritenere l'acqua stagnante, e la resistenza che dovrà fare al peso assoluto di tutta l'acqua del Vivajo avrà quasi la stessa proporzione, che l'altezza del suolo* EG *alla lunghezza del suolo inclinato* EF. (TAV. V. Fig. 17.) La dimostrazione che soggiunge, dipende da un principio equivoco che suppone, pretendendo che l'acqua stagnante sia soggetta alle stesse anomalie di un grave solido, che per lo piano EF discendesse a far impressione contro della sponda AF. L'assurdo che da tal supposizione nascerebbe, si ricava nel modo che segue. Perchè dunque secondo il Michelini deve stare l' analogia EG ad EF, così la resistenza di AF al peso assoluto P dell' acqua, sarà la resistenza di $AF = \frac{EG \times P}{EF}$. Intendasi pertanto un vaso DEFNM, parte del di cui fondo EF sia inclinato all' orizonte, e parte sia in sito orizontale come FN. (TAV. VI. Fig. 1.) Sarà dunque secondo l' Autore pressata la linea AF (quando il vaso intendasi ripieno di acqua sino in DM) ch'è il filamento dell' acqua che sovrasta al punto infimo F del piano inclinato EF, giacchè questo piano promove l'impressione sopra la sponda AF, se solida fosse, e tale non essendo ma fluida, sopra dell'acqua stessa che equivale alla sponda, ma a detta supposta azione contr'operando l'acqua in FM, dovrà questa risentire del carico, e seco ancora la vera sponda MN per partecipazione e comunicazione di moto, ed il momento di esso carico sarà lo stesso, che risentirebbe nel senso del Michelini la AF. Si supponga ora che il piano EF sia eretto verticalmente a piombo in AF; nel qual

caso

caso la formola della resistenza di AF o di MN, che di sopra si è detto esser $\frac{EG \times P}{EF}$ diverrà $= P$, pareggiandosi EG ed EF in AF; adunque il carico che avrebbe MN sarebbe eguale al peso assoluto del fluido, ma lo stesso viene risentito dal fondo, adunque l'effetto proveniente da una parte, sarebbe eguale all'effetto proveniente dal tutto: cosa che non può succedere.

XXVII.

Il Capitolo quinto del medesimo Autore dà motivo d'indagare varie cose per rapporto alle resistenze degli alvei, sì in riguardo al loro fondo, che alle sponde, dic'egli, che *la resistenza degli argini dovrà esser assai picciola in comparazione di quella del fondo*; nasce la proposizione dal di lui terzo Capitolo, che si è dimostrato insussistente, onde cade per conseguenza ancora quanto in questo si avanza. La resistenza che devono far gli argini non è sì poca che debba trascurarsene la considerazione, sentendo la sponda il peso dell'acqua, meno bensì del fondo, a misura ch'è da questo più discosto quel punto che si considera, ma molto più sensibile a misura ch'esso punto si avvicina al fondo, come si è notato al numero XXV di questo. Per altro non si credesse che il fondo fosse aggravato da altra forza, che da quella che proviene dal peso del fluido, e non come crede il Michelini quando si esprime: che *il suolo del fiume resta percosso dall' impeto attuale, e dall' energia e peso di tutta l' acqua*; mentre se s'intenderà il fondo di un fiume, quanto si voglia inclinato AD, e che venghi gravato dal peso dell'acqua nel punto B in ragione di BE, è manifesto per la Statica, che il fondo resta premuto dall'acqua, quanto porta la perpendicolare EC, come appunto resterebbe aggravato, se l'acqua in vece di correre, si supponesse aggiacciata; nè la velocità de' filamenti dell' acqua che si fa secondo una direzione parallela al fondo può in conto alcuno imprimere nel medesimo un maggior impulso. Tanto pur si rileva nel capo sesto, proposizione 38 del movimento delle acque del P. Abate Grandi. Il Capitolo 6 del Michelini nè esso pur regge, come appoggiato al Capitolo 4, dimostrato che si è contrario alle vere regole della Statica; così parimenti il Capitolo 15 non può sussistere per la medesima ragione, ed in tanto l'argine dalla parte del maggior fondo, che nella figura di esso Michelini

TAV. VI. Fig. 2.

CAP. X. chelini è il CD, può restar corroso, in quanto che più alto del suo opposto, soffre maggior peso dall'acqua, e d'ordinario avrà il filone poco da sè discosto; onde qualunque impedimento che risalti fuori del medesimo argine, può facilmente produrre la corrosione, come si è provato al numero VI di questo, e perciò il fiume potrà nella supposizione del detto Autore perdere la prima tendenza retta, e rendersi incurvato e flessuoso.

XXVIII.

Passando esso Michelini a trattar de' ripari per la regolazione dell'acque correnti, stabilisce ne' Capitoli 23 e 24 del sopradetto Trattato, che *i pignoni triangolari, che dall'argine pendono a scarpa verso il mezzo del fiume, possino fare una valida resistenza*. Ricerca i vantaggi che recar possono col fondamento delle dottrine da esso allegate, ma queste avendo per base alcuni principj manifestamente inadmissibili, convien rintracciarne altronde l'utile che apportano, e determinarne se possibil fia, il grado ed il valore. Io suppongo in primo luogo formati già questi penelli, o pignoni con pali, che piantati alla distesa in due o tre linee, ed intersecati da altri pali, vengono a formare varj spazj riquadrati, da riempirsi poscia di sasso o di altra materia pesante. Suppongo in secondo luogo, che i detti pali siano e conficcati in eguali distanze fra di loro, ed egualmente grossi e pesanti, e che il terreno ove sono fitti sia di una eguale resistenza, ed orizontale; in terzo luogo, che tutto lo sforzo, che in uno de' pali può produrre l'acqua, si consideri come rammassato in un solo punto, in cui tanta debba esser la resistenza, quanta di tutti gli altri assieme del detto palo, vale a dire, che questo sforzo si faccia in un sito tale, e con tal grado di forza, che vaglia ad agire contro del palo, come l'unione delle forze particolari di tutti gli acquei filamenti che realmente lo percuotono, qual impeto sopra di quel tal punto si potrà chiamar *medio*. Sia pertanto da cercarsi nella data lunghezza AG, ove stanno piantati i pali di un pignone, che hanno l'altezza esposta alla corrente dell'acqua BD per il sito B; che ciascuna parte del riparo o penello AEDFG possa resistere egualmente all'urto dell'acqua. Sia HC*c* la linea esprimente le velocità respettive, di maniera che dal punto B conducendo l'ordinata BC dinoti questa la velocità competente a questo punto, o per dir meglio, l'unione

TAV. VI. Fig. 3.

ne

ne di tutte quelle che vanno a ferire il palo corrispondente, e così ogni altra ordinata, rispetto ad ogni altro respettivo punto. Si chiami $AB = x$, $BD = z$, $BC = y$, e sia l'equazione della curva delle velocità $x = y^m$, essendo m un qualunque numero intiero o rotto da determinarsi da' fenomeni, secondo cioè i varj gradi delle velocità decrescenti, a misura che si recede dal filone dell'acqua; $AE = a$, che sarà il primo palo accanto della riva. Il momento con cui resiste ciascuna parte $BDdb$ infinitesima del palo e del penello, è come il quadrato della velocità, moltiplicato nello spazietto infinitamente piccolo $BDdb$, che però sarà $yyzdx =$ ad una costante per la supposizione, facendo dx costante, e sostituendo in vece di yy il suo valore $x^{\frac{2}{m}}$ sarà $x^{\frac{2}{m}}dzdx + \frac{2}{m}zx^{\frac{2-m}{m}}dxx = 0$, che si riduce a $-\frac{dz}{z} = \frac{2dx}{mx}$, ed integrando $mla - mlz = 2lx$, ovvero per salvare la legge degli omogenei $\frac{a^{3m}}{z^m} = xx$, ed $a^{3m} = z^m xx$ equazione generale della curva ricercata EF, che determinerà l'andamento delle altezze del riparo. Senza differenziali si può ottenere lo stesso, supposte le stesse cose. Sia dunque da determinarsi le altezze de' pali, acciò ricevino eguali impressioni dal corso dell'acqua. L'azione dell'acqua sarà come yyz (fatta y la velocità media che opera sopra $BD = z$) la quale dev'essere costante da per tutto, dunque $yyz = a^3$ ma $yy = x^{\frac{2}{m}}$ dunque $x^{\frac{2}{m}}z = a^3$, ovvero $xxz^m = a^{3m}$ come sopra.

XXIX.

Corollario. Se $m = -2$, allora HC sarà un'iperbola del secondo grado, e la curva EF diverrà una retta linea, la quale però non potrà mai unirsi al fondo G, ma avrà un *minimo* FG di una data quantità. Se $m = \frac{1}{2}$ cioè quando HC fosse una parabola, la di cui ordinata AB, allora EF sarà un'iperbola del quarto grado. E se $m = 2$ sarà HC una parabola, di cui l'ordinata BC, e la EF sarà in tal caso un'iperbola quadrato-quadratica. Credo pertanto, che il maggior vantaggio che si possa ricavare da tali ripari, consista nel poterli fare da per tutto egualmente resistenti a petto dell'impulso dell'acqua, abbassando i

CAP. X. pali con certa legge verſo la loro parte eſtrema FG, e non già come ſi perſuade il Michelini, perchè col mezzo de' loro angoli acuti con la corrente dell' acqua facendo molente e depoſizioni dalla parte di ſopra, ſiano valevoli a roveſciare le acque dalla parte oppoſta, ciò venendo operato dal ſemplice oſtacolo, onde ſi dirige a quella parte l'acqua, e mai per l'alzamento che quivi poſſa acquiſtare il fondo, tanto più che nè eſſa molente, nè eſſe depoſizioni ſuccedono, com' egli ſi avviſa, per quanto ci coſta dalla pratica oſſervazione regiſtrata al numero XXII di queſto, e dalla induzione teorica eſpoſta al num. VII parimenti di queſto Capitolo.

X X X.

Scolio. Contuttociò difficilmente, e forſe mai ſi potrebbe dall' arte, quantunque eſpertiſſima, piantare un penello, che aveſſe veramente le ſuddette condizioni, onde ſarà piuttoſto ipotetica, che vera e reale infatto la precedente propoſizione, eſſendo ben chiaro da vedere, che nè i pali poſſono eſſere egualmente fitti, nè il terreno egualmente reſiſtente, per tacere di molte altre circoſtanze tanto intrinſeche, che eſtrinſeche a' medeſimi penelli in riguardo della forza dell'acqua, che li viene a percuotere, ed a' vortici, che a loro pregiudizio poſſono andarſi eccitando. In oltre, non ſempre i penelli ſi fanno con palificate, ma ſovvente anco di muro, e di macigni diſpoſti in linee, e che vengono a formare una ſpecie di traverſa a i fiumi, e queſti, come aſſai facilmente può comprenderſi, poſſono reſiſtere ben diverſamente di quello far poſſono le palificate. Sarà dunque opportuno di avvanzare le conſiderazioni ancora ſopra di queſti, per ridurre poſcia il tutto poſſibilmente all' uſo, ch' è quanto ricerca il ben Pubblico, ed eſigge la buona direzione delle acque. Si eſaminerà dunque ne' numeri ſeguenti quanto appartiene alle reſiſtenze de' ſolidi o ſciolti, o collegati aſſieme co' quali ſi difendono le rive de' fiumi, e ſi conſidereranno in oltre le reſiſtenze di qualunque ſorte di palificata, come pure ſi ponderera la forza di que' ripari, che per eſſer compoſti e di palificate, e di macigni, ſi potranno chiamare ripari *miſti*.

X X X I.

Lemma. Sia una leva AD convertibile intorno all'appoggio A, ed a queſta ſiano applicate due potenze, la prima che la

prema

prema secondo AL, ma con difforme grado di forza, di modo che questa abbia un *massimo* in A, ed un *minimo* in Z, e resti espressa per la curva MNZ, le di cui ordinate esponghino respettivamente i gradi della forza competente a quel tal punto, sopra di cui insistono. Parimenti il rimanente dalla leva LD venghi spinto in senso contrario, secondo tutta questa lunghezza da un' altra forza, di grado pur variante, applicata come sopra, e che si esponga per la curva GO, che pur abbia un *minimo* DO ed un *massimo* LG. Con le ordinarie regole della Geometria si quadrino le aree di queste curve, e si formino respettivamente due rettangoli PALK, LDIT, che abbino le basi pur respettivamente eguali alle AL, LD, connotanti la lunghezza della leva destinata a ricever le predette impressioni di dette due forze contrarie: Se dal punto ove il lato PK taglia la curva MNZ si lascierà cadere NB, questa equivalerà alla forza media, e dinoterà il punto o centro dell'impressione di essa, dimodochè applicando la forza F al punto B, succederà lo stesso, come succedeva per l'azione di tutte le dette forze applicate secondo tutta la lunghezza AL. Tanto accaderà dall' altra parte, quadrando l'area della curva GODL, e formando il rettangolo LTID eguale alla dett' area, mentre dove il lato TI taglierà la curva in H, sarà questo il punto, da cui cadendo la perpendicolare CH alla leva AD esprimerà la forza media, e la potenza E applicata normalmente in C, produrrà lo stesso effetto, quando sia eguale alla CH, come l'intiera forza applicata alla LD. Facendosi dunque come la potenza F alla potenza E, così la distanza AC alla distanza AB, resteranno esse due potenze in equilibrio, e per poco che si accresca o il momento della potenza E, oppure la distanza AC, resteranno esse potenze sbilanciate, e potrà la E superare la F.

Cap. X.

Tav. VI. Fig. 4.

XXXII.

Riducendo la proposizione alla meccanica della resistenza che far possono i pali piantati ne' fondi de' fiumi e canali per la costruzione de' penelli, paradori, o qualunque altr' opera posta a difesa delle rive, intendasi DA tutta l'altezza di esso palo, fitto in terra fino in L, cioè per tutta la LA, onde la LD sia l'altezza dell' acqua che lo viene ad urtare da X in C secondo la direzione XC, quando esso palo fosse tutto sott' acqua.

Tav. VI. Fig. 5.

 E per-

CAP. X. E perche le impressioni dell' acqua sopra di LD si sforzano di levarlo dal perpendicolo ed abbatterlo, nè quando ciò succedesse potendosi effettuare senza ch' egli descriva un arco intorno al centro A, questo punto per tanto potrà concepirsi come una specie di appoggio, e tutta la lunghezza del palo, come una leva convertibile intorno di questo centro A, ch' è il caso del Lemma del numero precedente. La resistenza del terreno, e l'azione dell' acqua vengono a formare le due potenze applicate in senso contrario; consiste la resistenza nel doversi superare la tenacità del terreno, ed il peso del medesimo, il quale riesce maggiore, più che al punto A si accosta, ma quivi il moto è nullo o insensibile, e maggiore a misura dello avvicinarsi al punto L, ove è massimo, per rapporto alla tenacità e peso predetti, ma quivi gionto il peso del terreno è nullo o insensibile; restano per tanto dal più al meno bilanciate in modo queste resistenze, che la curva che le potrà esprimere sarà piuttosto la *l*N*m*, che la LNM; qualunque però sia questa, dinoti la BN la resistenza *media* ritrovata come nel numero precedente, e la forza *media* dell' acqua sia HC, seguirà, che le azioni attiva e passiva di queste potenze saranno perfettamente eguali alla reazione delle medesime, ogni qualvolta si verifichi l'analogia delle distanze reciproche dall' appoggio A, e saranno maggiori, o minori tutte le volte che si varieranno le dette distanze, e perchè conficcandosi di più il palo, crescono le resistenze, ed il punto B centro di esse, più si viene ad accostare al centro A, ne segue, che più resisterà alla corrente un palo, che un altro, purchè il primo sia più fitto del secondo; e nella stessa maniera, variandosi l'altezza dell' acqua DL, senza che resti alterata la fittura LA, si verrà a render o più debole, o più forte la resistenza per essere svelto; dal che ne nasce, che quanto maggiormente il palo resterà sopra terra, ed avrà maggior spazio da esser percosso dall'acqua, rimarrà esso con maggior debolezza, e sarà con altrettanta facilità dalla forza dell' acqua abbatturo; e per lo contrario, quanto maggiormente sarà piantato sotto terra, ed avrà meno altezza esposta alla correntia dell' acqua, avrà egli maggior forza da resistere ad esser smosso dal suo luogo.

I pali

XXXIII.

Tav. VI. Fig. 6.

I pali EL, CD, MQ, fiano conficcati nel terreno della fponda o fondo di un fiume YY. fino in L; D; Q; e l'acqua corrente da R verfo K abbia l'altezza IZ; il palo CD fia piantato perpendicolarmente al corfo del fiume, e gli altri due EL, MQ obliquamente; fi ricerca, fuppofta egual fittura de' medefimi pali nella fteffa tenacità di terreno, e che per confeguenza abbino effi una egual refiftenza, quali impreffioni fiano per ricevere dall' impeto dell'acqua; Conducafi la AB perpendicolare al palo CD, e facciafi quefta eguale alla velocità *media* dell'acqua; dipoi alla medefima AB fi conduchino parallele, ed eguali le GF, PN; La prima al palo EL; la feconda al palo MQ, efprimeranno effe pure le velocità *medie*, con le quali la detta acqua viene a ferire ancora quefti pali obliquamente piantati; da' punti F, ed N s'inalzino le perpendicolari a' pali FH; NO; e da' punti G; P; le parallele all' afse degli fteffi pali, GH; PO; dinoteranno le HF, ON le velocità refpettive, con le quali dall'acqua corrente vengono percoffi i pali EL, MQ, e gl'impeti che produrranno faranno come i quadrati di HF; ON, onde refta manifefto, che il palo perpendicolare CD deve reggere all'impeto di AB, e che fe la di lui fittura foffe di minor momento di detta forza, verrebbe egli abbattuto; ma gli altri pali obliqui non devono reggere che agli impeti delle HF, ON, minori di GF o PN o AB; quindi le impreffioni fatte fopra pali egualmente piantati in terreno, ma variamente inclinati, faranno come i quadrati del feno dell'inclinazione de' pali, rifpetto al corfo, dell'acqua, effendochè HF è il feno dell'angolo HGF eguale all'angolo KTZ, intendendofi però le impreffioni proporzionali alle forze dell'acqua, ed effa forza proporzionale all'impeto.

XXXIV.

Coroll. Quindi ne deriva ricever minor impreffione dall'acqua i pali obliquamente piantati, che i perpendicolarmente fitti alla corrente purchè fi concepifca che quefta, urtato che abbia, poffa iftantaneamente fottrarfi, e dar luogo alla fopraveniente, nè a quefta formar impedimento alcuno; al che può effere che alludeffe il Montanari, quando preferiva alle palificate a piombo, le inclinate con i pali ficcati come EL, conofcendole come più refiftenti e valevoli ad impedire la produzione de' vortici tan-

CAP. X. tanto dannosi alla consistenza delle rive di ogni fiume: Ben è vero che l' impedire i vortici dipende da altre cagioni, oltre l'allegata delle impressioni oblique; forsi uno de' maggiori vantaggi di tali palificate sarebbe quello della facilità, che avrebbe l'acqua di sottrarsi dall' urto, dopo seguita la percossa. Può anco dirsi che intanto i pali fitti obliquamente siano di maggior resistenza, inquanto che volendosi muovere un palo così piantato, non solamente bisogna superare la resistenza nata dalla tenacità del terreno, ma ancora il peso di quella materia, che giace sopra del palo, e premuto lo tiene. Ma la difficoltà maggiore a chi volesse servirsi di simili ripari, sarebbe circa al modo di piantarli, conciosiacchè dovendosi ficcare i pali a forza di percussioni fatte da un grave cadente dentro certo regolatore di legno, sarebbero desse assai più languide, se questo grave cader dovesse per un piano inclinato, piuttosto che a piombo, ciò nonostante una maggior gravità, che si desse al peso del battipalo, potrebbe in qualche modo supplire all'esigenza, quando tali difese si volessero da taluno piantare. Il Montanari predetto, come quello, che ben conobbe la difficoltà di piantar i pali inclinati talmente, ch'essi e stessero testa con testa, e fossero sì lunghi, che attesa l'obliquità del conficcarli, pur anco riuscissero a quell' altezza, che fosse necessaria a difesa delle rive, pensò ad un'altra foggia di riparo, che lo stesso effetto producesse, mediante certi Tavoloni da esser collocati in declive sopra due o tre linee di basse palificate piantate a piombo. Se ne espresse chiaramente in quella sua erudita egualmente, che dotta Scrittura esibita a Venezia per l' affare del Sile ne' termini seguenti al §. *Vengo hora all'intestatura* ec. verso il fine. *Del resto quanto al far penello, che ajuti l'acque a voltarsi nell'imboccatura, io per mio riverentissimo senso ne farei poco caso, in riguardo non tanto della difficoltà di praticarlo in que' fondi sì grandi, perchè questa non è insuperabile, quanto perchè ogni volta che sia chiusa l'intestatura, l'acque da se volteranno verso dove troveranno la strada, ma stimo bensì conferente l'armare di buoni tavoloni a scarpa la riva del Taglio nuovo appresso l'imboccatura con pali sotto l' armatura per maggior fortezza ed appoggio delle tavole, essendo questo il luogo, che sarà più esposto alle correnti, e per mio senso in questa piegatura questa armatura di tavole a scarpa alle rive opposte alle correnti è il più sicuro difensivo, che possa applicarsi.* Così il Montanari: Vuole dunque nel fiume LM per opporsi alla corrosione

AG,

AG, dopo piantata la palificata alta quanto fosse il bisogno, GHIK, ed un'altra sotto dell'estremità CD formarvi sopra in declive il Tavolato BCDA da esser ben assicurato sopra de' travi, che si scorgono da G in A, qual Tavolato ogni qualvolta riuscisse troppo lungo si potrà interrompere con un filo FE, collocato però in modo che niun ostacolo faccia al corso dell'acqua; Si è in questa figura lasciato senza tavoloni da BA fino in F perchè si veda l'orditura interna. Veramente la proposizione, che io sappia, non è stata posta in uso, sembra per altro ella assai ragionevole almeno ne' fiumi di non molta violenza, quando però l' estremità CED possa restar immersa sott' acqua in maniera che non lasci battere il vivo del corso ne' pali posti a piombo, che la sostengono.

CAP. X. TAV. VI. Fig. 7.

X X X V.

Se ad un palo BFED fitto per l'altezza ED nel terreno NM, ne sarà piantato un'altro contiguo ed eguale ad esso nella medesima linea della direzione dell'acqua, cosicchè resti dal primo coperto, nè riceva l' urto di essa, e s'intenda che ogni punto del primo della linea di sua superficie tirata dall' alto al basso tocchi ogni punto omologo della linea dell'altro, che pur dovrà esser egualmente fitto, se l'acqua urterà nel primo BD, restando come si è detto il secondo AC coperto, diventerà la resistenza di BD doppia di quello era prima: conciossiachè questo secondo palo facendo l'ufizio d'appoggio del primo, verrà desso a premerlo appunto per quanta è l'impressione dell' acqua, onde il residuo fra l'impressione e la resistenza sarà eguale, e nel primo e nel secondo; ma questo residuo è appunto ciò, che resiste all' acqua. Se dunque si uniranno assieme questi due residui eguali, si avrà l'intiera resistenza, o forza contraria, con cui il palo BD resiste al corso dell' acqua equivalente al doppio della forza, con cui resisterebbe, se il detto palo BD, fosse solo.

TAV. VI. Fig. 8.

X X X V I.

Coroll. Dal che procede, che moltiplicando l'impianto de' pali nel modo sopradetto, cioè uno contiguo all' altro, si verrà a raddoppiare le resistenze a misura del numero di pali, contuttociò le condizioni che si ricercano sono troppo precise, perchè reggano in effetto alla pratica, sì per quello riguarda il piantarli egual-

CAP. X.

gualmente, al che si contrappone e la varia qualità del terreno, e la deforme grossezza de' pali medesimi, sì per quello spetta al contatto, che si suppone quasi perfetto, anzi perchè la proposizione si debba verificare, conviene talmente concepirli uno presso dell'altro, che senza considerare il cedere, che le loro parti vicendevolmente possono fare, deve ciascuna porzione del palo BD spinta che sia, premere sopra del palo AC, come se i due pali fossero un solo corpo continovo, cose quasi tutte impossibili a ridursi all'atto pratico.

XXXVII.

TAV. VI. Fig. 9.

Per fortificare il palo AC confitto nel fondo di un fiume per l' altezza DC, con l' acqua alta come DK, si usa talvolta di piantare un altro palo BL obliquamente al primo, di modo che inestato in B col primo non possi AC mediante questo appoggio cedere all'impeto dell' acqua proveniente secondo la direzione VK, senza che ceder anco non debba esso palo LB, chiamato nel Polesine specialmente, *Orbone*. Esprima GE parallela al pelo dell'acqua VI, la velocità della stessa per urtare in queste resistenze; si conduchi GF parallela al palo HB, ed FE a questo perpendicolare, le quali s'incontreranno nel punto F, sarà la FE la velocità dell' acqua per ismuovere LB dal suo sito o pure, ch'è lo stesso, sarà la velocità relativa dell'acqua, con cui essa può far impressione contro il detto appoggio BL. La GF dinoterà la resistenza per non cedere, che ha esso palo secondo la direzione HB, ogni qualvolta cedendo AC all' impulso di VK, si venisse AC ad inclinare verso le parti G. Perchè dunque l'azione dev' esser eguale alla reazione, però GE rappresenterà non solameute la velocità, che ha l' acqua sopra di questo palo, ma ancora, come si è detto, la precisa resistenza, che viene ad esser impiegata dall'appoggio BL per non cedere. Essa GE si risolve, come è noto, nelle due laterali GF, FE, e la FE dinota la resistenza, che impiega per non esser smosso dal suo sito secondo la FE, e la GF quella di non cedere secondo la HB, che è quella, che dipende dalla tenacità del terreno, in cui sta fisso il palo, che opera appunto in senso contrario a questa forza GF, resta per tanto manifesto, quanto fu proposto.

Per-

XXXVIII.

Perchè poscia non è così facile l'assicurare i pali così obliquamente piantati, sicchè non restino deboli, ed esposti a cedere all'impressione, che vi può fare AC, pressato dall'incessante urto dell'acqua, pertanto in pratica vi si supplisce coll'impianto di alcune punte di pali o terrasicoli PL, PL uno per parte dell'*orbone*; questi conficcati perpendicolarmente verso la punta L, a qualche distanza però da questa, viene poi raccomandato a' medesimi col mezzo ancora di qualche palo trasversale, che riduce esso *orbone* come in una morsa, accrescendosi con tal modo di molto il di lui resistere, e per conseguenza rimane sempre più assicurato il palo AC. Senza un tal ripiego ne' gran corsi dell' acqua, nel caso principalmente di doversi chiudere qualche rotta, o intestar qualche ramo di fiume, non potrebbe forsi l'arte superar l'impeto dell'acqua: La principal attenzione deve essere nel ben innestare la testa B nel palo AC, e nel ben assicurare con i terrasicoli PL, la positura dell' *orbone*.

XXXIX.

E perchè molto può contribuire alla sussistenza del palo AC il preciso sito dell'immorsatura B, vi sono da fare alcune considerazioni per determinare il punto più congruo, onde ottenerla. Il palo AC fitto che sia sotto il fondo del fiume per la profondità DC, essendo spinto dall'acqua per tutta l'altezza DK, viene nel caso di esser sostentato dall'appoggio BL a fare l'ufficio di una leva con due appoggi, uno in D e l'altro in K, e la potenza verrà a riuscire nel centro dell'azione che sia v. gr. in Z. E' manifesto che avvicinando noi l' appoggio B al Z, minor impressione potrà fare l'acqua sopra di AC; cosicchè, se in parità di circostanze potessimo far cadere B in Z, allora si resisterebbe nella più forte maniera possibile da LB, alla detta impressione fatta sopra di AC, ma ciò eseguir non si potrebbe senza render più breve FE ed accrescere GF, vale a dire, senza diminuire la resistenza che ha BL per cedere secondo la direzione BL, aumentandosi per altro la forza di resistere all'esser levato secondo la direzione FE, ma ricercandosi, perchè succeda l'equilibrio, che resti molto conficcato e s'interni nel terreno L, se l'angolo in H riesce troppo ottuso, di modo che la punta di BL, benchè molto si figesse, non anderebbe gran fatto sotto del fondo, quindi

TAV. VI. Fig. 9.

CAP. X. riuſcirebbe pur anco debole l'azione di queſto appoggio, onde ſarà ſempre maggior vantaggio, che la teſta B ſia in qualche diſtanza da Z, perchè l'impianto dell'*orbone* poſſa riuſcire più forte, ed incirca, ſe il triangolo CBR averà i lati CB, CR eguali, o il CR non molto maggiore di CB, riuſcirà il palo AC a ſufficienza fiancheggiato dall'*orbone* LB, ilchè ſi può dimoſtrare nel modo che ſegue. Sia BK il palo fitto; LB l' orbone, e ſiano condotte CB, CL, cioè la prima perpendicolare al palo, e CL normale a queſta. La forza di LB ſi riſolve nelle due BC, CL, delle quali la prima BC fa che BL non poſſa eſſer levato e dimori immobile nel punto L. La CL impediſce che BL non ſi profondi di vantaggio. Tutte queſte azioni ſono neceſſarie perchè conſervi la di lui poſizione: dunque ſarà allora reſiſtente quanto più potrà, quando la ſomma di queſte ſarà la più grande: ma ciò ſuccede quando CL, ſarà eguale a CB, cioè quando l'angolo LBK, ſarà ſemiretto. Dunque ec.

TAV. VI. Fig. 10.

X L.

In altro modo ancora vengono da taluni collocati i pali di appoggio oltre della poſitura predetta. Sia l'argine di un fiume NLMK, il fondo di eſſo fiume KD, il palo ficcato verticalmente AO, e ne ſia un'altro EB aſſicurato nell'alto dell'argine in modo, che la di lui punta E rieſca più alta della teſta, ed immorſatura B riſpetto al pelo del fiume, come eſprime la figura. Eſponendoſi come nel numero XXXVII. la velocità dell'acqua per la GI, dinoterà il quadrato della IH l'impreſſione, che queſto appoggio riceve dall'impulſo che gli fa AO preſſato dal conato de'filamenti acquei, ed il quadrato di GH rimarcherà la reſiſtenza che gli fa il terreno dell'argine, perchè non venghi dalla preſſione di AO ulteriormente ſpinto a conficcarſi ſecondo la direzione FE, e venghi ſmoſſo per conſeguenza dall'appoggiare con tutta la ſua forza il palo verticale AO. Si potrebbe anche dire, che EB reſiſte a due movimenti uno verticale e l'altro orizzontale; La reſiſtenza per l' uno e per l'altro è proporzionale, e alla tenacità dell'argine, e alla quantità della materia, che ſi dee muovere, in movendoſi EB. Preſcindendo dunque dalla robuſtezza ed inclinazione di queſto palo, medianti le quali ſenza rifletter ad altre circoſtanze pare che poſſi dare gli ſteſſi vantaggi dell' *orbone*, conſideratoſi al numero XXXVII. e ſeguenti, rieſce queſto

TAV. VI. Fig. 11.

sto assai inferiore di forza al primo, ed in qualche incontro anche dannoso all'argine, mentre oltre alla difficoltà, che s'incontra nel piantarlo nella detta positura, ed alla minor resistenza, che ha sempre il terreno dell'argine rispetto a quello del fondo del fiume, accade, che non adoperandosi questa sorte di appoggi, se non dove l'argine è soggetto alla corrosione, ed ove l'acqua vi striscia col suo filone, ne proviene, che da qualunque leggier ostacolo possa essa venir posta in vortici, scalzando il palo AO, e debilitandolo in modo, sicchè anche il palo EB pochissima difesa vaglia a prestare, ed anzi smovendosi dal suo sito AO, e seco traendo EB, sarà per debilitare anco l'argine. Se EB fosse collocato orizontalmente, resisterebbe egli con la forza assoluta GI, e l'argine, cadendo la punta E più verso la base di esso, meno sarebbe tormentato, ed ancor meno se fosse talmente l'appoggio inchinato, cosicchè la punta E fosse più verso la superficie del fiume della testa B, ed allora sarebbe più l'ufizio di *orbone*, che di *contena*, come chiamano i pratici questo appoggio. Altro difetto, e questo considerabilissimo, ritiene questa difesa, ed è, che restando impiantato il palo FE, dove l'acqua vi arriva rare volte, asciuttandosi l'argine, rimane la punta FE così debolmente assicurata dalla terra, che a poco o nulla può servire; resta pertanto da concludere imperfetti essere questi appoggi, e tanto più esserlo, quanto che il loro impianto riesce più alto dell'orizonte dell'acqua.

CAP. X.

X L I.

Per resistenza di un corpo solido, si vuol intendere in questo luogo, quella, con cui regge per non esser infranto da una potenza, fitto che egli sia immobilmente in un altro corpo infinitamente più resistente di esso, come se in grazia di esempio il palo BC sia piantato in C, in maniera che non possa da alcuna forza esser svelto secondo la direzione CB, bensì rotto fra C e B da una potenza applicata in B, ovvero anche in qualche altro punto fra B, ed A, come sarebbe dal peso P, che mediante la girella D sforzi BC in modo però da non poterlo spezzare, nè meno far crollare allorchè esso peso P venga accresciuto. Sia dunque per supposizione il peso P in perfetto equilibrio con la resistenza di BC, si potrà esso peso P talmente accrescere, cosicchè venghi il palo smosso o rotto fra C e B. Con

TAV. VI. Fig. 12.

CAP. X. lo ſperimento adunque ſi indaghi qual peſo o forza ſia neceſsaria perchè CB ſia reſo inutile, attaccata che foſse la fune DB al centro della reſiſtenza, e rilevata la quantità di queſto peſo così accreſciuto ſi verrà in cognizione, nota che ſia la velocità ed altezza dell'acqua, del grado della reſiſtenza, che ſarà per fare il palo, conficcato ad una nota profondità. Per dedurre poſcia il momento delle collegazioni de' corpi, data che ſia la legge delle reſiſtenze, ſarà aſsai facile il rilevare la diformità delle medeſime a miſura delle groſſezze de' corpi in quiſtione; generalmente ſi può ſtabilire ne' corpi omogenei di materia, e ſimili di figura, che creſcano le forze del reſiſtere, o decreſcano nella ragione de' cubi de' diametri di eſſi corpi, quando la potenza venghi applicata in egual diſtanza dall'appoggio.

XLII.

TAV. VI. Fig. 13. Altra ſorta di forze per reſiſtere poſſono avere i ſolidi, oltre quella, che può naſcere dal proprio peſo. Sia il ſolido CIKD liſcio nella di lui ſuperficie CD, a queſto vi ſopraſti un'altro ſolido AGHB, che reſti unito al primo mediante un perno di ferro o di qualunque altro metallo EF; Sia da inveſtigarſi il momento della di lui coerenza, per potervi contraporre una forza valevole ad iſvellerlo; ciò può effettuarſi in due maniere, o eſtraendolo ſecondo la direzione dell'aſſe del perno FE, oppure obbliquamente a queſto traendolo: Se nel primo caſo, converrà impiegarvi tutta quella forza, che vaglia a ſuperare l'adeſione o coerenza della ſuperficie di eſſo chiodo più il peſo aſsoluto di GB, cioè la forza dovrà ſuperare tutto il momento di eſſa adeſione e del peſo aſsoluto predetto; ma dovendo levare GB dal ſito in cui poſa, ſarà di meſtieri impiegarvi una forza capace di ſuperare non ſolamente tutta la reſiſtenza del perno per eſser ſpezzato, ma ancora l'adeſione fatta dal ſolido GB ſopra del piano CD, la quale varia ſecondo che la ſcabrizie dei due piani combaciantiſi è maggiore, o minore; e detta forza verrà pure diverſificata a norma dell'applicazione, che di eſsa verrà fatta con direzione o parallela, o obliqua a' corpi da muoverſi e da ſpezzarſi. Se niun perno vi foſse, le oſservazioni dell'Amontons, regiſtrate negli Atti dell'Accademia delle Scienze per l'anno 1699 moſtrano, che le reſiſtenze di un corpo, che con uno de' ſuoi piani ſtriſcii ſopra di un altro, ſiano a un di preſso in ragio-

ne

ne di un terzo della compressione che nasce dal loro peso assoluto, niente contando l' estesa più o meno della superficie combaciante: ogni qualvolta dunque si unischino questi due solidi mediante il detto perno o chiodo, valerà lo stesso, come se di peso molto maggiore divenisse il solido comprimente GB, cosichè ritrovando un peso equivalente a tutta la tenacità, con cui stanno uniti, sarà d'uopo per svellerli o smoverli, non solamente vincere la resistenza del perno o chiodo, ma ancora di superare un terzo del peso di quello, che gravita sopra dell' inferiore.

XLIII.

Corollario. E' manifesto da ciò il grande incremento di forza, che vengono ad acquistare i pali collegati assieme, quando siano uniti con chiodi di ferro, o cavicchj ben forti di legno. Egli è ben però vero, che per isvellere queste collegazioni applicandosi le potenze col mezzo di qualche specie di leva; come fa v. g. l' acqua in urtando e percotendo una palificata, se il centro della resistenza verrà a riuscire in qualche sensibile distanza dal centro ove viene applicata la forza, in tal caso, crescendo assai la potenza predetta, ha uopo la resistenza di cedere con assai meno di difficoltà di quello sarebbe, se la medesima potenza venisse applicata immediatamente al sito della fittura de' pali.

XLIV.

Scolio. Se dunque l' unione de' pali, medianti le traverse e catene, serve ad accrescer a' ripari le resistenze, e renderli più forti, ne proviene, che quanto più saranno queste, più difficilmente resteranno sconcertati dall' azione dell' acqua; quando però abbiasi da operare contro di un corso di questa molto gagliardo, non potranno bastare le semplici palificate, qualor queste a guisa di penelli si estendino verso il filone del fiume, ma converrà raddoppiarle ed anco triplicarle, col piantar due o tre linee di pali parallele, indi intersecarle con traverse, ed accompagnarle con chiavi, avvertendo di assicurar ogni palo con un chiodo proporzionato alla chiave medesima. Se il palo si rimane molto sopra acqua ed esposto in conseguenza, specialmente ne' crescimenti del fiume, a soffrir molto dalla stessa, si come si è detto al numero XXXII di questo, si potrà replicare un

CAP. X. un altra chiave che leghi più sotto della prima i pali, e li renda più forti; dipoi farà ogni cinque o sei passi da interfecar, come si è accennato, le dette linee di palificate con catene immorsate nelle chiavi, e con ciò tanto più gagliardamente resisteranno, quando siano assicurate da chioderie ne' luoghi opportuni, ed in tal modo la palificata verrà a restar divisa, come in tante casse, le quali poscia dovranno esser riempite di qualche materia grave, perchè il riparo non solamente resisti per esser ben piantato nel terreno del fondo, e ben concatenato con chiavi e catene, ma ancora per il peso de' materiali delle casse predette, del che si dirà quando caderà la considerazione sopra i varj generi di ripari, che si possono usare contro le acque correnti.

X L V.

Sono state fin ora considerate le resistenze che provengono da' ripari, che nelle acque correnti si fanno, col mezzo delle palificate, cioè a dire, coll' accrescer queste forze, e servirsi delle più alte fitture di pali, e delle collegazioni, che possono loro darsi con le catene, chiavi, e chioderie. Si considererà adesso quelle altre difese, che si fanno coll' uso de' corpi gravi, il momento de' quali venga a riuscire maggiore delle forze, che imprimer vi possa l' acqua corrente. Sia il corpo parallelipipedo ACDEFG, e siano proposte le due linee N ed M, ch' esprimino la ragione del peso di questo corpo al peso di un altro simile e della medesima materia composto KLQPOHI, ovvero, ch' è lo stesso, che siano come la mole del primo alla mole del secondo. A norma dunque che o l'altezza, o la larghezza, o la lunghezza del corpo HQ s'intenderanno variarsi, ne risulteranno ancora le varie grandezze in mole, che potrà avere esso corpo, quando secondo l'ipotesi abbia sempre a conservare la ragione di M ad N. Poniamo data la sola KL, oltre le dimensioni pur date del corpo CF; Se fra gli asintoti ba, ae sarà descritta l'iperbola cf tale, che fatta ad quarta proporzionale alle N; M, e all'altezza del corpo dato DE, come pure la $dc = ab$ quarta proporzionale alla data KL larghezza della base del corpo, di cui la mole si ricerca, alla larghezza CD del dato corpo, ed all' altezza di esso AC, esprimeranno le due ae, ef respettivamente la profondità ricercata del corpo LQ, e la di lui altezza LI. Perchè dunque per la natura dell' iperbola sono eguali i due

TAV. VII. Fig. 1.

Fig. 2.

rettan-

rettangoli $ad \times dc$; $ae \times ef$, ed ad eguale per la costruzione a $\frac{DE \times M}{N}$ e $dc = \frac{DB \times CD}{KL}$ sarà l'egualità $\frac{DE \times M}{N} \times \frac{DB \times CD}{KL} = ae \times fe$, ovvero risolvendo in analogia sarà $ae \times fe \times KL$. $DB \times CD \times DE$ :: $M.N$; il che &c.

XLVI.

Corollario. Ma la proporzione della base AD del solido dato alla base HL del solido ritrovato sarà come il rettangolo fatto da N in ae, ovvero LQ al rettangolo di $M \times DE$, come ricavasi dall'analogia del numero precedente.

XLVII.

Avendosi poi a considerare che l'impressione dell'acqua contro di questi corpi, non può farsi sopra di tutta la superficie de' medesimi, ma solamente in alcuna delle faccie, siano queste le basi ABCD, HILK, e siano esse talmente collocate, cosicchè ricevino il corso dell'acqua da questa sola parte, e strisci poi il rimanente parallela a BF, IP, restando coperte e difese le faccie GFE, OPQ; Si supponga conosciuta la velocità che fa impressione sopra di AD e chiamisi u, e s'intenda precisamente quanto basta per non ismoverlo, cosichè accresciuta per alcun poco, possa restar asportato. Sia la velocità che si cerca, e ch'è destinata a far impressione sopra dell'altro solido V, all' asse ae col parametro ai eguale alla quarta proporzionale fra il rettangolo $M \times DE$; il quadrato della data velocità u ed N, sia descritta la parabola agb, e condotte le ordinate dg, eb esprimenti la prima, la data velocità u, e l'altra la ricercata V; questi due corpi riceveranno dall' acqua corrente una eguale impressione; mentre per la natura della parabola essendo $VV.\ uu :: ae.\ \frac{DE \times M}{N}$, ed aggiongendo il commune rettangolo o base ACDB, sarà $VV.\ uu \times ACDB :: ae.\ \frac{DE \times M}{N} \times ACDB$. onde l'equazione $VV \times \frac{DE \times M}{N} \times ACDB = ae \times ACDB \times uu$,

TAV. VII. Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 1. 2

ovve-

CAP. X. ovvero $VV \times \frac{DE \times M}{N} \times \frac{ACDB}{ae} = ACDB \times uu$, ma $\frac{DE \times M}{N} \times \frac{ACDB}{ae} = \frac{DE \times M}{N} \times \frac{BD \times CD}{ae} = KL \times LI$ per il numero antecedente; dunque sarà $VV \times KL \times LI = ACDB \times uu$, cioè il quadrato della respettiva velocità nella base HL sarà eguale al quadrato della respettiva velocità nella base AD, ma secondo a' principj della Statica, queste quantità vagliono l'impressione, adunque saranno desse eguali in ambidue i corpi, come erasi proposto.

XLVIII.

Ma se fosse data la base HL, e fosse da trovarsi la sola altezza del corpo LQ, poste le stesse cose, diventa il problema assai più semplice, mentre fatto $Kl = N$ ed $lm = M$, e poste queste linee fra di loro in qualsivoglia angolo Klm, prolungata Kn si faccia eguale alla quarta proporzionale fra DE, la base AD, e la base HL; dipoi condotta per i punti Km la retta Kmp, se dal punto n si condurrà parallela a lm la np, sarà questa eguale alla ricercata altezza LQ. Indi sopra questa linea come asse col parametro no eguale alla quarta proporzionale fra il rettangolo $M \times DE$, il quadrato della data velocità u ed N ovvero Kl; sia descritta la parabola nq, sarà l'ordinata pq quella, ch'esprimerà la ricercata velocità V. Perchè dunque il quadrato pq è eguale al rettangolo $np \times no$, e per la similitudine de' triangoli Klm, Knp, essendo $nl. \; lm :: Kn. \; np$, sarà Kn direttamente come il rettangolo di $Kl \times np$, e reciprocamente come lm, dunque essendo no eguale per la costruzione al quadrato della data velocità u, e Kl direttamente, e reciprocamente come il rettangolo di $lm \times DE$, sarà il quadrato di pq eguale direttamente al quadrato di $u \times Kn$, e reciprocamente a DE, ovvero sarà il quadrato di $pq \times DE$ eguale al quadrato di $u \times Kn$, e moltiplicando l'una e l'altra parte con la base AD, sarà il quadrato di pq nella base $AD \times DE$ eguale al quadrato di u nella base $AD \times Kn$, ma per la costruzione $HL. \; AD :: DE. \; Kn$, adunque la base HL è eguale direttamente alla base $AD \times DE$, e reciprocamente a Kn, e pertanto il quadrato di pq nella base HL sarà eguale al quadrato di u nella base AD, dunque le impressioni,

TAV. VII. Fig. 1. 3.

ni, per i principj della Statica saranno eguali. Che poi li solidi siano fra di loro come N ad M, e per conseguenza come K*n* a *np* si raccoglie, perchè essendo per i triangoli simili K*l*. *lm* :: N. M :: K*n*. *np*, ed essendo K*n* eguale al solido CF direttamente, ed alla base KI reciprocamente, sarà N. M :: CF solid: KP solid: essendo *np* l'altezza LQ; lo che era da dimostrarsi.

CAP. X.

XLIX.

Corollario. Come che dunque molto più crescono le abscisse delle sopradette parabole esprimenti l'altezza del solido LP, di quello crescono le ordinate corrispondenti delle medesime parabole, esprimenti le velocità, aumentandosi queste in ragione delle radici de' quadrati delle ordinate, dove quelle crescono come le stesse abscisse; quindi si comprende quanto più crescer si debba la mole di un solido per resistere all'impeto dell' acqua nella data ragione di altro solido dato, di quello crescer debba la velocità della medesima acqua per asportarlo.

L.

Penda un grave F dal filo AF, e sia di tal peso che immerso nell' acqua corrente, la violenza di questa lo possa far declinare dal perpendicolo, e ridurlo nella positura AG, tenendosi sempre fermo ed immobile il centro A. Si conduchino nel quadrante FAC, oltre i raggi AC, AF, le due DG, GB parallele respettivamente a' detti raggi, e dal punto F s' inalzi la tangente FE, che resti tagliata in E dal raggio AG prodotto, dipoi all'asse FE vertice F e parametro eguale alla FA equivalente all'unità, si descriva la parabola conica FK, ed in questa si tiri l'ordinata KE dal punto cioè dell' intersecazione che fa la secante AE colla tangente FE, come pure si produchi GB indefinitamente verso N, se si taglierà BN eguale a KE, e così ogni altra respettivamente nello spazio AC, si potrà per tutti i punti N così ritrovati descrivere la curva AN, che si chiamerà delle velocità competenti a' sostentamenti del grave pendolo per tutti i punti del quadrante. Questa curva avrà il suo principio nel punto A, e un asintoto CO parallelo ad FA. Perche per la natura della parabola FK il quadrato di KE è eguale al rettangolo di AF in FE, sarà anche KE in dimezzata ragione di FE; ma per il numero III. del Capitolo V, la dimezzata ragione di

TAV. VII. Fig. 4.

CAP. X. FE esprime la velocità, con cui l'acqua sostiene il grave nel sito G, adunque la EK, o la di lei eguale BN rappresenterà la velocità ricercata, e così ogni altra ordinata respettivamente: In oltre, perchè nel punto F la FE diventa nulla, sarà ivi pur nulla anco l'ordinata KE, e per tanto la curva AN avrà il suo principio nel punto A. Parimenti perchè la tangente dell'angolo retto è infinita, non intersecando la secante se non dopo una infinita distanza, però anche la EK rispondente a tal tangente, sarà infinita, come altresì la BN, che diventa in tal caso CO; il che tutto era da dimostrarsi.

L I.

Per determinarsi il seno dell' angolo d' inclinazione per tutti i diversi pesi possibili de' gravi conformati in palla, conosciuto che sia uno di essi, intendasi GI esprimere il peso assoluto della palla; se dal punto I alla GE si condurrà la normale IH, rappresenterà questa il peso relativo di detta palla nel sito G per discendere verso di F. Si produchi, se sia d' uopo la GD in P, e si faccia GP eguale a KE ovvero BN, è manifesto, che la velocità assoluta PG, condotta che sia la PQ perpendicolare alla AG, sarà risolta nelle due laterali PQ, QG, delle quali la PQ è quella che direttamente resiste al peso della palla, o sia al di lei conato HI, e la QG distende e fa impressione sopra del filo AG. Dovrà dunque esservi l' equilibrio fra HI ed il quadrato di questa relativa velocità PQ, essendo che le forze stanno appunto, secondo le leggi della Statica, come i quadrati delle velocità. Sarà perciò il seno retto dell'angolo d' inclinazione FAG in ragione dimezzata della differenza de' quadrati fra il raggio AF ed il peso assoluto GI: conciosiacosachè i triangoli simili GIH, ed ADG danno $IH = \frac{GI \times AB}{AF}$, e i triangoli pur simili GAD, GPQ, danno $PQ = \frac{AD \times GP}{AG}$ sarà $PQ^2 = \frac{AD^2 \times GP^2}{AG^2}$, e per tanto sarà l'egualità $\frac{AD^2 \times GP^2}{AG} = GI \times AB$. (essendo $AG = FA$) oppure $GI \times AB = \left(\frac{AD^2}{AG} \times BN^2\right) = \frac{AD^2 \times FE}{AG}$, ma FE per i simili triangoli ADG, AFE è egua-

eguale a $\frac{AF \times AB}{AD}$, adunque $GI \times AB = \left(\frac{AD^2}{AG} \times \frac{AF \times AB}{AD}\right)$ CAP. X.

$AD \times AB$. e però $GI = AD = \sqrt{AG^2 - AB^2}$, onde $GI^2 = AG^2 - AB^2$ ed $AB = \sqrt{AG^2 - GI^2}$ come erasi proposto.

LII.

Corollario I. Ne deriva da ciò non mai potersi bilanciare queste palle, se i seni de' complementi degli angoli d'inclinazione non sono eguali a quelle quantità ch' esprimono i pesi assoluti delle medesime palle.

LIII.

Corollario II. E perchè $GI = AD$, saranno le gravità specifiche de' corpi immersi mediante un filo nelle acque correnti, rispettivamente come i seni de' complementi degli angoli d'inclinazione; e per l'opposto, immersi corpi di varia gravità specifica, i seni de' complementi de' medesimi angoli d' inclinazione rappresenteranno le dette gravità specifiche; onde ecco una nuova maniera per aversi queste gravità nella dottrina delle galleggianti.

LIV.

Scolio I. Egli è ben vero, che l'esperimento che quì si accenna d'immergere con un filo un corpo grave, non potrebbe aver luogo, per dare di quanto si cerca un vero lume, che o nelle acque che corressero velocissimamente, o allorquando i corpi immersi non guari superassero la gravità specifica dell'acqua; le quali condizioni mancando, i corpi sospesi non si moverebbero sensibilmente dal loro perpendicolo, maggiore essendo il loro conato per resistere, che la velocità dell'acqua per asportarli fuori del piombo. Per ridurre la cosa all'uso che si siamo prefissi, sia dunque la palla, che d'immergere s'intende di una gravità, che poco superi quella dell'acqua, e dicasi questa m, e la gravità specifica di un altro corpo noto sia n. Sia il seno verso dell' angolo d' inclinazione fatto dalla palla, la di cui gravità specifica $m = AD$; linea che sarà nota nelle parti del raggio AF supposto 100000; Data dunque la proporzione di m ad n, sarà $\frac{n \times AD}{m}$ la quantità nelle parti del raggio che sarà resistenza alla

TAV. VII. Fig. 4.

CAP. X. velocità dell'acqua. Sia per esempio *m. n* :: *6. 7*, e l'angolo DAG sia di gradi 35, onde AD = 81899 delle 100000, sarà AD per la gravità di *n*, *95549*, che però il seno retto corrispondente sarà di gradi 17. 10′, e tanto declinerebbe il pendolo dalla perpendicolare, quando la palla fosse della gravità specifica come *n*. Sia adesso *m. n* :: *6. 8*, sarà la palla che avesse la gravità specifica *n* equivalente a parti *109197*, che superando le 100000 di parti *9197*, con tante parti di più, quante sono le *9197*, potrebbe resistere alla violenza dell'acqua, vale a dire, non solamente questo tal corpo non sarebbe smosso dalla perpendicolare, ma per ismoverlo vi si ricercherebbe ancora tutte le dette parti residue.

L V.

Scolio II. Nota dunque che sia la proporzione della gravità della palla dello strumento, che serve per indagare le velocità, alla gravità di qualunque altro corpo, è facile il rilevarsi i gradi della di lui resistenza, quando le moli sieno eguali. Noi chiameremo ne' corpi assai più gravi in specie dell'acqua l'*eccesso*, tutto quello che hanno oltre le parti 100000, nelle quali s'intende diviso il raggio, e che bastano per resistere a tutti i *conati* che può far quel dato corso di acqua per allontanarlo dal perpendicolo. Per trovare adesso all'accrescersi la mole di questo corpo, quanto maggior *eccesso* acquisterebbe, converrà ridurre prima la palla, che si suppone formata della materia più resistente, in una figura simile all'altro corpo maggiore che si vuol immergere, che a maggior facilità potrebbe esser un parallelipipedo, avvertendo di ridur la base che riceve l'acqua, eguale di area alla base del nuovo prisma da formarsi, e questo corpo riceverà gli stessi urti dall'acqua, come la palla; sarà poi, secondo a quanto si è detto al numero XLV di questo, da rilevare in qual proporzione stiano le resistenze di entrambi, avute le quali si faccia come la resistenza della palla ridotta in prisma, al prisma omogeneo maggiore di cui cercasi l'*eccesso*, così il valore nelle parti del raggio, trovato per la palla, al quarto proporzionale; da cui se si leverà le parti 100000, sarà il residuo l'*eccesso* ricercato del corpo maggiore, il qual *eccesso*, secondo le osservazioni dell'*Amontons* registrate nell'anno *1699* degli Atti dell'Accademia Reale delle Scienze, dovrà esser accresciuto da un terzo di tutto il di lui peso, essendo che non sospeso

nell'

nell'acqua, ma s'intende venir esso collocato sopra una superficie piana ed orizontale, o quasi orizontale, e che per conseguenza per esser trasportato resiste ancora per un terzo in circa del di lui peso, che quivi ritiene, quindi l'*eccesso* del grave sarà come il quarto proporzionale suddetto più il terzo di tutto il peso di quel tal corpo, e dicendo questo eccesso F, la proporzione della gravità, o delle ordinate della parabola espresse al numero XLV. e seguenti di questo, facendosi come r al s, ed r sia la minore, s la maggiore, sarà $F = \frac{r}{s} \times \frac{ny}{m} + \frac{t}{3}$, quando t sia il peso che ha nell'acqua il grave, di cui si cerca l'*eccesso* dal che resta manifesto con quanta forza resistino i corpi, che siano molto gravi, quando venghino opposti alla correntia delle acque.

L V I.

Per ridurre la Teorica forse troppo astratta all'uso, ed alla pratica, esamineremo in concreto la resistenza de' ripari nella maniera più facile, che sia possibile: Per ottener ciò s' intenda ogni riparo conformato in un parallelipipedo, e quando non lo fosse realmente si potrà da ogni anche mezzanamente versato nella Geometria de' solidi, ridurre ogni corpo alla predetta forma, e ciò a motivo di facilitare il calcolo, e render più chiara la materia: ma perchè difficilmente si potrebbe venir a capo di ciò, che si desidera, considerando assolutamente le forze delle resistenze e dell'acqua, perciò si riduca la quistione ad investigare solamente le relative; Sia dunque in primo luogo da trovare un corpo omogeneo parallelipipedo, che collocato in una corrente di acqua non possa da questa venir asportato, o, ch'è lo stesso, qual peso e mole debba egli avere, perchè in un dato moto dell' acqua non venghi asportato, bensì per pochissimo che venghi sminuito il di lui peso, possa dalla corrente esser mosso, con che sarà la quistione ridotta a cercare l'equilibrio fra il peso che resiste, e la forza dell'acqua che spinge ed urta. Si prenda un corpo della forma predetta ed omogeneo in ogni sua parte componente, che sia talmente o accresciuto o scemato di peso, senza però mai alterarne la di lui figura, e talmente collocato a qualche sito dell'altezza di una sezione di un fiume, che vaglia a resistere al corso, ma o mutato per un insensibile spazio di sito, o pure variato benchè insensibilmente di peso rimanga smos-

lo

CAP. X.

TAV. VII. Fig. 5.

so dal suo luogo, durando per tanto un tal equilibrio, si avrà la maniera di conoscere la resistenza e la forza, e di ridurre al calcolo e l' una e l' altra. Sia un picciolo parallelipipedo BM di materia omogenea, e della stessa o diversa, di cui si formano i ripari, ma per maggior facilità poniamo della medesima, sia rivolto con una delle sue faccie FGM al corso dell' acqua, restando le due laterali parallele alla direzione della medesima, e s'intendi in oltre con la sua base EM ben appoggiato o al fondo, o a qualche piano equivalente, e venghi talmente collocato nella sezione di un fiume, di modo che abbia le sopradette condizioni: All'asse AE s'intenda descritta una parabola ADC, e si prolunghino le IB, HE sino in D e C, cosicchè DB, CE siano due ordinate di questa parabola. Perchè poi il peso di questo corpo diverso è in aria, e diverso in acqua, dicasi la ragione della gravità di lui specifica m, quella dell'acqua n, e si faccia $m . n :: \text{solid. BM}\ \frac{n \times \text{sol. BM}}{m}$, e questa quarta proporzionale esprimerà il peso di altrettanta acqua, quanta è la mole del solido, il di cui peso nell'acqua sarà eguale alla differenza del solido BM, e della detta quarta proporzionale, cioè $\text{sol. BM} - \frac{n\ \text{sol. BM}}{m} = \frac{m-n}{m}\ \text{sol. BM}$. Ma per le osservazioni dell'Amontons a causa della compressione, che esso peso fa al soggetto fondo, deve pur anco resistere per un terzo di detto suo peso, però tutto il momento sarà $\frac{m-n}{m}\ \text{sol. BM} + \frac{1}{3}\ \text{sol. BM} = \frac{4m-3n}{3m}\ \text{sol. BM}$. Il momento della forza dell'acqua e come il quadrato della velocità della stessa moltiplicato nella base del solido, supposto che fluisca normale al piano BIHE, e perchè la velocità che urta nel solido è come l'aggregato di tutte le ordinate, che occupano lo spazio DBEC, e questo spazio per la quadratura della parabola è eguale a $\frac{2}{3} CE \times AE - \frac{2}{3} DB \times BA$, e perciò

$$\overline{\tfrac{4}{9} CE^2 \times AE^2 - \tfrac{8}{9} CE \times AE \times DB \times AB + \tfrac{4}{9} DB^2 \times AB^2} \times BH =$$

$$\frac{4m-3n}{3m}\ \text{sol. BM} = \frac{4m-3n}{3m} \times BH \times HM \text{ cioè } \frac{4m-3n}{m} \times HM$$

$$= \frac{4 AE^3 - 8 AE\sqrt{AE} \times 2 AB\sqrt{AB} + 4 AB^3}{3}.$$

Per

LVII.

Per facilità del calcolo onde determinare le predette resistenze sia AE $= p$, AB $= x$, HE $= t$, HM $= r$, sarà dunque per il numero di sopra $\frac{4m - 3n}{m} \times r = \frac{4 \times \overline{p^3 + x^3 - 8px\sqrt{px}}}{3}$ ovvero $\frac{4m - 3n}{m} \times rt = \frac{4t}{3} \times \overline{p^3 + x^3 - 2px\sqrt{px}}$, e dicendosi $rt = P$ sarà ancora $P = \frac{4tm}{12m - 9n} \times \overline{p^3 + x^3 - 2px\sqrt{px}} = t \times \frac{4m}{12m - 9n} \times \overline{p^3 + x^3 - 2px\sqrt{px}}$. Per esempio sia AE $= p = 180$, AB $= x = 175$, HE $= t = 3$, $m = 2$, $n = 1$, sarà, fatto il calcolo, $P = 283800$, cosicchè accrescendosi benchè insensibilmente il momento dell'acqua corrente, o scemandosi nello stesso modo la resistenza del peso, sarebbe questo asportato.

LVIII.

Sia un reale riparo, omogeneo però di materia al grave con cui si è supposto fatto lo sperimento registrato al numero LVI. di questo, qual riparo non sarà difficile, data la di lui mole a conformarlo in un prisma di simile figura con quello dello sperimento; Si figuri poi l'acqua corrente ridotta alla sua massima altezza ed impeto per conseguenza, e perchè in tal caso saranno mutate le quantità x, p, t rimanendo solo invariate le m ed n, però a norma di esse riducendo la formola del numero precedente in numeri, se questi equivaleranno alla quarta proporzionale con il peso del primo grave dello sperimento, col peso del riparo, e col numero ritrovato per il detto sperimento, tal riparo sarà in equilibrio con la forza precisamente, se sarà minore sarà asportato, se maggiore resisterà, e di quanto questa sarà maggiore, tanto sarà l'eccesso, che avrà per resistere, secondo a quanto è stato detto al numero LV. di questo Capitolo.

LIX.

Scolio. Facendosi $p = 300$, $x = 50$, $t = 200$, e la proporzione del peso dello sperimento al peso del riparo, sia come 1 al 2000,

2000, avrebbesi la formola $\frac{4tm}{12m-9n} \times \sqrt{p^3 + x^3 - 2px\sqrt{px}}$ ridotta in numeri 1138133333, ma l'analogia de' pesi porta 1. 2000 :: 283800. 567600000, ch'è minore della sopraddetta resistenza di parti 570533333, tal riparo però resisterebbe ad ogni urto del fiume, come quello che avrebbe di eccesso sopra dell' equilibrio alla forza della corrente il numero soprapposto 570533333.

L X.

Abbenchè in due corpi gravi eguali in mole, ma che uno sia composto di molti altri piccoli, e l'altro di un solo, immersi che siano nell'acqua corrente, il peso assoluto, e la resistenza che hanno nel contatto del fondo sia eguale in entrambi, nientedimeno ben diverso riesce il loro momento per resistere all' impeto dell'acqua, avvegnacchè nel corpo diviso, tutti gli strati delle di lui parti, a misura del variarsi della velocità nell'altezza viva, ricevono diverso impulso, e resistono a misura del peso sovraincombente, che loro rimane: dove nel corpo indiviso, abbenchè in tutti i punti riceva una diversa impressione, nientedimeno vi è un solo centro di azione e di reazione, dove nel diviso tutte le parti componenti possono esser considerate con i loro centri particolari di azione e contraazione, quindi per opporsi con la maggior forza all' impeto dell'acqua, devesi sempre prescegliere i corpi più grandi, piuttosto che i più minuti, abbenchè siano della medesima materia; così la terra abbenchè gettata sparsa in un gran corso d'acqua, non mai prenderebbe piede, come chi opponesse a questo medesimo corso un argine di semplice terra non punto legata o rassodata non lo renderebbe fermo e consistente, bensì posta la detta terra in volpare, in gabbioni, o in qualsivoglia altro modo unita, resisterà alla correntìa, e gettata così raccolta, e ristretta nel corso dell'acqua, appena resterà mossa fuori del piombo ove sarà lasciata cadere, e maggior piede vi prenderà allora principalmente quando con una qualche palificata venisse assicurato il fondamento del detto ammasso di terra, legato come si è detto.

L X I.

Scolio. Chi avesse presi tutti quei sassi e ciotoli della Trebbia, che furono adoperati a formar i prismi per i moli della Città

tà di Piacenza, e li avesse gettati nel Pò nel sito medesimo di essi moli, con l'idea di obbligar quel fiume a non internarsi di più con le corrosioni, con le quali si avanzava verso di quella Città, avrebbe questi del tutto gettato il tempo, ma i medesimi ciotoli e sassi legati con buona calce, e ridotti di una giusta mole, si sono potuti gettare nella corrente di esso Pò senza pericolo, che ne venissero asportati, ed hanno stabilito tre moli di tal solidità e consistenza, che tutto l'impeto di quel fiume Reale, nulla li può offendere. Da un somigliante principio nasce la buona riuscita che apportano le Volpare, che con molto frutto si adoprano nell'Adige nello stato Veneto. Non sono desse altro, che alcune zolle di terra, legate con paglia o fieno, o altra poco differente materia, che sia capace di tenerla unita assieme, e di formare una spezie di prisma lungo in circa due piedi, alto uno, ma di figura accedente al rotondo e bislunga: con le zolle, o con la semplice terra e creta non potrebbe già assicurarsi il piede dell'arginatura, e molto meno empirsi le casse delle palificate, che servono per chiuder le rotte, essendochè l'acqua correndovi con grande precipizio il tutto porterebbe via, ma con le Volpare si empiono agevolmente i cassari delle palificate, onde va poi crescendo l'argine malgrado la violenza del corso dell'acqua, e la rotta si chiude, come si esporrà nel Capitolo seguente. Sopra i pubblici lidi di Venezia sono stati da me introdotti e moli, ed argini di marmo d' Istria legato con calce e pozzolana, di modo che dove il sasso benchè di gran mole regger non poteva all'urto del mare, adesso in tal modo legato dura a fronte di ogni burrasca, ed a suo tempo quel circondario sarà ridotto del tutto impenetrabile ed eterno, come eterna è quella Metropoli che da detti lidi viene divisa dal mare, e custodita.

L X I I.

Vincenzio Viviani nell'erudito discorso che indrizza al Gran-Duca di Toscana Cosimo III. intorno *al difendersi da' riempimenti, e dalle corrosioni de' fiumi* a c. 50, dove parla del sasso sciolto, e de' cantoni fatti dalla natura, e posti per difesa dell'intacco delle rive, dice così: *Siccome in quel sito dove si pon quel cantone, o quel sasso di cava non si trova pur uno fra que' millioni di sassi stativi condotti dalle piene, che sia del peso di alcun di que' che vi si portano apposta, così, non avendo esse piene avuto tanto vigore, e forza di naturalmente condurvene, come l'aveva-*

CAP. X. *no avuto, ed anche maggiore, allora che del medesimo, e di maggior peso di man in mano, se ne sgravarono più, e più alto nel medesimo letto di Arno, non la potranno aver nè meno per ismuovere, sollevare, e condur più lontano quelle moli, di peso tanto superiore, trasportate quivi dall'arte*; e più sopra a c. 47, *ed i quali sassi sieno di forma non rotonda, ma affacciata e ruspa, e di peso assolutamente maggiore di quello delle massime parti della materia, che la corrente di massima forza può condur quivi, dove esso riparo si forma, è bastante a contrastare, ed a resistere alla gravezza, e rapidità di questo elemento, anzi a domarlo, a vincerlo, ed a fugarlo* ec. Dal qual sensato discorso pare, che seguir debba, che la forza assoluta delle acque correnti si possa desumere dalle materie, che lasciano qua e là per l'alveo, mentre non le potendo più oltre far avanzare, è segno manifesto, che il massimo della velocità viene misurato dal peso di quella tal materia, con cui resiste ad esser ulteriormente promossa avanti, le quali cose essendo così, resterebbe agevolmente noto qual peso, e qual mole si potesse porre in un dato fiume di conosciute forze, per deludere e rintuzzare ogni di lui conato, ed in tal modo quanto è stato esposto a' numeri LVI., e LVII. di questo, circa allo sperimento da praticarsi per indagare qual resistenza vi voglia per i ripari, sarebbe sufficiente per aversi questa cognizione, mentre basterebbe pesare alcuno di que' ciotoli, per dedursi poscia le conseguenze ivi ricavate; ma per niente dissimulare sembra che la proposizione del Viviani debba nel fatto de' fiumi restar soggetta a molte eccezioni, per le quali spesse volte non si possa venir in cognizione del peso, che si dovesse opporre al corso dell'acqua per formare una sufficiente resistenza: conciosiacosache se fosse assolutamente vero, che il peso delle materie già deposte nelle piene dei fiumi, fosse l'indice delle loro massime forze, seguir ne dovrebbe, che da quel termine in giù ogni anche picciol sasso, o altra poca mole resistesse al corso dell'acqua, e che potesse servire per la materia, di cui comporre un riparo, che a resister valesse in quella guisa, che resistono i corpi di maggior mole, nelle parti superiori del medesimo fiume, onde nel Pò v. gr. essendo che a Piacenza arrivano i sassi portati in esso Pò dalla Trebbia della grandezza di mezzo piede incirca, nè più oltre si avanzano, adunque di questi a Cremona, ch'è più inferiore di sito di Piacenza, ove la forza del fiume benchè in piena mai li trasporta, si potrebbe ergere un riparo egualmente resistente, che un altro fatto a Piacenza, o in altro sito più superio-

rio-

riore, il qual riparo fosse composto di parti di mole molto maggiore, con tutto ciò, se di questi sassi deposti dal Pò nel suo fondo dirimpetto a Piacenza si pretendesse di formar a Cremona un penello o molo, sarebbe subito rovesciato dalla forza dell'acqua, anzi in faccia di Piacenza per fermar i ripari stabilmente, si è dovuto dei detti sassi di Trebbia legati con buona calce formar i prismi triangolari di una lunghezza ciascheduno di 3 piedi, ed alti un piede; della qual mole di sasso non ne conduce il Pò, in alcun luogo, fuori delle Montagne. Nè meno ben s'intende, come mai se i sassi deposti qua e là lungo l'alveo del fiume, fossero la misura della forza di esso, perchè negli stessi siti vi si arrestassero, e sassi molto più piccioli, e fino le sabbie più minute, che finalmente formano dapertutto il vero letto de' fiumi, almeno fuori de' monti; e pure se la proposizione della massima forza si verificasse contro de' ciotoli più grossi, dovrebbe con altrettanto di energia scaricarsi contro de' più minuti, ed asportarli più oltre, e dovrebbe dirsi che o le velocità ne' fiumi, ove non portano che la sola belletta, fossero insensibili rispetto a quelle, ove il fiume porta e ghiaie e sassi, o che ogni debolissimo peso, là ove è portata solamente la belletta, fosse valevole ad opporsi alla forza dell'acqua, e ad impedire i disordini, ma non verificandosi nè l'uno, nè l'altro, ragion vuole, che si resti persuasi, non esser il peso delle materie deposte l'indice del massimo grado della forza de' fiumi, benchè considerata in piena, ma doversi desumer questo dalla combinazione di molte altre circostanze.

L X I I I.

Chi però farà le dovute distinzioni fra i fiumi temporanei, e Reali, troverà poter sussistere la proposizione del Viviani, e le nostre antecedenti. Sono i primi quelli, che correndo per ordinario fra monti, ricevono dal pendio ben grande di questi le acque, che si vanno unendo frà dossi, e rialti, onde e in un momento per così dire riempiono l'alveo del recipiente, e vi corrono con un impeto più dovuto ad un grave, che discenda per un piano inclinato, che ad un fluido, che tosto si riduce all'egualità del moto, che però abbenchè quelle acque descendenti non fossero capaci di portar seco i grossi sassi, nientedimeno lo sono per scalzar i medesimi dalla terra, ove stanno fitti, quindi fatti liberi, ogni poco impulso di più, che vi dia l'acqua, spinti dal proprio peso, ed ajutati dalla declività del terreno passano nel fiume, che ormai

CAP. X.

reso gonfio dalle acque, e che ritiene un pendio di qualche piede per ogni centinaio di pertiche, vanno ruzzolando allo ingiù, nè prima si fermano, che succeda l'equilibrio fra la velocità dell'acque, e le resistenze nate dal loro peso, dalla minorazione del declivio del letto e dall'accidentale intoppo, che va succedendo fra i medesimi sassi, oltre ai movimenti irregolari, che vengono promossi dalla loro disforme superficie più o meno scabra e ruspa; onde in questi siti, note che siano tutte le dette cose, può benissimo arguirsi il massimo grado di forza dal massimo peso, portato dal fiume, ma dove questi va perdendo quel sensibile declivio, e che comincia ad entrare nelle Campagne piane col proprio alveo, la cosa quivi passa altrimenti, mentre o sia per l'ingresso di nuovi influenti, o per l'altezza del corpo, che può acquistar l'acqua, abbenchè possa avere un momento pari a quello che aveva, là dove pur anco conduceva i sassi, nientedimeno arrestati più superiormente da alcune delle circostanze predette, resta l'alveo più a basso libero dai medesimi sassi, e ghiaie, non per deficienza di forza per condurli, ma per mancanza dei medesimi materiali, fermati già di sopra.

In fatti chi mai crederebbe che nel Pò a Crespino non vi fosse velocità da portar della ghiaja, che si ferma a Piacenza, che non è di maggior mole come è stato detto ne' sassi, che la compongono di un mezzo piede incirca? Un altra essenzialissima circostanza nasce dalla costituzione in cui si trovano i fiumi Reali e perenni a fronte de' temporanei, ed è, che come questi hanno il loro fondo regolatissimo, e condotto, se all'occhio si crede, in una linea retta, i primi lo hanno irregolarissimo. Esempio ne siano, tutti quei Torrenti, che usciti fuori delle Montagne, s'incamminano verso le pianure meno inclinate all'orizonte, avvegnacchè se questi, come loro frequentemente accade, rimangono senz'acqua, o per rotte o perchè manchi di sopra, o si perda fra la terra, si vedono col fondo spianato ed assai regolare sopra la di loro cadente; io osservai il Reno, quando del 1717 aveva aperte e correvano le due Rotte alla di lui destra Panfilia e Cremona, poco superiormente a S. Agostino, e lo vidi col letto, che ivi è in sabbia, spianatissimo. Lo stesso potei osservare ne' Torrenti del Friuli, Tagliamento, Celline e Torre. Per l'opposto i fiumi grandi e perenni hanno il fondo irregolarissimo, cioè ripieno di ridossi, vasche e gorghi molto profondi; Il Pò più di ogni altro fiume ne fornisce l'esempio, avendolo ritrovato noi nelle visite solenni in esso praticate col

mez-

mezzo de' ſcandagli col fondo al maggior ſegno irregolare, cioè in ſiti eſcavato in voragini; in altri rialzato in gran doſſi; e tale è la diverſità che corre fra fiume e fiume, e per conſeguenza tali le cagioni che realmente impediſcono il libero avanzarſi, che far dovrebbero i ſaſſi, ſenza che poſſino reſtar ſpinti dalla forza dell' acqua, ove, tolte le dette reſiſtenze, ſarebbero promoſſi.

LXIV.

Non eſſendo per tanto ſicura la regola ſopradetta per ſtabilire adeguatamente di qual ponderoſità abbiano ad eſſer i ripari, per reſiſtere ſecondo all'eſigenza alla forza dell'acqua, ſarebbe quì da ricercare qual legge vi poteſſe eſſere per ottenere con morale ſicurezza il ſopradetto fine; ma comecchè per ſtabilir queſta vi ſi ricerca la combinazione di tante e tante circoſtanze, così non potendoſi queſte ſufficientemente determinare, non ſi può nè meno fiſſar la legge di eſſe reſiſtenze; dovrà baſtare per altro all'Ingegnere, di ſaper diſtinguere la forza de' fiumi ne' varj ſiti del loro alveo, eſſendocchè ben diverſa è la loro energia ove corrono in ghiaja, ed ove camminano in pura ſabbia, e con pochiſſimo declivio: molto differenti perciò dovranno eſſer i ripari da porre in uſo anche nello ſteſſo fiume a miſura cioè della varietà de' fenomeni, che emergono nel di lui alveo, nella di lui portata e declivio; Se opererà ove il fiume porta la ghiaja, dovrà di queſta unirne in priſmi o cantoni di lunghezza di due ſino a tre piedi, e di altezza un piede in circa, formandone o penelli, o muraglioni, a miſura ch'è chiamato dal biſogno dell'operare, o per volger l' acqua, o per reſiſter all' intacco di una qualche corroſione; ſe il fiume in quel tal ſito arriva a portare col ſuo corſo delle pietre aſſai groſſe, non baſteranno per oſtargli i detti cantoni ſciolti, ma bensì ſi avranno a collegare col mezzo di palificate diviſe in caſſe. Finalmente ſe il fiume corre in pura ſabbia, o anche in ſemplice belletta, come accade ne' ſiti aſſai vicini al mare; in queſto caſo vi ſi reſiſterà coll'uſo delle Volpare, quando però queſte ſiano di una ſufficiente mole, ben legate, e formate di buona terra, ovvero con i gabbioni; ma circa alla diverſità de' ripari da praticarſi in varj ſiti de' fiumi, e ſecondo le diverſità degli accidenti, punto eſenziale in materia dell' acque correnti, ſi eſaminerà nel ſeguente Capitolo, deſtinato alla pratica delle diſeſe de' fiumi, e regolamento del loro corſo.

CAPI-

CAPITOLO UNDECIMO.

Delle corrosioni de' Fiumi; delle Rotte, che si aprono negli argini de' medesimi; e de' ripari da porsi in opera per impedirle, ed accadute per prenderle e sanarle.

I.

Un fiume quanto più lentamente cammina, tanto più con uniformità di moto progrediscono i di lui acquei filamenti tanto nel mezzo, che verso le sponde, di modo che appena si distinguerà il filone o spirito dell'acqua, dal corso ch'ella avrà accosto delle rive; si ricava ciò dall'osservazione dal pari e dal raziocinio, conciosiacosachè il ritardo de' filamenti predetti verso le sponde nascendo dalla resistenza che queste vi fanno, quanto maggiore sarà il moto dell'acqua, tanto più opereranno le dette resistenze, i gradi delle quali, come ben sanno i Statici, crescono come i quadrati delle velocità; dimodochè dove queste sono minime, minime saranno pure le reazioni: così per l'opposto, se si considererà un fiume di molta velocità dotato, riuscirà molto sensibile il moto del di lui filone rispetto al moto de' filamenti laterali, e più vicini alle rive. Se dunque vi fosse tal fiume, che ristretto fra le sue sponde rapidamente corresse nel mezzo, ed assai lentamente alle rive, questi ogniqualvolta si venisse a dilatare in modo, che seguisse in esso un sensibile ritardamento del detto filone, acquisterebbero i laterali filamenti tal moto, onde tutte le parti egualmente, almeno al senso, si movessero; quindi resta manifesto, che poco o nulla contro dell' acqua operando le resistenze, altro non risentirebbero le sponde, che il peso dell' acqua, e pur che fossero valevoli a contenerla, sarebbero sufficienti ad impedire ogni loro squarciamento, anche quando esse sponde fossero superiori di livello alle Campagne aggiacenti. E per l'opposto, ove sensibile è il divario fra il corso del filone, ed il moto de' filamenti laterali, le resistenze delle sponde dovranno contr' operare gagliardamente, come il loro ufizio non è che di reazione contro la for-

za dell'acqua ch'esse devono sostenere, e precisamente con quel grado, che levano alla velocità del fiume; comechè poi esse resistenze si oppongono in senso contrario alla direzione perpendicolare, che partendo dal filone viene a riuscire al punto, di cui si parla; però questo non solamente dovrà sostenere il peso dell' acqua del fiume, ma esser superiore di momento ancora a questi *conati* laterali, formati dall'acqua impedita nel proprio corso: e questo è il modo col quale vengono sforzati gli argini a cedere, oltre il naturale peso dell' acqua, e quando si prenda il moto del filone come un *moto libero*, e che non risenta delle resistenze delle sponde, si averà da un tal dato, il modo di ridurre a calcolo il valore di detto *conato* perpendicolare, che si pratica contro di esse sponde, che vincer devono per non essere squarciate.

I I.

Corollario. Da ciò nasce, che le sezioni de' fiumi a misura, che sono più veloci nel filone, meno sieno immuni dalle resistenze, senza che l'accelerazione del corso possa supplire al bisogno, sicchè il fiume non gonfj nelle parti superiori: indizio ben sarebbe del non esser desse ritardate, se egualmente tutti i filamenti dell' acqua si movessero; ed allora l'altezza viva dell' acqua nelle sezioni superiori nulla si aumenterebbe per la resistenza delle sponde, e gli argini nulla, oltre il gravame che loro recasse il solo peso delle acque, risentirebbero.

I I I.

Se un fiume di sponde parallele AC, ZF, le di cui velocità orizontali venghino espresse per l'area BCDEF, il filone per RD, le minime velocità laterali per BC, FE, e l'altezza viva dell' acqua per BI, si debba allargare di maniera, che facendo la riva KL parallela alla ZF, succeda di passare per le sezioni di questo eguali quantità di acqua in egual tempo, e con velocità per tutta la larghezza così dilatata costante ed eguale alla massima RD del fiume più ristretto. Sia dunque BI altezza viva della sezione $= A$, BF sua larghezza $= L$, CDE scala delle velocità, di cui l'area LV (chiamando V la sua velocità); RD la velocità massima $= W$; l'altezza ricercata nell' alveo dilatato $= a$; e la sua larghezza parimenti da trovarsi $= l$; Per tanto, secondo l'ipotesi, sarà l' equazione $LVA = alW$. ovve-

TAV. VII. Fig. 6.

ro

ro $\frac{ALV}{W} = al$. Si conduchi nell'angolo semi-retto ABS la retta BSK; indi si faccia AV ovvero BT $= \frac{AV}{W}$, e si descriva l'iperbola OV tra gli asintoti BG, BI, sarà qualunque KG la larghezza ricercata = BG e GO ovvero BQ l'altezza pur ricercata, e per la natura dell'iperbola sarà OG×GB=VA×AB, onde a qualunque larghezza BL corrisponderà l'altezza BQ, perchè segua il corso con la detta velocità massima RD per tutta la detta larghezza.

I V.

Corollario. Generalmente dato un fiume, che corra con le velocità ritardate, la di cui larghezza sia BL, se ve ne sarà un altro di qualunque altra larghezza BF, che cammini con le velocità libere, ed eguali da per tutto alla massima delle ritardate, saranno le altezze vive dell'acqua reciprocamente, come le aree fatte dalle velocità, e dalle larghezze; attesocchè essendo $ALV = alW$ sarà ancora $A. a :: lW. LV$; il che &c.

V.

Riducendo il Problema dall'universale al particolare, si figuri il fiume GBZF coll'acqua alta come BI, il di cui filone RD, ed il cammino meno veloce verso le sponde, come viene dinotato dalla curva delle velocità CDE; supponendo dunque che l'acqua discorrente per il filone RD sia libera, nè risenta in alcuna sua parte la reazione delle sponde; in tal caso è certo, che se le dette sponde fossero sommamente liscie, tutta l'acqua di questo fiume camminerebbe in ogni sito con la velocità massima RD, ciò non ostante, ridotta nel caso delle resistenze allo stato di *permanenza*, tanta quantità ne dovrà passare nella sezione *ritardata*, quanta nella *libera*, dove in questa passerebbe sotto una minore altezza viva; Saranno dunque le BL, BF eguali cioè $L = l$, e perciò $\frac{AV}{W} = a$, vale a dire, che l'altezza ricercata sarà nella ragione diretta di BI, e della velocità del fiume ritardato, e reciproca della massima velocità RD.

Sco-

VI.

Scolio. Sia in grazia di esempio RD velocità massima eguale a 8, e la BI altezza dell'acqua nella sezione ritardata 10; $V = 7$, sarà la BH altezza ricercata eguale a $8\frac{3}{4}$, onde lo scemamento dell'altezza verrà ad essere $\frac{5}{4}$ di un piede, ovvero un piede ed un quarto, e le resistenze saranno sempre proporzionali alli due trilinei misti CND, DEM, determinati dalla tangente alla curva NM del punto D, e dalla produzione di BC, FE in N, M; ovvero facendo che il filone cada appunto nel mezzo della NM, saranno come il doppio dell'area di CND, e tanto avranno di più a resistere gli argini oltre il peso naturale dell'acqua che devono sostenere. Rilevando dunque da' fenomeni la natura della curva CDE, tutto il rimanente si determinerà facilmente. Ma se RD non fosse la massima velocità *libera*, ma risentisse essa pure qualche ritardo dalle resistenze delle sponde; in tal caso l'argine o la riva soffrirebbe maggior impressione di quella, che il calcolo dimostrasse; ciò accade ne' fiumi non molto larghi. Indizio poi che la BD sia la *massima* e *libera*, sarà, se esaminando e riconoscendo i filamenti dell'acqua vicino al filone, saranno essi trovati in qualche numero progredire colla stessa velocità del filone stesso, cioè allor quando la curva termini per qualche spazio sensibile di qua e di là dal punto D nella tangente, oppure che nel detto spazio non declinasse da essa tangente, che insensibilmente.

VII.

Come che un fiume a misura, che si allarga, meno risente delle resistenze delle sponde, così per l'opposto quanto egli si va più facendo stretto, vieppiù le prova; quindi al restringersi degli alvei, devono le sponde restar più tormentate non solamente dal peso dell'acqua, ma ancora dalle pressioni nate per la reazione delle dette resistenze: anzi se il fiume soverchiamente fosse ristretto, anche il filone stesso non potrà a meno di non restare impedito nel *libero* di lui corso: Essendo poscia varia la pressione, che fa l'acqua anche stagnante contro de' lati de' vasi, cosichè più vicino al fondo, sono maggiormente premuti, come si è veduto al numero IX del Capitolo II; Nella stessa maniera succedono gli sfiancamenti dell'acqua corrente contro delle sponde, i quali ove più la velocità è sensibile, più agiscono

CAP. XI. cono contro delle medesime, seguendo in somma da per tutto le leggi della detta velocità; ciò non ostante il tormento maggiore delle sponde non viene prodotto dalle dette potenze, ma bensì dalla corrosione, che riconosce ben altri principj de' sopradetti; per ispiegare i quali è necessario da sapersi, che il filone dell' acqua di sua natura dovrebbe occupar il mezzo del fiume, ma come che per ordinario le acque correnti per poco tratto conservano la rettitudine, così abbenchè paja, che dovessero le curvature obbligar l'acqua a tenersi col proprio corso maggiore verso del mezzo del fiume, ciò non ostante non poco declina questo verso la parte concava della detta curvatura. Sia il fiume ABCFED, che abbia la curvatura BCFE nel fine del tratto dritto AB, DE; Stia il filone GH nel mezzo del fiume: Se dunque in un assegnato tempo l'acqua del filamento GH ha forza di arrivare in I, un altro filamento parallelo al filone, situato più verso la riva AB, come sarebbe ML, non arriverebbe nel medesimo tempo se non in L, percorrendo uno spazio minore del primo. Perchè poi ogni moto di sua natura si fa per linea retta, per quanto si può, quindi tanto GH, che ML continueranno il più che loro sarà possibile, con la direzione GH, nè si accosteranno verso BC, fino a tanto che i filamenti fra AB e GI urtando nella concavità della riva non venghino da questa obbligati a rivolgersi verso K, e così il filone GI passata la sezione BE non più calcherà, come prima faceva, il mezzo del fiume, ma starà più accanto della riva concava BC come in IN. Sbilanciato il filone, ed accostato a BC, deve questa parte risentire maggior pressione della AB, sito in cui per la supposizione, cammina nel mezzo, e quanto più vien pressata la parte BC, altrettanto resta sollevata la EF; ove per ordinario rallentandosi il moto dell' acqua, accadono le deposizioni e le secche, il che serve poi a restringere maggiormente l' alveo, ed a caricare vieppiù la parte opposta BC.

TAV. VII. Fig 7.

VIII.

TAV. VII. Fig. 8.

Nel fiume VZTY corrente da V in Z vi sia su la superficie posta una corda perfettamente flessibile QFAS, raccommandata a due punti fissi Q ed S, si cerca la curvatura di essa corda, o sia la natura della curva QFAS. Sia il filone del fiume NBAC; si conduca BP normale a questo, e sia essa l'asse della

la curva PMN, che rappresenti le velocità superficiali del fiume, cosicchè condotta FMH parallela al filone NBA, sia la MF quella che rappresenti la velocità competente al punto F; prendasi Ff infinitamente picciola porzione della curva ricercata, e si conduchi pure la If infinitamente prossima e parallela alla HMF. Sia FR il raggio del circolo osculatore della ricercata curva nel punto F, e da questo condottasi la tangente FC tagli la BC nel punto C; poscia prolongata la HF in E, di modo che FE sia eguale a MF; dal punto E alla tangente FC si lasci cadere la perpendicolare ED: I triangoli FED, FCB sono simili, sarà perciò FE. ED :: FC. FB, onde ED $= \frac{FE \times FB}{FC}$; ma sono simili anco i triangoli FGf, FCB, adunque sarà ED eguale ancora a $\frac{FG \times FE}{Ff}$: e perchè la forza assoluta di un fluido è come il quadrato della sua velocità, pertanto, se la FE come raggio esprime la stessa velocità, la DE seno dell'angolo d'inclinazione della particella della curva Ff, rispetto alla direzione del fluido, dinoterà col suo quadrato la forza respettiva con cui il detto fluido urta la corda, onde la formola $\frac{FG^2 \times FE^2}{Ff^2}$ valerà questa stessa forza o resistenza; ma secondo a quanto ha dimostrato il Signor Giovanni Bernoulli nel Trattato della *Manœuvre des Vaisseaux* a carte 137, numero IV; la pressione o forza dev' essere reciprocamente proporzionale al raggio della sviluppata della curva in quistione; se dunque FR è questo raggio, sarà $\frac{FG^2 \times FE^2}{Ff^2} = \frac{1}{FR}$ equazione che darà la natura della curva ricercata.

IX.

Sia $AB = x$, $BF = y$, $MF = FE = a$, $BC = \frac{ydx}{dy}$; $PB = b$; $PF = b - y$, $Ff = ds$; sarà $FR = \frac{dyds}{ddx}$, adunque per lo numero antecedente $\frac{uudyy}{dss} = \frac{ddx}{dyds}$ ovvero $uudy^3 = dsddx$; Sia $b - y = u^m$ sarà $\overline{b-y}|^{\frac{2}{m}} = uu$, e sostituendo sarà $\overline{b-y}|^{\frac{2}{m}} dy^3 = ddxds$ (A)

CAP. XI.

Sia $pds = dx$ onde $dpds = ddx$ facendo ds costante e $ppdxx + ppdyy = dxx$, oppure $ppdyy = dxx - ppdxx$ e $dyy = \frac{\overline{1-pp}\,dxx}{pp}$ e $ds = \frac{dx}{p}$, sostituendo però nell' equazione (A) questi ritrovati valori, sarà mutata nella seguente $\overline{b-y}|\ dy \times \frac{\overline{1-pp}\,dxx}{pp} = (dpdss)\ \frac{dp\,dxx}{pp}$ che si riduce a $\overline{b-y}|^{\frac{2}{m}}\ dy = \frac{dp}{1-pp}$, ed integrando $q - \frac{m}{2+m} \times \overline{b-y}|^{\frac{2+m}{m}} = \int \frac{dp}{1-pp}$ in cui q è una quantità costante, e tale sarà l'equazione della curva ricercata.

X.

Scolio. Sia da integrarsi il membro $\int \frac{dp}{1-pp}$ si faccia $1-pp = \frac{1}{nn}$ onde $nn - nnpp = 1$ e $p = \frac{\sqrt{nn-1}}{n}$: sia in oltre $nn-1 = r$, e per tanto $2ndn = dr$, adunque $dp = \frac{dr}{2n\sqrt{r}} - \frac{dn\sqrt{r}}{nn}$, e sostituendo in vece di dr il suo valore $2ndn$, ed in vece di $\sqrt{r}$ il suo $nn-1$, sarà $dp = \frac{dn}{\sqrt{nn-1}} - \frac{dn\sqrt{nn-1}}{nn}$, e finalmente $\frac{dp}{1-pp} = \frac{dn}{\sqrt{nn-1}}$ che dipende dalla quadratura dell'iperbola, da costruirsi nel seguente modo. Nell'iperbola equilatera BDd sia AC $= n = \sqrt{\frac{1}{1-pp}}$; DC $= \sqrt{nn-1} = \sqrt{\frac{pp}{1-pp}}$; AB$=1$; il triangolo ACD $= \frac{n\sqrt{nn-1}}{2}$ ed il suo differenziale sarà $\frac{dn\sqrt{nn-1}}{2} + \frac{nndn}{2\sqrt{nn-1}}$, ed il suo doppio $dn\sqrt{nn-1} + \frac{nndn}{\sqrt{nn-1}}$, ma $dn\sqrt{nn-1}$ vale DCcd, dunque DAd valerà $\frac{nndn}{\sqrt{nn-1}}$; e però

TAV. VII. Fig. 9.

rò $\int \frac{dp}{1-pp} =$ ADC — BDC = al Settore iperbolico ABD , e per tanto $\int \frac{dp}{1-pp} = DAB = q - \frac{m}{2+m} \times \overline{b-y}\Big|^{\frac{2+m}{m}}$; Si chiami DAB$=s$, farà $s = q - \frac{m}{2+m} \times \overline{b-y}\Big|^{\frac{2+m}{m}}$, e finalmente l'ordinata della curva $y = BF = b + \overline{\frac{2+m}{m}} \times \overline{s-q}\Big|^{\frac{2+m}{m}}$, il che era da ritrovarsi. Se dunque si prenderanno le Ff eguali da per tutto, e si determinerà BF eguale alla quantità predetta, si avrà il modo di descrivere la ricercata curva. TAV. VII. Fig. 8.

XI.

Se si supporrà la sponda di un fiume composta di parti omogenee, di una stessa grossezza e collegazione con le vicine ; la forza del fiume scaricandosi sopra di essa non altrimenti , che sopra la corda considerata al num. VIII. di questo , quella tal sponda non prima cesserà di cedere alle impressioni , di quello porti il grado di essa forza , che la verrà a costituire in una figura curva , che non mai sarà ridotta alla sua vera forma , se non allora che la diformità delle impressioni a cagione di essa curvità, sarà ridotta ad incontrare da per tutto le stesse resistenze , ed insomma solamente allora quando averà acquistata la piegatura della corda, di cui di sopra si è parlato, ottenuta la quale , la riva non sarà più intaccata, e così si conserverà fino a tanto che altre circostanze non entrino a frastornare la detta disposizione , ch'è ciò di cui parla il Guglielmini nel Libro della natura de' fiumi al Corollario primo della Prop. 8. del Cap. VI.; Dal che resta poi evidente, che ove cada a percuotere la riva il filone del fiume , ivi debba essere il vertice di questa curva , o sia della corrosione , e che a misura della larghezza del fiume , anche più discosto debba cadere il detto vertice , quindi ne deriva , che i fiumi più grandi abbiano le loro volte o gombiate di maggior ampiezza, di quelle de' minori, ne potersi realmente chiamar corrosioni, quando il filone del fiume non viene a premere la sponda, formando ivi essa corrosione il pro-

proprio

CAP. XI. prio vertice. Egli è pur chiaro ed evidente, che stabilita che sia la corrosione, restando in un perfetto equilibrio le resistenze delle rive con la forza di ciaschedun filamento dell' acqua, dee seguire, che la riva non resti più tormentata nel vertice o centro di azione di quello sia in ciascuna altra parte, ma che da per tutto soffrirà la stessa pressione, nè finalmente si cangerà l' equilibrio fino a tanto che non si cangino le circostanze, o dell' acqua che urta, o delle rive che resistono.

XII.

Pretende il Barattieri al Capo secondo del Libro II. dell' Archittetura delle acque, che essendovi da una parte del fiume una corrosione, e necessariamente dalla parte opposta, la spiaggia o renajo, dovervi esser *due pendenze sopra le quali scorrono le acque, una naturale dal principio del nascimento de' fiumi, sino dove termina dentro del mare, e l'altra accidentale, che è da dove l'alveo è men profondo, cioè a dire dalla spiaggia alla parte, dove si getta la corrosione*, *e questa* (spiegasi egli) *potersi dire accidentale, perchè resta mutabile, secondo si vanno murando gli effetti dei fiumi* ec. Il sentimento dunque dell' Autore si è, che la spiaggia rivolti l'acqua o tutta o parte a caricar il filone, e la riva, che da questo è posta in corrosione, la qual cosa abbenchè possa verificarsi in qualche senso, non può però seguire in riguardo della natura dell'acqua corrente, ma solamente rispetto ad alcune circostanze, che possono alterare il moto del fiume dalla sua origine fino al fine, nè tampoco può succedere secondo le leggi della Statica, avvegnacchè mantenendosi di livello la superficie transversa del fiume da riva a riva, nè mai l'acqua da destra a sinistra passando, non può realmente asserirsi che nella medesima sezione camminar possa l'acqua, parte verso il suo fine, e parte con direzione verso della riva opposta; onde la proposizione del Barattieri per questo capo non si accorderebbe con le leggi del moto delle acque: contuttociò si verifica il di lui sentimento, almeno in parte se non in tutto, ma per conoscerlo è di mestieri prender la cosa da suoi principj, e ben discerner quei accidenti, per i quali succede un tal fenomeno di moto *accidentale*, come lo chiama il detto Autore. Ciò che fa resistenza al corso delle acque, oltre gli accidentali impedimenti di gombiate ed altri ostacoli e resistenze, si è il perpe-

petuo soffregamento, che l'acqua è obbligata a fare e contro le rive, e contro il fondo: Del primo ne abbiamo parlato al numero XVII, e seguenti del Capitolo VII., e del secondo ne parlano l' esperienza e la ragione, come si è esposto a' numeri XIX., e XX. del Capitolo V. Anzi non saprei come meglio spiegare il modo con cui l' onda del mare si rompe sulla spiaggia, se non col mezzo delle resistenze, che l'acqua vi riceve in passando dal maggiore al minor fondo. Più di una volta mi sono curiosamente trattenuto ad osservare la maniera, con la quale il mare infuriato spinge i suoi flutti al lido, ed ho veduto, che non sì tosto l'onda arriva, ove il mare perde il fondo, e comincia la spiaggia sott'acqua, che ess' onda si cangia di forma, ed in vece di conservare la naturale sua rilevatezza sopra della superficie dell' acqua, essa in avanzandosi verso del Lido, più progredisce con le sue parti più alte, che con le più vicine al fondo, di modo che non sostentata l'acqua per il difetto di quella, che più tarda la siegue, cade e strammazza furiosamente dall'alto sull'acqua della spiaggia, e con strepito e fragore genera la spuma, spargendosi poi dilatatamente anche oltre il confine dell'orizonte del mare, procedendo in somma il fenomeno dal non progredire tutto il corpo dell'onda con pari passo nel di lei moto, comecchè questi riesce maggiore in superficie, minore verso del fondo, il che non accadendo per niente ne' luoghi di maggior profondità, chiara cosa è derivar lo sbilancio predetto dalle sole resistenze provenienti dal troppo vicino fondo, vedendosi queste valevoli a rattener di maniera il corso dell' acqua benchè spinta dal vento, che rispetto alla superiore, rimane notabilmente rallentata nel proprio movimento. Può anch'essere, che l'azione del vento non penetrando gran fatto dentro dell'acqua, muova con maggior energia la parte di sopra, con minore quella di sotto.

XIII.

L' acqua corrente di un fiume ha la propria tendenza verso lo sbocco, e desume il suo moto dall' inclinazione che tiene verso del suo recipiente sia poi desso o il mare, o un altro fiume; e sebbene l'acqua del filone cammina più veloce a qualche distanza dalle sponde, viene ciò non ostante regolato il sistema del corso dalla pendenza di tutto il fiume, da altro non nascendo il ritardo

CAP. XI. tardo di una parte sopra dell'altra, che dalle accidentali resistenze dell'alveo nelle rive e nel fondo; Si può nientedimeno dare il caso, che l'acqua viva di una sezione si trovi di sì poca altezza, che le resistenze del fondo estendino la loro azione assai sensibilmente contro tutta l'altezza viva dell'acqua, e queste resistenze possono esser di tal energia, che levino o del tutto, o quasi intieramente il di lei moto progressivo, con cui camminar dovrebbe sempre parallela al filone del fiume, il che quando succedesse uopo avrebbe di starsene o stagnante, o quasi stagnante; ma perchè il filone non ritarda gran fatto il proprio moto, meno certamente risentendo da dette resistenze, però (almeno ne' fiumi reali e molto dilatati) non potrà conservarsi in tale stato di cose l'acqua di livello in tutti i punti della larghezza della sezione, e potrà di qualche linea restar più basso il filone del rimanente di essa sezione, di quell'acqua cioè, che discorre più verso delle rive, e per tanto questa potrà anco esser rivoltata da un tale sbilanciamento verso di esso filone, il quale se per avventura si trova vicino alla riva opposta, verrà la medesima maggiormente caricata coll'accrescersi la di lei corrosione all'aumentarsi di tal forza laterale, che abbenchè non paja camminar direttamente ad investir il filone, nientedimeno nell'obliquità del corso che deve assumere, viene a sospingerlo verso dell'opposta riva; con che resta spiegato il Capitolo, di cui si è detto, del Libro secondo della Parte prima dell'Architettura di acque di esso Barattieri.

XIV.

Ogni fiume in qualsivoglia parte del proprio alveo, fuori de' monti, resta soggetto alle rotte, vale a dire, ad estravasare le sue acque fuori del di lui letto per un'apertura che si fa nelle sponde, ma non ogni rotta succede nella medesima maniera, conciosiacosachè ovvero che i fiumi corrono incassati fino ad una certa altezza de' loro argini, ovvero che questi tengono tutta la loro acqua all'altezza dell'orizonte delle Campagne, oppure che hanno il fondo anche più alto del medesimo orizonte, in tutti e tre i quali casi riescono diverse sì le cause delle rotte, che gli effetti delle medesime. Sia HCFG la sezione di un fiume contenuto fra gli argini HC, GF. L'altezza di una massima piena sia BD, ed AE sia la superficie dell'acqua di esso fiume posto in escrescenza: Si produchi EA indefinitamente verso M, e da

TAV. VII. Fig. 10.

e da queſto punto cada la perpendicolare PM. Sia poi la Campagna o in livello col fondo CF, come SO, o ſuperiore a queſto come RN, o del medeſimo inferiore come TQ, e le cadute reſpettive dell'acqua ſopra di eſſa ſarebbero per tutti e trei caſi, come MO, PM ed MN. E' poi da rifletterſi che in quattro diverſe maniere ſi fanno le rotte, cioè la prima per tracimazione dell' acqua, quando viene più alta del ciglio dell'argine, come ſe arrivaſſe in KL; La ſeconda per l'intacco, che ſi fa dell'argine dalle corroſioni, potendoſi queſti ridurre a ſottigliezza tale da non poter più reggere al peſo dell' acqua, onde ne rimane ſovente aperto. La terza, allora che i ſortummi delle acque, facendoſi aſſai vicini al piede dell'argine, incavernandolo, lo rendono incapace di reggerſi, mancandogli il fondamento; e la quarta finalmente, ſe qualche benchè eſiliſſimo pertuggio ſia o naturalmente, o artificioſamente introdotto nel corpo dell'argine, cioè o prodotto dal marcimento di radici di alberi, ſtati piantati nella groſſezza del riparo, o da Topi che ne traforano, come è lor coſtume, ſotterraneamente il terreno, oppure da qualche triſto e malizioſo, che con trivelle fori a dirittura l'argine ſteſſo. Abbenchè l'effetto della rotta ſia il medeſimo in qualunque modo ſucceda, nientedimeno molto diverſo rieſce il modo, con cui deſse ſi aprono, come ſi anderà eſponendo.

X V.

L'acqua nella ſuperficie benchè corrente di un fiume, ritiene poca forza, coſicchè per vincerla, baſta di opporvi de' piccioli arginelli di terra della groſſezza di due piedi incirca, e talvolta il ſemplice ſolco dell'aratro, fatto lungo l'argine, che ad eſſer tracimato reſta eſpoſto, ſollevando la terra all' altezza di poche once, baſta per trattenere l'acqua, che non trabocchi, nè ciò ſolamente può praticarſi ne' fiumi di piccola portata, ma è in coſtume nello ſteſſo Pò, qualor minaccia di voler ſorpaſſare coll' eſcreſcenza l'argine: un tale sfioramento di acque, abbenchè paja di poca conſiderazione, contuttociò, quando accade, ſlamina l'argine, e dà modo all'acqua di penetrar nel più interno dello ſteſſo, e di facilitare in poco ſpazio di tempo il di lui roveſciamento. Veramente ſul principio del produrſi un tal effetto, miſurandoſi la forza dalla ſola altezza viva IK, rieſce aſſai inſenſibile, ma penetrando l'acqua il cotico, e ſollevandolo in parte, lo riduce ad eſſer facilmente levato, onde corroſo il ciglio dell'

Tav. VII. Fig. 12.

CAP. XI.

argine IH, l'acqua và sempre più acquistando forza, per IN s'incanala, ed a poco a poco resta abbassata la superficie IH. A misura poscia di un tal abbassamento, crescendo l'altezza viva dell'acqua descendente per esso argine, si riduce questo a termine di distruggere e sovvertire ogni difesa che far poteva contro il fiume. A norma che la campagna è più alta, o più bassa rispetto al fondo del fiume cresce di momento la forza dell'acqua in discendendo per lo declive dell'argine INQ, accelerandosi a misura, che dal punto K si va scostando, quindi rendesi valevole a corrodere e scavare in TQ, quando ciò far non potesse in SO, ovvero in BN, e secondo alla corrosione superiore dell' argine, crescendo sempre di momento, va anche crescendo sempre di energia per scavarsi al piede dell'argine una qualche profondità, dal che rendendosi debole vieppiù il fondamento di questo, e l'acqua premendo incessantemente, in breve tempo resta rovesciato il riparo, ed aperta la rotta. Tali accidenti arrivano ai fiumi per certe straordinarie circostanze, che alle volte si uniscono ad ingrossarli eccessivamente, mentre per altro l'altezza dell'arginatura restando determinata superiore di qualche piede alle massime escrescenze, pare che mai dovessero nel modo predetto restar gli argini tracimati, contuttociò accadendo talvolta un predominio grande e continuato di Venti, e di quelli in specie, che tengono più dell'ordinario gonfio il Mare, e che infilano direttamente lo sbocco del fiume, restando il corso di questo impedito nel proprio scarico, meraviglia non è, se i ripari vengono sormontati: così ancora succedono talvolta le piogge sì dirotte, e continuate, che gonfiando tutti ad un tempo gl'influenti, resta il recipiente talmente ricolmato di acque, che si rende improporzionato a contenerle, onde anco per tal motivo si fanno inevitabili le rotte, delle quali si è parlato.

X V I.

Altre rotte succedono a' fiumi per la debolezza dell' argine, quando cioè dalla corrosione resti intaccato di modo, da ridursi incapace a sostenere il carico dell' acqua: comincia per ordinario la detta corrosione dal fondo, essendo che quivi l'acqua pressata dal maggior peso, scarna assai facilmente il piede del riparo, levato il quale non può più reggere la parte superiore, onde a misura dell'intacco del fondo, va distruggendosi tutto il restante dell'argine; Egli è ben vero, che nel tempo in cui dura

la

la piena, abbenchè resti il piede interiore dell'argine escavato e corroso, sì dalla forza dell'acqua che sostiene, sì per l'adesione, che la medesima fa agli argini, stanno questi pur anco in piedi, abbenchè privi di fondamento in molta parte, ma non sì tosto danno giù le acque, che mancando del detto sostentamento, cadono i ripari a grandi porzioni. Tanto ci accadde di vedere sul finire dell'anno 1719, dopo che abbassatosi il Pò dalla piena che aveva poco prima sofferta, in viaggiando per esso da Pavia al Mare per occasione della visita generale, di cui spesse volte si è fatta menzione, a norma dello scemare dell'escrescenza, cadevano lungh'esso fiume all'improviso molte e molte pertiche degli argini, specialmente in quelle parti, ove erano i *froldi*. Ciò non ostante se il fiume è di fondo più basso delle aggiacenti campagne, non possono seguir sì agevolmente in esso le rotte, abbenchè, come si è esposto, restino intaccati gli argini, se le sole banche di dietro vagliono a contener l'acqua dall'estravasazione, come si è potuto osservare alla Volta detta della Colombara nell' Adige a Lusia del 1721, quando dal corso violentissimo, che ivi aveva l'acqua a cagione della vicina aperta rotta nella Volta inferiore di S. Francesco, restò talmente intaccato l'argine, che altro non aveva, che la banca verso la Campagna, e pure ebbesi campo di fortificare detta banca in maniera, che non puote esser asportata dall'acqua, benchè avesse un moto maggiore di ogni credere. Ma quando i fiumi hanno il fondo di livello, o anche superiore alla Campagna, in tal caso deve temersi la rotta, anche quando l'acqua del fiume va scemando: Che se in vece di calare tornasse a crescere, come non rare volte avviene, allora la rotta si rende, per così dire, inevitabile, mentre tracimando l'acqua l'altezza della rimasta banca, con tutta facilità la squarcia, anche se il fiume avesse il fondo più basso della Campagna.

X V I I.

La terza e quarta specie di rotte succedono per il trapelamento, che attraverso dell' argine, o sotto del medesimo, può far l'acqua: nasce il primo caso per ordinario da due cagioni, cioè o da fori, che nella solidità dell' argine, vi fanno talora i Topi, oppure dal marcirsi di qualche radice di albero, onde si lascia il luogo alla penetrazione dell'acqua, ed al formarsi delle rotte. Anco con trivelle ben lunghe di ferro maliziosamente

dagli uomini per qualche suo scellerato fine, si fanno succedere le rotte, bastando all'acqua per farle, ogni benchè picciolo buco, onde insinuarsi. L'altro caso viene prodotto dalla mala qualità del terreno, su di cui e piantato l'argine del fiume, potendo esser o di cuoro, o di altra materia facilmente permeabile all'acqua, sotto della qual specie cadono tutte le sorgive, che nelle campagne a canto de' fiumi si osservano in que' paesi, che sono fatti a forza di alluvioni, ed ove altrevolte vi erano Lagune, Laghi e paludi, ne' quali, abbenchè gli atterramenti li rendino in stato di esser retratti, nientedimeno non penetra mai sì dilatatamente il lezzo e la belletta, che restino empite tutte le sotterranee communicazioni, di maniera che i ripari non mai acquistar possono la necessaria perfezione. Quando dunque le campagne per le quali discorre un fiume siano state prima della sopradetta qualità, saranno queste certamente soggette alle sorgive, ed al pericolo delle rotte e delle inondazioni: di tal natura si è quasi tutto il Ferrarese, il Polesine di Rovigo, ed il basso Padovano, questi due ultimi Territorj rispetto all'Adige, l'altro rispetto al Pò. Ciò che in tal proposito si rende parimenti rimarcabile si è, che il Polesine di Rovigo predetto, dal Castagnaro allo sbocco dell'Adigetto vicino a Cavarzere tiene le Campagne ancor più basse del basso Padovano, che le sta collocato dall'altra riva, ed il contrario segue fra essa bocca dell'Adigetto ed il Canal di Loreo, derivando ciò nelle parti superiori per essersi prima arginati quelli del Polesine, che i Padovani, e nelle parti inferiori per essersi sempre voluta la Laguna di Venezia (che altrevolte arrivava all' Adige nelle vicinanze di Cavarzere) assicurata, perchè non avesse a ricevere le acque torbide di questo fiume, ond' egli lasciato liberamente scorrere dalla parte destra, ha potuto rialzare notabilmente i terreni aggiacenti, resi adesso dall' attenzione de' possessori in buona parte coltivati ed ubertosi: generalmente però parlando, ove le Campagne sono più basse, restano più soggette alle sorgive, e per conseguenza alle rotte, ed alle inondazioni.

Sia

X V I I I.

Tav. VII. Fig. 11.

Sia CHID parte di una sezione di un fiume, il di cui argine ridotto in profilo sia HABS; l'orizonte della Campagna GM; il fondo dell'alveo HI. Suppongasi l'argine forato o da Topinare, o da radici di alberi marcite, oppure da qualunque altra cagione; intendasi l'altezza ordinaria del fiume FE, se vi sarà la communicazione sotterranea EYKL, potrà l'acqua insinuarsi per la strada EKL fino nella Campagna, cosichè prodotta la superficie FE in Q, lasciando cadere la perpendicolare QL, sarà la forza con cui l'acqua in L (prescindendo dalle resistenze, che incontra per la strada tortuosa EKL) sarà per uscire, come se la medesima quantità di acqua cadesse dall'altezza QL, ed il movimento di ess' acqua per scappare sarà, secondo le note leggi della Statica come LQ moltiplicata nell' ampiezza del foro che somministra l'acqua, ovvero come il quadrato della velocità nella base dell' acqua ch'esce. Supponendo poi il fiume cresciuto in DC, allora figurandosi prodotta la DC, si lasci cadere la perpendicolare al piano di Campagna, e qualunque de' due fori EL, HM, spingerà l'acqua con una forza eguale alla NM moltiplicata nel suo respettivo orificio. Così parimenti se vi fosse il foro rZ attraverso dell' argine, uscirebbe l'acqua con la forza dovuta all'altezza PO &c. E se la comunicazione EKL tortuosa s' incurvasse in K, di modo che il punto K fosse più basso del livello della Campagna, nientedimeno la forza non sarà già quella che compete alla perpendicolare RK, ma solamente quella ch'è dovuta alla LQ; mentre nel tubo recurvo EKL, le parti YK, KL pesando egualmente una contro l'altra, si vengono vicendevolmente a sostenere, nè rimane altro sforzo, che quello che proviene dall'altezza LQ. In molte altre maniere può darsi la comunicazione fra l'alveo del fiume e la Campagna; in tutte però succederà sempre uno de' casi quì notati, e si ridurrà sempre l'effetto alla meccanica qui sopradescritta, in ordine alla forza con cui esce l'acqua dall'alveo verso la Campagna.

X I X.

Corollario I. Ne proviene da quanto si è detto, che le sorgive possono esservi e non esservi, a misura dell'altezza maggiore o minore del fiume, quando cioè le comunicazioni restassero al di sopra della superficie bassa dell'acqua: che se rimanessero sot-

to di questa, in tal caso saranno perenni, ma avranno più o meno forza, secondo che il fiume sarà più o meno alto, desumendosi sempre il grado di questa dalle altezze delle perpendicolari LQ, MN &c.

X X.

Corollario II. Resta pur manifesta la facilità che vi è, ov'esistono le sorgive, di aprirsi le rotte, mentre quando le comunicazioni EKL, HM portassero acqua lungo tempo, ed avessero molta velocità, come accade allorchè il fiume è sul crescere; in tal caso niente vi è di più facile, che il dilatarsi queste cieche strade e rami di comunicazione, onde ridotte che siano a molta ampiezza di diametro, cade l'argine che sopra vi incombe, e la rotta è fatta; tanto successe nell'aprirsi della rotta nell'Adige detta di S. Francesco a Lusia l'an. 1721 e tanto del 1737 all'Anguillara, e così quasi in ogni altra di detto fiume, mentre trascuratosi di provedere ad una fontana, ch'era non molto discosta dal piede dell'argine a Lusia, assorbì questa improvisamente il riparo, ed aprì quella gran rotta, per cui si divertiva quasi tutto il fiume a danno dell'ubertoso Retratto di S. Giustina, ed in quella dell'Anguillara, abbenchè la fontana fosse a molte pertiche discosta dall'argine, nientedimeno seguì la rotta coll' inondazione di tutto il basso Padovano.

X X I.

Circa al ripararsi dal pericolo delle rotte, si considereranno in primo luogo quelle che provengono da tracimazione di argine. O che dunque il sormontamento dell'acqua è puramente accidentale per qualche straordinaria piena arrivata all'improviso, oppure, che da qualche tempo si è venuto in cognizione, che il fiume con l'altezza delle proprie escrescenze arriva più vicino al ciglio degl'argini, di quello faceva altre volte; Se accade il primo, molto difficile è il riparar la disgrazia, se niente è trascurata; Se il secondo, converrà riconoscere diligentemente se nuove acque fossero state introdotte nell'alveo, o se coltivati terreni di monte, che prima non si coltivavano, sicchè le acque abbino campo da precipitare senza ritegno verso dell'alveo, o finalmente, se il fondo del fiume per nuove deposizioni sia cresciuto, lo che sarà da rilevarsi mediante diligenti livellazioni e scandagli, fissati a' segni stabili fuori del fiume; in tutti e tre i det-

tt

ti casi conviene senz'altro rialzar, tantosto che si potrà, tutte le linee degl'argini, di modo che rieschino questi più alti della massima escrescenza piedi due in tre. Un tal rialzamento sì per render minore la spesa, sì per guadagnar tempo si potrà effettuare nel principio mediante una semplice coronella, o come si chiama sul Pò, con un *soprasoglio*, che non è altro, se non un piccolo arginello largo tre piedi in circa e alto due, piantato sopra del piano superiore dell'argine dalla parte del fiume, il quale abbenchè di sì poca mole, non è però che non possa convenientemente resistere, avendosi già detto della poca forza che ha l'acqua vicino alla superficie: in progresso di tempo, ma il più celeremente che sia possibile, si dovrà poi ingrossare il detto *soprasoglio*, e ridurre alla larghezza del rimanente dell'argine.

XXII.

Scolio I. In tutti i fiumi dello Stato Veneto, per tacere degli altri, si è avuto bisogno di simili rialzamenti, essendo di tempo in tempo sopravenute escrescenze tali, che per contenerle furono riconosciuti gli argini del tutto incapaci; sia poi stata la cagione o lo svegramento de' monti seguito da poco più di mezzo secolo in qua, o il riempimento del fondo per qualunque altra causa di deposizione di torbide. Due insigni documenti di tali alzamenti se ne hanno nel Pò, alla Polesella, ed alla Cavanella. La fabbrica del gran Vaso de' sostegni nel primo di questi luoghi, costruita verso il termine del XV Secolo, non lascia angolo a dubitare, che l'altezza di quelle muraglie non fosse tale da contenere ben due piedi almeno, oltre le massime escrescenze, l'acqua del Pò; contuttociò adesso l'altezza di queste, come consta da' rilievi della Visita 1721 sotto li 18 Marzo, e primo Aprile, arriva a superare le coltellate di marmo che cuoprono il detto sostegno un piede ed once dieci di Bologna, cosicchè se a questi si aggiongeranno almeno due piedi di franco, ch' essa fabrica doveva avere sopra le piene, resta manifesto esser quivi seguito in poco più di due secoli, dacchè esso sostegno fu piantato, un rialzamento o di piena, o di fondo di quasi 4 piedi di Bologna. Così alla Cavanella si conosce pur cresciuto il fondo, essendochè si ha da' documenti del Magistrato alle acque di Venezia, che quando furono fabbricate quelle Porte del 1623, fosse l'edifizio tenuto sì alto da lasciar la massima piena di allora piedi 3 di Venezia sotto i marmi delle coltellate e coperte di

CAP. XI. di marmo; e tanto si rileva dall' indubitabile documento registrato in certo Libro d'Itinerarj ne' seguenti termini. *Ritornato* (uno degli Esecutori di detto Magistrato) *alle Porte della Cavanella piantato su l'arzere dal Proto Contino il livello, si livellò diligentemente & con l'occhio proprio degli Illustrissimi Signori Essecutori si vide che sempre con l'acqua di Pò anco molto bassa li sarà piedi 4 di acqua sopra li sogieri di esse Porte, & con ogni maggior escrescenza piedi tre e più di fabbrica*. Ma nella Visita suddetta li 14 di Aprile fu rilevato, che le piene presenti superano due piedi di Bologna le coltellate di marmo delle Porte, dunque esse piene, superano le antiche di oltre 5 piedi, di maniera che in poco più di un secolo è seguito a detta parte un tale alzamento: La prolungazione della linea di quel fiume reale sarà facilmente stata la principal cagione di una sì riflessibile alterazione e disordine.

XXIII.

Scolio II. Del rialzamento del letto de' fiumi ne abbiamo un chiaro argomento anche dal celebre Vincenzio Viviani in quell' aureo suo Trattato indrizzato a Cosimo III. Gran Duca di Toscana, intorno *al difendersi da' riempimenti e dalle corrosioni de' Fiumi*; parlando dell' Arno, per cui veramente fece l'accennato Trattato; dice dunque a carte 25. *Ma tralasciata sì lunga digressione, benchè non in tutto fuor del mio assunto, e ripreso questo colà, dov' io l'interoppi: non è dunque al giudizio mio, e di què che lo provan con loro pregiudizio, da mettersi punto in dubbio un perpetuo riempimento del letto di Arno, il quale, non segue già, come evidentemente si scorge per uniforme altezza in universale, nè per tutta la larghezza del medesimo letto, non potendo ciò mai avvenire ne' Torrenti, che pregni di materia grossa, sono forzati a deporla per via, or da una parte, or dall' altra, qua in maggiore e là in minor copia, ed a crearsi e mantenersi in qualche luogo un canale serpeggiante e continuato più profondo che altrove per lo scarico delle acque basse e perenni; il qual canale non si riempie, o si rialza a gran segno, quanto fa il resto del letto, di cui, ben concedo ancora, che l'alzamento e il riempimento non segua, che a poco a poco, ed il più del tempo per insensibile, ma però e' segue, e ni' obbliga l'esperienza a non ammetter per ragioni quelle di chi tiene in contrario. Questo occupamento del Vaso, e di continente, dà causa alle piene di proccurarsi il luogo perduto, dentro le ripe* più

più deboli, *d'onde ne seguon le corrosioni*, *e Lunate*, *e di scorrervi ancora più alte*, *d'onde n'avvengono l'inondazioni*. Da' quali sentimenti appare non solo, come di fatto siasi rialzato il letto di Arno, ma ancora il modo, con cui generalmente vadi esso rialzamento seguendo, a misura del quale, riconosciuto, com'è stato detto, diligentemente con la livellazione, e con lo scandaglio, si deve rialzar l'arginatura, cosicchè siavi in essa per lo meno due in tre piedi di franco sopra la massima piena. Una tal causa non sarà stata certamente l'ultima di aver prodotto il gravissimo danno risentitosi li 2 del passato Dicembre dalla Città di Firenze nell'improviso e grande allagamento, che ha fatto Arno con immenso danno della popolazione e dentro, e fuori di quella nobilissima Capitale.

XXIV.

Le rotte o che accadono ne' fiumi incassati fra terra, almeno col loro pelo ordinario, mentre se sono anche nell'escrescenze più bassi delle Campagne, non possono seguir che corrosioni, ovvero succedono in que' fiumi, che il pelo basso hanno più alto delle Campagne, o finalmente in quelli che il fondo stesso del fiume hanno superiore alle medesime Campagne. Il chiudere quelle de' fiumi incassati, non è difficile molto, rispetto al serrare quelle de' fiumi, che o il pelo o il fondo tengono più alti delle Campagne, che inondano. Per sanare dunqne quelle rotte della prima maniera, converrà osservare le seguenti regole. Primo, di non intraprendere la chiusura avanti che l'acqua non sia incassata nell'alveo, vale a dire, prima che la rotta più non corra. Secondo: E perchè non succede rotta senza gorgo e nel sito ove stava l'argine rovesciato, e nella Campagna a canto di questo, e qualche volta, dandosi il caso, ch'esso gorgo si avanzi di molte pertiche verso della detta Campagna, però sarà ben da esaminare, se sia di maggior vantaggio il tirar il nuovo argine di figura circolare, schivando il gorgo, oppure tirarlo in linea retta, attraverso del medesimo gorgo: si fa di figura circolare allorachè questi è troppo profondo, e si traversa quando non è tale, in linea retta; per lo più però nelle maggiori rotte de' grandi fiumi è di mestieri gettarsi alla figura curva, come si è fatto nel chiudersi della gran rotta Contarini nel Pò l'anno 1726. Terzo: Non si ha a cercare che il nuovo argine a misura che si porta la terra resti stabilito, ma basta

CAP. XI. anco talvolta ammontonare la terra nel sito, ove anderà eretto, riducendola con le maggiori scarpe possibili, e ciò perchè se il fiume nell'atto di serrar la rotta si ponesse in escrescenza non rovesci i lavorieri, il che non succederà, purchè l'acqua non sormonti in altezza i fatti ripari. Quarto: Si comincierà l'argine o l'ammassamento del terreno dall'uno e dall'altro termine della rotta per unire poscia nel mezzo il lavoro. Quinto: Nel condurre la terra per la formazione dell'argine si adopereranno animali per condurre le biroccie, e ciò ad oggetto di maggiormente calcare ed assodare la terra, e in difetto delle biroccie converrà moltiplicare la gente. Alla predetta Rotta Contarini, mancando il modo di avere tanti animali e biroccie, fu supplito coll'impiego di 1500 persone, essendo stata quell'opera di estesa sopra le 1100 pertiche; nè il Pò, abbenchè crescesse nel tempo del lavoro, puote recarvi pregiudizio alcuno. Sesto; Tirando poscia l'argine nelle sue vere linee e profili, si avrà la mira di lasciarvi la scarpa di due piedi per piede di altezza verso Campagna, e di piede per piede verso il fiume. Settimo; ogni nuovo argine, che sia fatto per chiuder qualche rotta, avrà ad esser munito di una conveniente banca all'altezza in circa delli due terzi di tutto l'argine, e se la Campagna sia assai bassa, si farà in oltre altra sottobanca, la metà più bassa della prima, onde resti l'argine perfettamente assicurato e difeso. Sia in grazia di esempio

TAV. VII. Fig. 12. FGABCD il corpo dell'argine; la di lui scarpa verso del fiume BC sia di piede per piede, ma quella verso della Campagna AG sia di due piedi per piede; HGFI sia la banca; HL la sua scarpa inclinata, come quella dell'argine; MLKNO la sottobanca, parimenti inclinata nella sua scarpa MO, come le altre, e tutto il corpo OMLHGABC sarà tutto il profilo dell'argine, che avrà a resistere alla forza dell'acqua. Ottavo: è d'avvertire, che la superficie AB sia un poco inclinata verso del fiume, perche le acque piovane non si possino fermare con danno del terreno e del riparo. Al contrario i piani della banca e sottobanca vanno tenuti con qualche pendìo verso la Campagna per il medesimo motivo. Nono; se la terra con cui sarà costrutto l'argine non fosse della più perfetta qualità, ma avesse del sabbioniccio, in tal caso saranno da coprirsi le scarpe con arelle doppie ben ficcate co'suoi caviechj o terraficoli, acciocchè restino difese dal vento, e dagli animali, che sopra vi potessero passare. Decimo; e finalmente al piede di esso argine in C sarà da ergervi

un

mparadore a palificata con viminatura se il fiume è grande, e soffre i pali, ovvero ancora se il corso lo tolera, formarlo di doppie arelle raccomandate a proporzionati pali, e nell' una e nell'altra maniera acciocchè l'acqua arrivi stanca al piede dell' argine, e deporre vi possa la torbida che seco porta. Alla rotta Contarina, di cui si è detto, e le scarpe in molta parte, ed il dinanzi fu coperto con le dette arelle con buona riuscita.

XXV.

Scolio. Le rotte del Pò, come che ha egli la sua superficie bassa, inferiore a quella delle aggiacenti Campagne, si prendono sempre nel modo antedetto, variandosi solo nella grossezza maggiore o minore de' ripari, essendo che quanto più il sito della rotta è distante dal mare, altrettanto tiene bisogno di maggior grossezza de' detti ripari, volendosi intendere però di quella distanza, che può arrivare alla maggiore intumescenza possibile del fiume, o sia al ventre della piena, di cui si è detto al numero XXXIII e seguenti del Capitolo IX, giongere nel Pò verso di Borgoforte sul Mantovano, passato il qual sito, non crescendo essa piena a tant'altezza, non ricercherà poi, che ripari proporzionati. Egli è ben vero, che in queste parti più lontane, avendo il Pò assai più declivio, che nelle parti inferiori, e per conseguenza una maggior velocità, converrà regolarsi anche secondo un tal accidente per stabilir adeguate difese; ma è ancora vero, che trovandosi in dette situazioni le Campagne altrettanto più alte, che più verso il mare, non potranno gli argini risentire dell'impeto maggiore dell'acqua a causa della maggiore inclinazione, che per molto poco della loro altezza, è assai vicino al loro ciglio, dove il momento della forza, da quanto si è esposto al numero V del Capitolo X, va sempre scemando fino a ridursi in nulla, onde la detta maggior velocità dell'acqua non potrà tanto operare, che obblighi ad ingrossar gli argini più del dovere. In fatti nel Piacentino e Cremonese nulla hanno a che fare le arginature in paragone di quelle delle parti inferiori del Mantovano, Ferrarese, e Veneziano, nè queste in paragone di quelle oltre della Cavanella, e ciò per li detti motivi della forza variante del fiume a misura de' diversi siti, ne' quali viene considerata.

XXVI.

Abbenchè però le rotte sopradette sembrino e le più facili a prendersi, e ciò che più importa, prescindendo dall'inondazione sino che dura il fiume alto, senza che rechino altre più funeste conseguenze, nientedimeno possono qualche volta esser fatali, e dar luogo alla disalveazione di tutto il fiume con immenso danno delle Provincie; accade ciò, quando esse rotte formano cavamento tale, sicchè col mezzo di altri canali, e della maggior brevità del cammino per passar al mare, in vece di sparger l'acqua dilatatamente per le Campagne l'uniscono in un solo canale, formando un nuovo fiume; tali rotte vengono dette comunemente in *cavamento*, e spaventano i popoli nel dubbio di qualche positivo disalveamento, come accadde sul terminare del secolo decimosecondo a Figaròlo nel Pò, quando apertasi poco inferiormente a questa Terra da un certo detto Siccardo maliziosamente la riva sinistra del Regio fiume, non puote mai restar chiusa per quanta attenzione e fatica vi si ponesse da' Cispadani, cosicchè dentro lo spazio di non molto tempo, formatosi un giusto alveo, ed unitosi ad altri canali trovati prima di arrivar al mare, puote formare dalla Stellata a questo il moderno Pò di Lombardia, o di Venezia che si dica; ed abbenchè allora non si perdesse il Pò maestro che andava per Ferrara al mare, per i due alvei di Volano e Primaro, nientedimeno per varj accidenti seguiti negli ultimi secoli, si è poi questo tronco maestro perduto affatto, rivoltatasi l'acqua tutta per esso Pò di Venezia; ed ecco quali effetti funesti possa produrre una rotta o trascurata, o in sito che renda impossibile la di lei presa anche ne' fiumi che corrono col loro pelo ordinario incassati fra terra, non che in quelli che alle Campagne lo tengono superiore, per tacere di quelli che sino il fondo tengono più alto di esse Campagne.

XXVII.

Molto maggiore è l'impegno di prender le rotte di que' fiumi, che per stare col loro pelo ordinario più alto delle Campagne, sempre corrono, anche dopo che si sono abbassati; camminano questi per l'aperta rotta con le loro acque tanto veloci per la bassezza degli aggiacenti terreni, che quasi tutte le rivolgono in essi, spargendole poscia largamente per le Campagne, inondando il paese, otturando i scoli, e rovinando le fabbriche che incontrano.

Per

CAP. XI.

Per concepire in qualche modo la gran forza dell'acqua in discendere nelle Campagne, intendasi AZOFEP la sezione del fiume; l'argine squarciato dalla rotta sia EPQS; L'orizonte dell' acqua alta, allorchè sussisteva l'argine sia ABC; l'altezza viva dell' acqua con cui sarà caduta nel primo momento dello squarciarsi, sopra la Campagna, sia la BE; l'altezza dell'acqua nella Campagna la HY, essendo il piano di questa EH; tolto dunque l'argine EP che serviva all'acqua di appoggio, dovrà inclinarsi verso della rotta, acquistando prima l'inclinazione AYI, e poi sgorgata che sia per qualche tempo, la ZVYI, dovendosi per necessità abbassare il fiume nella libera uscita, che ritrova per l'apertura di essa rotta: cadendo dunque dal principio l'acqua da B in E, non potrà di meno di non escavarsi il gorgo FTH sotto del livello della Campagna, e poi ridotto il pelo nell'inclinata ZI, caderà pur anche l'acqua per la DE, e sarà il momento della prima caduta al momento della seconda supposta la medesima larghezza della rotta come BE a DE; quando i punti E ed Y siano nella stessa orizontale.

TAV. VII. Fig. 13.

XXVIII.

Perchè il fiume non solo prende l'inclinazione AI, e poi la ZI nella sola sezione dirimpetto alla rotta, ma deve formarsi la cadente delle parti superiori sopra il punto E, vero fondo della rotta medesima; così per molto tratto nelle occasioni delle aperture degli argini si vede con gran corso muoversi l'acqua verso di questa parte, dalla qual violenza di moto ne segue poi un altro gravissimo disordine, ed è quello della rovina delle arginature, non essendo possibile che resister possino a non esser scarnate e corrose in moltissimi siti, ed in quelli principalmente, ove il filone del fiume striscia al piede delle medesime; Che però non mai vediamo accaduta una rotta senza che succeda per lunghissimo tratto il dirupamento interno de'ripari. Intendasi dunque nella sezione del fiume in escrescenza AZOFEP, gli argini AZ, PQSE, de' quali PQES venghi rovesciato fino in ES, l' acqua però trovando maggior facilità ad uscire per questa apertura, che a progredire per l'alveo naturale del fiume, vi si scaricherà per la medesima parte, prima secondo tutta l'altezza BE, poi successivamente per la DE, e finalmente per la VE con il momento che sarà proporzionale all'apertura predetta, cioè se la larghezza, che occupa l'acqua nella rotta è sempre

CAP. XI. pre la stessa, in ragione delle predette altezze, essendo che sono come le masse nel quadrato della velocità, ed il quadrato di questa, come l'altezza dell'acqua; se poi varia fosse la larghezza occupata dall'acqua della rotta ed in piena e dopo di questa, sarà esso momento in ragione composta delle altezze predette, e della respettiva larghezza dell'acqua: dovendosi avvertire, che le predette altezze sono le ragguagliate, essendochè i specchj delle rotte non sono già rettangoli, ma bensì formati essi pure irregolarmente, come le sezioni dei fiumi.

XXIX.

L'acqua appena uscita dall'angustia della rotta, trovando la campagna dilatata, deve per questa tutta spandersi, però caverà bene al piede dell'argine il gorgo FTH, qualche volta molto profondo, ma la di lui estesa non sarà che di poche pertiche, perchè l'effetto non può superare la sua causa. Da altro motivo ancora vengono prodotti i predetti gorghi, cioè allor quando per sotterranei meati introdotta l'acqua in campagna, si leva finalmente in collo l'argine, e quanto i detti meati sono più profondi, tanto più profondo riesce anche il gorgo, disposta ch'è la terra dalla penetrazione dell'acqua ad esser facilmente asportata. Dietro a' fiumi arginati si veggono molti e molti di simili gorghi, lasciandosi d'ordinario fuori dell' argine, talvolta però, come si è esposto al numero XXIV. di questo siamo obbligati a prenderli dentro del riparo verso del fiume; Sono dunque essi laddove si scorgono sempre indicio di rotte altrevolte seguite.

TAV. VII. Fig. 13.

XXX.

Ma non sì tosto l'acqua della rotta è uscita dall' alveo, ed ha oltrepassato il gorgo ES, che se trova la campagna aperta e non chiusa da arginature, si eleva a pochissima altezza sopra della medesima, ma se resta impedita da qualche argine trasversale, cosicchè dopo allagato un tratto di campagna, non abbia esito, allora si alza fino a pareggiare il livello del fiume, se però quel tal argine o naturalmente, o artificialmente non si venghi ad aprire, mentre allora si riduce l'acqua alla sola altezza, o poco più, come se argine alcuno non vi fosse, di modo che se in grazia di esempio dopo cessata la piena, la caduta dell'acqua dal fiume nella Campagna è la VE, inclinandosi il fiume per

la

la ZVY, sarà l'altezza nella Campagna la HY. Il corso per altro è molto violento, non ostante che l'acqua abbia poca altezza, almeno per qualche buon tratto, ed a misura che l'altezza, da cui cade, è maggiore, o minore. Nè prima cessa da allargarsi essa rotta, di quello che non sia resa proporzionata al corpo, che deve scaricare, quando bene qualche forte tivarro o altro ancora più solido impedimento nell'argine non proibisca l'ulterior dilatazione della rotta, nel qual caso sempre più violento si mantiene il corso.

XXXI.

Aperte che sono le rotte deve per necessità il fiume starsene assai più basso del solito, quando esse rotte siano di quelle, che sempre corrono, come accade ne' fiumi, il pelo de' quali si conserva in ogni tempo più alto delle Campagne; quando però si abbia a fare il calcolo delle masse dell' acqua, che passerà, o per il fiume poco superiormente alla rotta, o per la rotta medesima, o per l' alveo inferiormente alla rotta, allora volendosi servire dell' altezza viva dell' acqua per calcolare la velocità, non produrrebbe di gran lunga la vera stima, essendochè troppo rapido è il moto, che l'acqua in quelle vicinanze concepisce per la rotta. Il più sicuro squittinio sarebbe quello d' indagare i gradi del moto, come fu esposto al num. V. e seguenti del Capitolo V., ma il collocarsi con barche in rotte o vicino a rotte, porta seco e della difficoltà, e del pericolo; si crede dunque che non si andasse molto lungi dal vero, supputando le velocità non in ragione delle altezze vive delle acque o del fiume o della rotta elevate a qualche dignità, ma bensì secondo all' altezza viva e ragguagliata dell' acqua, che avrebbe il fiume, come se alcuna rotta non fosse aperta, il che si potrà ben rilevare, e dalla deposizione de' pratici, ed anche col ricercare, in parti però molto lontane dalla rotta, lo stato dell' acqua, e riportarlo con le necessarie circostanze al sito in quistione; quando però si faccia questa ricerca in tempo di acque ordinarie, e magre, sarà sufficiente l'indagare da paesani a qual altezza stava l'acqua nel detto stato., prima che la rotta fosse aperta, mentre al certo, rispetto alle parti superiori e molto lontane dove la chiamata della rotta non si risente., l'acqua cammina con quell' altezzza, che camminerebbe all'incirca se niuna rotta vi fosse, onde lo scarico potrà calcolarsi, come prodotto dalla forza

za

CAP. XI.

za totale, che avrebbe l'acqua, se mantenuta fosse all'ordinaria sua altezza: ch'è quanto si può raccogliere in una cosa tanto lubrica ed oscura, onde andare ne' calcoli il meno errati, che sia possibile.

XXXII.

TAV. VII. Fig. 14.

La larghezza dell'alveo superiormente, ed inferiormente alla rotta, sia CD=LM; L'altezza dell'acqua superiormente ad essa rotta, che si suppone dover correre sia BE, la qual altezza se non fosse la rotta, s'intenda che fosse BA=NO: L' altezza viva che tiene la rotta nel suo specchio sia HK, e quella che ha l'acqua nell' alveo inferiormente alla rotta, NP: medianti le palificate, o altra operazione sia ridotta la larghezza o apertura della rotta FG ad essere FS, durando nello stato di permanenza l'acqua, come prima, anche dopo il ristringimento predetto; debbasi trovare a qual altezza BR, HQ, NT salirà l'acqua, supponendosi questi aumenti a maggior facilità tutti eguali, abbenchè rigorosamente parlando la RE dovesse essere un pò maggiore di KQ e di TP, ma potendosi considerare questa differenza come insensibile, si potranno prendere come eguali i predetti accrescimenti; dicasi AB=IH=ON=a; CD=LM=b, BE=c, HK=d, PN=f, FG=m, FS=n, RE=QK=TP=x; sarà BR=$c+x$, HQ=$d+x$, NT=$f+x$, onde per i principj statici (supponendosi bensì il corpo dell'acqua essere il prodotto della sua altezza viva nella larghezza della sezione, ma la velocità desumendosi dall' altezza BA, che avrebbe se la rotta non fosse aperta, almeno per rapporto delle parti superiori, e del sito di essa rotta) sarà l'equazione $b \times \overline{c+x}\sqrt{a} = n \times \overline{d+x}\sqrt{a} + b \times \overline{f+x}\sqrt{f+x}$ prendendosi la sola NT nell'alveo inferiore per l'altezza, che dà la velocità, essendochè l'acqua non si muove, se non coll'impulso di questa, a differenza di quella, che si muove e nella rotta, e nell' alveo superiore in vicinanza di questa, onde sarà ancora $b \times \overline{c+x}\sqrt{a} - n \times \overline{d+x}\sqrt{a} = \overline{bf+bx}\sqrt{f+x}$, ovvero $\overline{bc+bx-ad-nx}\sqrt{a} = \overline{bf+ba}\sqrt{f+x}$, e facendo $bc-nd=rb$; $bx-nx=tx$, sarà $a \times \overline{rb+tx}^2 = \overline{f+x}|^3 \times bb$, e finalmente l' equazione del terzo grado

$$x^3 + \begin{matrix}3f \\ -\frac{att}{bb}\end{matrix}\, xx + \begin{matrix}3ff \\ -\frac{2arbt}{bb}\end{matrix}\, x + \begin{matrix}f^3 \\ -\frac{arrb^3}{bb}\end{matrix} = 0.$$

sia

sia $3f - \frac{att}{bb} = l$, $3ff - \frac{2arbt}{bb} = b$; $f^3 - \frac{arrb^3}{bb} = k$, e l'equazione sarà ridotta a $x^3 + lxx + bx + k = 0$, e facendo $z - \frac{1}{3}l = x$ per levare il secondo termine, sarà

$$\begin{aligned} z^3 * - \tfrac{1}{3}ll\, z &+ \tfrac{18}{243}l^3 = 0 \\ +b\quad & - \tfrac{1}{3}bl \\ & + k \end{aligned}$$

e di nuovo prendendo $\frac{1}{3}ll + b = p$, e $\frac{18}{243}l^3 - \frac{1}{3}bl + k = q$ si cangierà in $z^3 * - pz + q = 0$, da cui è facile tirar il valore della radice z, e finalmente da questa quello di x, che sarà $x = z - \frac{1}{3}l$

$$= \sqrt[3]{\tfrac{1}{2}q + \sqrt{\tfrac{1}{4}qq + \tfrac{1}{27}p^3}} - \sqrt[3]{-\tfrac{1}{2}q + \sqrt{\tfrac{1}{4}qq + \tfrac{1}{27}p^3}} - \tfrac{1}{3}l.$$

XXXIII.

Scolio. Per dare un esempio; sia in once, $AB = a = 80$ (e pur in once tutte le altre quantità) $CD = b = 2880$; $BE = c = 60$; $HK = d = 50$; $PN = f = 36$; $FG = m = 1000$; sarà fatte le debite riduzioni e calcoli $l = 34$; $p = 953$; $q = 36259$; onde l'equazione sarà mutata in $z^3 - 953\,z + 36259 = 0$, ed x sarà per la formola soprapposta eguale ad once $12\frac{2}{3}$, e tanto sarà l'accrescimento per il restringersi della rotta, quindi l'alveo inferiore comincierà ad avere un piede di acqua di più a comodo della navigazione, se il fiume sarà navigabile ed a vantaggio di levarsi gli abbonimenti, che saranno seguiti per la rotta: a misura per tanto del restringimento, anderà sempre crescendo l'acqua nel fiume, e si potrà indagare la quantità di questo aumento col metodo sopradescritto.

XXXIV.

TAV. VII. Fig. 15.

Sia la rotta ACDE accaduta all' argine destro del fiume FGAD, cosicchè l'acqua per la massima parte si scarichi per essa apertura AD, senza mai cessare, essendo per la supposizione il pelo del fiume sempre più alto in qualunque stato di acqua della superficie della campagna. Armate che siano le teste della rotta, se tale sia il loro bisogno, di buone palificate, perchè di vantaggio la bocca non si allarghi, la prima operazione sarà quella di piantare una lunga palificata, che cominciando in A cioè da 20. pertiche in circa superiormente a C, si estenda attraverso della rotta, come AB, potendo fare con la direzione dell'argine, a cui si raccomanda un angolo di 170 gradi incirca, ed in tal modo verrà dolcemente a respinger l'acqua verso l'alveo

CAP. XI.

inferiore del fiume H, e si proibisca per quanto si può l' uscita dell'acqua per la rotta. Chiamasi questa palificata così disposta, *paradore*, preso il nome dall'effetto, conciosiachè rivolge e spinge l'acqua altrove dalla direzione acquistata per l'apertura dell' argine. Il *paradore* vuol esser fabbricato con pali ben lunghi, forti e spessi cioè testa con testa, perchè possa, e reggere al carico violente dell'acqua, ed impedire che questa in minor quantità, che sia possibile non si diverta nella rotta; va egli ben legato con traversali filagne, ed anche assicurato, ove il bisogno lo ricerchi con pali di appoggio, in quella guisa che resta espresso al numero XXXVII. del Capitolo precedente; fatto che sia e ben assicurato il *paradore* nel modo predetto, si osserverà l'acqua contenersi nel fiume più alta di prima, facendo questo riparo in sostanza un vero restringimento della rotta, come si è esposto ne' due numeri precedenti, anzi dall'estesa di esso *paradore*, e dal contenere più o meno l'acqua, si potrà col metodo del numero antecedente calcolare quant'acqua di più resterà nel fiume, fatta che sia quella difesa di una data lunghezza, ma perchè fra palo e palo, per quanto l'arte proccuri di ben addattarli, pur vi passa dell'acqua, perciò ad oggetto che il calcolo possibilmente si accosti al vero, si potrà sempre diffalcare un terzo: cosicchè se in grazia di esempio sarà stabilita la lunghezza del *paradore* di pertiche 50, si potrà conteggiare, come se fosse di un terzo meno incirca.

XXXV.

Scolio. Non è però, che molto tempo prima d'intraprendersi formalmente la chiusura della rotta debbasi piantar il *paradore*, come di fare parerebbe idoneo a motivo di rattenere il più che fosse possibile l' acqua nel fiume, e ciò perchè il violente corso escaverebbe a canto di questa palificata delle profondità riducendo deboli i pali stessi, e sovvente anco per poca escrescenza, che sopragiungesse, ponendo in pericolo essa palificata di esser rovesciata: quindi è che l' impianto del *paradore*, deve bensì anteporsi a tutte le altre operazioni, quando siasi nel caso dell'otturazione della rotta medesima, ma poco dopo all'erezione di questo, devono susseguitare gli altri lavorieri, destinati nel più breve tempo a chiuder, ed assicurare l'apertura. Si è detto che i pali de' *paradori* devono esser posti senza sensibile intervallo uno a canto dell'altro, il che si deve intendere de' *para-*

ra-

radori fatti per le rotte di maggior impegno, e dove il corso dell' acqua è molto grande, cosicchè tolta questa circostanza, si potranno anco ergere con pali alquanto fra di essi discosti, e fino ad avere la distanza fra palo e palo, quanto porta la grossezza di uno de' medesimi, ed anche qualche cosa di più, ma dovranno poi essere tessuti con fraschumi di vimini ben assicurati con degorenti e lattole, servendo tal inviminatura per impedire sempre più il corso dell'acqua fuori dell'alveo, nè sarà mal a proposito l'inviminare in qualche modo anco *que' paradori*, ne' quali non rimangono intervalli, se non piccioli fra palo e palo per supplire al difetto del combaciamento, ma in tal caso l'inviminatura dovrà esser posta a ridosso della palificata, non potendosi tessere fra i pali, per la distanza che manca, tra l'uno e l'altro.

CAP. XI.

XXXVI.

Alla costruzione del paradore si dovrà poi far seguire l'impianto della palificata maestra, come la DF, ed è da avvertire, che tal volta conviene formar il paradore QR, separato affatto dalle palificate che hanno a servire per l'otturazione della rotta, se il corso è precipitoso, ma talvolta il paradore A *b* può servire alle operazioni che si fanno per l' effettiva chiusura della medesima rotta. La palificata maestra dunque spiccandosi dalla parte sinistra della rotta anderà dirittamente verso la destra, e a un dipresso nel sito in cui caderebbe il piombo del ciglio dell'argine dalla parte del fiume, e questa si avvanzerà fino che arrivi a coprire il margine destro della rotta, senza che si proseguisca fino ad attaccarsi alla riva, essendochè la contropalificata maestra supplirà a questo difetto. I pali per la costruzione di essa palificata maestra devono esser ben fitti, vicini l'un all'altro, come quelli del paradore ben legati con filagne, ed assicurati insomma nella più valida maniera, dovendo anco servir di appoggio al paradore, quando così lo ricerchino le circostanze, e ciò medianti le catene o pali trasversali *ab*, *ab* ec., ed in tal maniera rimarrà ancora di vantaggio impedita l'uscita dell'acqua dalla rotta, crescendo nel fiume tanto superiormente, che inferiormente di essa, ed appoggiandosi a queste palificate maggior quantità di acqua, farà anco maggiore la resistenza che faranno, e per tanto non si dovrà differire

TAV. VIII. Fig. 1.

CAP. XI. rire il sollecito impianto delle altre palificate, perchè si possa quanto più presto cominciare il nuovo argine.

XXXVII.

Alla palificata maestra deve succedere la contropalificata, e quando si possa, deve esser questa piantata nel medesimo tempo che la prima, cosicchè cominciandole tutte e due alle respettive teste de' loro argini si vadino ad incontrare, a motivo che con più forza resti inibito il corso all'acqua. La distanza della contropalificata dalla palificata maestra dovrà essere quanto comporta la larghezza del piano superiore dell'argine, di modo chè se la detta palificata maestra, deve stare a piombo del ciglio dell'argine verso del fiume, la contropalificata dovrà collocarsi a piombo dell'altro ciglio verso campagna, dove cioè comincia la scarpa nella parte superiore dell'arginatura; Chi però la facesse anche qualche poco più ritirata non commetterebbe errore alcuno; insomma quando abbia dalla palificata maestra la distanza di piedi 15 in 16 starà ben collocata: In questa figura della rotta, essendo AB il paradore, FD la palificata maestra, sarà CP la contropalificata pur maestra, quale avrà essa pure a servire di appoggio alla prima palificata maestra, medianti le catene e traverse de' pali a guisa di *orboni* FC, GP con gli altri di mezzo a questi paralleli come viene espresso dalla figura; lo spazio poi FCPG si chiama la *cassa delle Volpare*, perchè quivi principalmente esse si annegano, e fondano per servire di base al corpo dell'argine, che dee esser piantato in tal sito, estendendosi le scarpe fuori di quelle palificate tanto verso il fiume, che verso la campagna. Il sito PGD si può lasciar talvolta senza contropalificata, essendochè correndo il fiume da A in B, ed il corso grande della rotta trovandosi ordinariamente poco discosto dalla di lui parte destra, cioè poco lontano da F ne segue, che per tutta la GD vi debba essere così poco corso, che non meriti la predetta difesa, bastando l'avanzarsi all'ombra della palificata maestra coll'argine anco di semplice terra, quando, come si è detto, il corso sia moderato, ed il fondo convenientemente resistente; che se il corso sarà grande si dovrà far arrivar la detta contropalificata sino all' argine opposto in D. Per ulteriormente poi assicurare la base del paradore, e la testa e base delle due palificate maestre nello spazio AZC, si potrà piantare de' pali, che rieschino

TAV. VIII. Fig. 2.

per-

perpendicolari alle predette palificate, raddoppiando le linee de' medesimi a misura del bisogno, e ben legandoli con catene e filagne.

XXXVIII.

Ma perche le palificate maestre possino avere la necessaria sussistenza, e ciò, non solamente prima che restino sepellite nell' argine, ma anche dopo che questo si va ergendo, è necessario piantare alcuni groppi di pali P. S. T. Q. che potranno esser composti di tre per ciascheduno, a questi si avranno poi a raccomandare *punte* ed *orboni*, che servino di rinforzo alla contropalificata MN, e per conseguenza anco nel contrasto di queste forze, alla palificata maestra ed al paradore; la disposizione de' quali appoggi e difese si comprende abbastanza dalla figura; in oltre perche piantate le dette palificate, ed incominciato dall' una e dall' altra parte l'argine, che partendosi dagli estremi della rotta, deve andar ad unirsi verso delle parti medie di essa, succede, che a norma del ristringimento, l'acqua più si pone in movimento nella parte che resta aperta, però dove deve incaminarsi il detto maggior corso, che dal più al meno si fa a due terzi in circa di tutta la larghezza della rotta, cominciando dalla parte sinistra, venendo verso la destra, quivi è da formasi ciò, che chiamasi *castello* della rotta, e serve per dargli la *stretta*, come si dirà a suo luogo. Consiste questo *castello* in alcuni groppi di pali di tre per groppo, ben legati, infilagnati ed incatenati, i quali medianti i *stili* ed *orboni* appoggiano di tal modo le palificate, che le rendono assai più assicurate di prima, e danno modo di dare la *stretta*, che vale a dire l'ultima mano alla rotta, cosicchè trattenute le Volpare da tali impedimenti, rimangono là dove sono state annegate. I Groppi predetti di pali per il *castello* possono essere a due ordini, come porta la figura, ed anco a tre, se il corpo dell'acqua sia maggiore. *Castello* dunque si può chiamare tutto quello spazio ch'è circoscritto dalle lettere FEST. Il luogo veramente da darsi la *stretta* è sovvente lo stesso che quello ove ergersi dee il *castello*, cioè laddove il corso è minore, verso la parte sinistra; ma quando quivi fosse piantato, oltrechè il fondo subito si farebbe maggiore, non resterebbero poi assicurate le palificate, come porta il bisogno, dovendo il *Castello* fare e l' uno e l'altro degli ufizj predetti; oltredicchè trovandosi il maggior corso verso PS, non sarebbe sì facile l'avanzar l'argine dalla

TAV. VIII. Fig. 3.

destra

CAP. XI. destra alla sinistra attraverso di questa parte e per il molto fondo della rotta, e per il molto corso, sicchè il luogo del *castello* sarà sempre da stabilirsi nell' antedetto sito, sopraffandosi qualche facilità, che parerebbe potersi incontrare facendolo in altro luogo, mentre questa sarebbe tolta da molte essenziali difficoltà.

XXXIX.

Seguito l'impianto di tutte le palificate, delle quali si è detto, converrà immediatamente pensare alla positiva otturazione della rotta mediante l' erezione dell'argine; ma prima è di mestieri l'aver proveduto molte migliaja di Volpare di buona qualità formate, le quali si dovranno gettare in gran numero per fondamento del nuovo argine nel sito principalmente dove cade il maggior corso, e massimamente ove si avrà a dare la *stretta* alla rotta: al sito dunque della palificata maestra AB a ridosso della medesima dall' una e l'altra parte, dovrà esser riempito con le predette Volpare, e fra questa palificata e la contropalificata, spazio che anco viene chiamato *Cassa delle Volpare*, se ne dovrà gettare quella quantità, che sarà stimata conveniente, dopo di che con larga base ed ottima terra si dovrà dall'un e l'altro canto della rotta avanzar l'argine, sciegliendo per la di lui fabbrica la miglior terra, e sopra tutto ben attaccandolo all' argine vecchio. Oltre alla bontà che deve aver la terra, è pure indispensabile, ch' ella sii ben pestata e calcata, altrimenti il lavoriere riuscirebbe troppo debole per resistere allo sforzo dell'acqua. Avanzato l'argine da ambe le parti in un' altezza conveniente fino al sito del *castello*, correrà l'acqua con maggior moto per il rimasto varco, onde quel giorno che sarà stabilito per darvi la *stretta* devono esser approntati in gran copia e legnami e terra e Volpare e Uomini, ma sopratutto Volpare e Volparoni, ed anco quando tale esser potesse il bisogno, alcuni sacchi ripieni di terra, oppure gabbioni fatti di vimini, acciocchè alle occorrenze annegati tali materiali, resti il più presto che sia possibile levato il corso all' acqua, e ridotta la rotta, come si dice, in *coronella*, che dovrà farsi tant'alta cosicchè per il crescimento, che dopo chiusa la rotta con la *stretta* farà il fiume, non possa l'acqua strammazzarvi per di sopra: levato il corso, con pari sollecitudine si dovrà rialzar l'argine alle dovute misure.

TAV. VIII. Fig. 2.

L'ar-

X L.

L'argine nuovo dovrà e nell' altezza, e nella grossezza eccedere le misure degli argini ordinarj, e ciò non solamente perchè la propensione delle acque, che avevano preso il corso per la rotta, pur anco, almeno in parte benchè chiusa, sussiste, ma molto più perchè l'argine nuovo e per il terreno che lo compone difficile ad addensarsi, e per la lubricità del fondo, su di cui posa, calerà in progresso di tempo non mediocremente; circa all' accrescimento da darsi ad esso argine, non si può niente di certo stabilire, a motivo che deve questo desumersi dalla natura del fiume, su di cui si lavora, mentre se è grande e profondo, maggiore deve anche essere il detto accrescimento, e minore se di minor portata, per un di presso si potrà nella grossezza tenerlo più largo una quarta parte del vecchio, e di altezza tre o quattro piedi maggiore di esso, costruendolo poscia con tutte quelle regole di scarpe e declivj che ricercheranno e la condizione del terreno, che si pone in opera, e la qualità de' fondi sopra i quali si fabbrica. Se per sorte o tutto o parte il nuovo argine fosse sabbioniccio, e difficilmente perciò si potesse ottenere sopra di esso il germoglio dell' erbe, e la formazione del cottico, non sarà fuori di proposito il vestir le di lui scarpe o con lotte di terra cretosa, se tale si troverà in quelle vicinanze, oppure con arelle doppie ben disposte, e raccomandate con lattole e terraficoli nel terreno di esse scarpe: così fu praticato nella gran Coronella di Corbola Ferrarese sul Pò, costruttasi per serrar la rotta che si aprì del 1705, e che non restò perfettamente chiusa se non del 1717, e tanto pur feci io praticare nell'altra gran Coronella alla Contarina nell' occasione di aver chiusa quella grande apertura, non però furono poste da per tutto le arelle, ma nel sito in cui l'argine per mancanza di buon terreno fu eretto quasi con la sola sabbia, supplendo la molta grossezza datavi alla bontà della terra, che in detto sito mancava.

X L I.

Innalzato che sia l'argine, conviene ancora renderlo sicuro dalla corrosione col rivolgere dolcemente l'acqua lontana dal piede di esso, il che si ottiene in varie guise in que' fiumi, che ammettono di piantar pali ne' loro fondi, essendovene tal uno, come il Pò, che li scalza ed abbatte, nel qual caso è di me-

stieri

CAP. XI. ſtieri ſupplirvi con le grandi ſcarpe da darſi all'argine. In que' fiumi dunque, ne' quali è lecito il difenderſi con paradori e penelli di palificate, ſi faranno queſti o col piantare a piede dell' argine dentro la caſſa del fiume qualche baſſa palificata eſteſa ſecondo il biſogno, la quale inviminata che ſia, rintuzzi il corſo, oppure col formarſi ſuperiormente al ſito della rotta, ed anco, alle occorrenze, in qualche parte dell'argine nuovo, qualche penello ben aſſicurato, acciocchè incontrando dolcemente il corſo dell'acqua, lo rivolga lontano dal piede dell'argine; ſe il fiume non è molto rapido anche di ſemplice legno di campagna può eſſer baſtante, ma s' egli è di molta forza, e la direzione dell' acqua venghi con angolo quaſi retto ad infilare l'argine, converrà ſervirſi di buone palificate, ben aſſicurate con catene e filagne, raccomandandole ed a' pali, ed all'argine ſteſſo: Serviranno tali ripari, quando ſiano ben diſpoſti, non ſolamente a tener lontano dal nuovo argine la corroſione del fiume, ma nel medeſimo tempo a formare a' piedi di eſſo la depoſizione, ch'è lo ſteſſo, che dargli la maggiore di ogni altra diſeſa.

XLII.

Nell'ultimo numero del Capitolo precedente ſi diſſe, che circa alla diverſità de' ripari da praticarſi in varj ſiti del fiume, e ſecondo la varietà delle circoſtanze, ſe n' avrebbe poi eſaminata la qualità, ricerca quì il luogo di farlo. Conſiſtono dunque i ripari o in ſemplici *paradori* paralleli all' argine, o in *penelli*; riguardano i primi l'immediata difeſa dell' arginatura; i ſecondi poſſono eſſer impiegati per guardare un lungo tratto di eſſa col rivolgere il corſo del fiume, ſicchè più non vada a ferire il detto piede; quaſi ſempre i paradori ſi piantano o nella corroſione che comincia ad intaccare l'argine, o anche in qualche drizzagno, ſe vi ſia il pericolo che l'impeto del fiume voglia più l'una che l'altra riva intaccare; per ordinario ſi formano di palificate di una ſola linea ed alti all'acqua media, venendo ben raccomandati con altri pali allo ſteſſo argine, tenuti i pali a qualche diſtanza fra di loro s'inviminano come i penelli, ma quanto quelli vanno ſoggetti ad eſſer ſcalzati da' vortici, che attorno de' pali va formando il corſo dell' acqua, onde rare ſono le volte, che ſi oſſervino pali de' paradori marciti dalla vecchiezza, ma quaſi ſempre ſono dopo non molto tempo levati,

vati, e trasportati dalla corrente; de' penelli formati con palificate ne abbiamo avuto discorso nel Capitolo precedente dal numero VI fino al num. XLIV, che però quì altro non ne diremo; ne' rimanenti numeri di quel Capitolo fu detto delle resistenze de' pesi ammassati co' quali si formano parimenti i penelli, ma le proposizioni furono assai generali, quivi ne individueremo l' uso a pubblico profitto.

XLIII.

Perchè, come in tanti luoghi di questo Trattato si è veduto, due sono i danni che ricevono i ripari formati con palificate o siano di paradori, o di penelli, o di qualsivoglia altra forma, e sono lo scalzamento, che il corso dell'acqua induce ne' pali confitti nel fondo del fiume, ed i vortici, ne' quali si pone l'acqua quando incontra le perpendicolari resistenze; importa il primo la perdita del riparo; il secondo l'escavazione del fondo a piedi degli argini: convien sfuggire se sia possibile e l'uno e l'altro di questi pregiudizj, sostituendo in vece di pali altri materiali non soggetti nè ad esser levati dall'acqua, nè a ridurre il di lei moto nelle predette perniciose vertigini; il che tutto si verrà ad ottenere, se secondo a quanto si è detto ne' numeri posteriori del Capitolo precedente, in vece di palificate si serviremo o di cantoni di smalto, come ci ha ammaestrati il Viviani nella dissertazione per difendersi da Arno, oppure con terra cretosa e consistente ridotta in Gabbioni disposti in modo da poter resistere alla violenza dell' acqua, unendo loro anche talvolta degli altri materiali. Due generi pertanto di tali ripari si propongono, il primo col Viviani predetto con gli prementovati cantoni di smalto, ed il secondo con i gabbioni in defficienza delle pietre e calce per formare i primi, ed anco perchè molte volte trovandosi il fondo del fiume di sì poca consistenza e di tal lubricità, che ne assorbirebbe, prima di assodarsi, una prodigiosa quantità, dove i gabbioni nè hanno bisogno di tante cautele, nè di tanta spesa come i cantoni: si è detto che qualche volta il fondo può ricusare i prismi fatti con pietra, il che può accadere dove il fiume, corre in alveo paludoso ed instabile; nel qual incontro saranno da sostituire i gabbioni predetti. Io, per quanto a me è noto, il primo in varj siti del Pò e dell'Adige, ne ho fatti con ottima riuscita fabbricare, e con altrettanto profitto li ho posti in pratica: può essere che un giorno, tralasciate del tutto le palificate, penseran-

CAP. XI. feranno gl'Ingegneri a foftituirvi queft'altra, che può dirfi perpetua difefa, la quale, oltre al dar ficurezza di buon efito, non ricerca fi può dire verun'altra fpefa per confervarla, dove per l'oppofto le palificate vogliono e grave difpendio per coftruirle, e non mediocre nel mantenerle, anche per que' pochi anni che fuffiftono.

XLIV.

I *moli* dunque fi avranno a formare a piramide trilatera troncata verfo della fua cufpide, ma la fezione al vertice avrà ad effer obliqua alla bafe, comecchè dovrà terminare ful fondo in dolce fcarpa. Intendafi BACG fig. 4 una tale piramide, la di cui cufpide fia G, e refti troncata con la fezione FED in maniera però che quefta non riefca parallela al piano della bafe BAC, ma che fe foffe prodotto il piano DEF fi unirebbe al piano prodotto ABC dalla parte di A, e ciò perchè riefca il tronco con maggior fcarpa che fia poffibile verfo il corfo dell'acqua, che fi fuppone effere verfo G. Terminerà poi il molo con la fuperficie nella linea BE fig. 4, ovvero nella AF fig. 5, *6*, formandolo, come fi dice, a fchiena di cavallo. La direzione rifpetto al corfo ed all'argine, può effere come più piace: la migliore delle altre da me fi crede quella che e con il corfo, e con l'argine forma angolo retto, come refta efpreffo nella figura 5 e *6*, nelle quali QR è l'argine che va attaccato alla bafe. Non è però che egualmente bene e con profitto non fi poffi, fecondo alle circoftanze dell'andamento del fiume, diriger l'affe di quefti moli, o fia la loro capitale anche un poco a feconda del fiume, come fi pratica d'ordinario ne' penelli a palificate; ma quefte regole non fi poffono ftabilire nelli quafi infiniti cafi che fucceder poffono, lafciandofi all'intelligenza dell'Ingegnere il prefciegliere piuttofto una, che un'altra direzione.

TAV. VIII. Fig. 4, 5, 6

XLV.

Se quefti ripari fi avranno a piantare in fiumi che non abbiano oltre li otto in dieci piedi di profondità nelle acque ordinarie, di foli gabbioni fi potranno formare, fenza che vi fi ponga nel corpo de' moli altro materiale; ma fe il fiume avrà maggior fondo, in tal cafo, fe non altro a motivo del minor difpendio, fi potrà far l'offatura de' moli con barche affondate ripiene di terra, e di poi fepolte fra i gabbioni predetti, ridu-

riducendoli possibilmente alla sopradetta forma; e perchè i gabbioni non bene talvolta si vengono, attesa la loro forma, a combaciare, perciò si dovranno col metodo che si dirà, accompagnare con terra, senazzo, paglia e brulli, di mano in mano che anderà crescendo l'opera, e quando siasi arrivati assai vicino alla superficie dell'acqua media, come che quivi poca è la forza del fiume, almeno nelle parti più vicine alla riva e più discoste in conseguenza dal vertice del molo; si potrà anco lavorare non con Gabbioni, ma con semplici Volparoni e Volpare ben legate, e ripiene di buona e cretosa terra, e ridurre in tal modo il riparo all'altezza conveniente, ch'è quella per ordinario, dell'argine maestro, avvertendo però che verso il vertice si terrà la dett' altezza alquanto più bassa, tirandola in declive, di modo che vadi a terminare al livello in circa dell'acqua ordinaria.

XLVI.

Il Gabbione si potrà far alto sei piedi poco più poco meno, di figura cilindrica, largo in diametro piedi tre, tutto tessuto di vimini, fatta che sia l'ossatura con nove lattole in giro; dipoi gli si addatta il fondo nello stesso modo tessuto, indi si riempie di terra della migliore e più tenace, vicino al luogo dove avrà ad esser affondato, e finalmente si chiude col suo coperchio simile al fondo, e sarà preparato per esser gettato all'acqua, laddove i fondi sono grandi, come fu eseguito alla Polesella fra il Sostegno e la Chiavica Barbazza. Ma se i fondi sono moderati, si porranno i Gabbioni vuoti in opera collocati in piano inclinato secondo la loro lunghezza, di maniera che il loro fondo appoggi sopra quello del fiume a canto le rive, e la bocca resti di sopra ond'esser per questa empiti di terra, cominciando dalla riva e progredendo verso il mezzo del fiume a 4, 6, ed anche più Gabbioni di fronte nel modo antedetto collocati, e successivamente empiti di terra, e poi nella medesima sepolti di sopra tirando il molo a schiena di cavallo: così fu operato in Adige alla Cavanella, Rotta nuova e Bertolino, ed anche in Pò in qualche sito. I primi moli che facessi eseguire furono quelli in Pò per sicurezza della rotta Contarina, dacchè restò ella chiusa, e furono piantati in 18 piedi di acqua alla punta, in 12 e 13 più vicino all'argine. Altri poi ne furono da me fatti formare in varj altri luoghi del medesimo fiume per varie esigenze, ed istessa-

CAP. XI. mente nell'Adige, in questo però in fondi minori di quelli del Pò. Singolare fu quello piantatosi quasi dirimpetto alla Cavanella di Fossone, a motivo di spinger l'acqua verso del Mandracchio delle Porte, e di corrodere una gran spiaggia, gettatasi in sito tale, che impediva quasi intieramente il transito alla grossa e minuta navigazione. Tutti i quali ripari, ed altri ancora sussistono, ed hanno prodotto gli effetti per i quali sono stati piantati.

XLVII.

L'orditura interna de' moli ne' gran fondi de' fiumi si può fare con barconi affondati ripieni di terra o di altri materiali, ma l'affondarli, abbenchè paja cosa non difficile, in pratica però riesce di molto impegno; se ne darà quì il metodo tirato da quanto fu osservato nell' impianto di un gran molo in uno de' maggiori fiumi dell'Italia, che per aversi a formare di una straordinaria estesa fu d'uopo servirsi di due Marciliane, e di uno de' più grandi Burchi che navighino i fiumi, e dovevano esser collocati tutti e tre questi Bastimenti in linea retta nel modo che si dirà; ma prima devesi dare qualche regola per l' affondamento predetto. Sia però Zφ il fiume che corre da Z verso φ, e sia in grazia di esempio da affondarsi la barca IK al sito IK; parerebbe veramente, che facendosi il corso secondo una sola direzione, bastasse assicurare la barca all'argine in O ed al fondo M, mediante le gomene KMIO, ben raccomandate e nella barca KI, e all' Ancora M appoggiata ed attaccata al detto fondo; nientedimeno conviene assicurarla in oltre anche inferiormente in L, con altra Ancora, e all'argine con altra gomena IN, e ciò perchè facendosi il movimento dell'acqua con assai d'irregolarità, non starebbe mai ferma la barca nell'atto del discendere, tirandosi essa inegualmente dalle gomene nell' andare al fondo; il che più agevolmente sarà compreso, se si considererà il profilo dell'argine e fiume VaQS, mentre calata che sia al fondo, è manifesto che la gomena TS dev'esser in bando, quando sia in questo sito, e molto più tesa di prima, l'altra raccomandata all' argine VX, e ciò per la ragione de' punti fissi S ed V, e de' mobili nel discendere X, T, onde e dall'impeto, che può concepire, almeno se il fiume è d'insigne fondo, e da questo inevitabile sconcerto, potrebbe facilmente rovesciarsi la barca, che però sarà bene di assicurarla con le altre due Gomene NI, KL,

TAV. VIII. Fig. 7.

accioc-

acciocchè resti possibilmente nel sito, in cui sarà stata collocata quando galleggiava; in tutti i modi è indispensabile il rallentamento delle corde raccomandate all'argine, in specie quando il fondo sia molto grande, e l'argine molto alto. Che se e l'uno e l'altro non eccedono i sei ovvero otto piedi, le differenze delle lunghezze de' *Cavi* non saranno per causare sensibile alterazione nel profondarsi, nè altro rimedio vi è per ovviare qualche più grave sconcerto, se non allungare il più che sia possibile i punti fissi N, O, L, M, perchè il raggio di questa specie di pendolo, rappresentato dalla barca nell'andar al fondo, abbia sempre maggior proporzione all'arco da essa barca descritto, e perciò minore sia sempre la differenza de' raggi predetti. Se il fiume non è di larghezza tale, che possi egualmente bene, che con le ancore assicurarsi la barca anche dalla riva opposta, si potrà farlo; e sarà da avvertire una circostanza, che potrà farsi declinare da quelle notabili differenze di lunghezza, che contraggono le gomene nell'andar al fondo delle barche, e sarà se essa gomena invece di raccomandarsi al piano superiore dell'argine, al che fare molte volte ci invita qualche tronco di albero ivi esistente, si assicurerà la gomena al piede del medesimo, col figervi un ben grosso palo o più di uno, se tale sia il bisogno come in *a*, ed allora molto meno ineguali riusciranno le lunghezze de' cavi *a*Y, *a*X di quello saranno VY, VX, e per conseguenza con meno d'irregolarità potrà andare al fondo la detta barca.

XLVIII.

La terra, rovinazzi ed anco pietre vive o cotte, quando vi sieno, saranno tutti materiali atti da caricare la barca da affondarsi, ma non si può farlo con questi soli, bastando con essi caricarla sol tanto che resti immersa fino all'opera *morta*, o poco più, mentre aggravandola maggiormente si potrebbe incontrare un disordine, e sarebbe che resa troppo greve per esser la terra o gli altri materiali di molto maggiore specifica gravità dell'acqua, nell'andar al fondo acquistando troppo momento, potrebbe rompersi ed aprirsi: caricata dunque al segno predetto, sarà da formarsi in essa de' *rombi* come li chiamano le genti di mare, a pelo di acqua, perchè entrandovi questa a poco a poco la sommerga finalmente: così fu da me praticato

CAP. XI. TAV. VIII. Fig. 7. to con buona riuscita in Pò nell'affondamento di due Marciliane e di un Burchio, che furono disposti come resta espresso per le lettere A. B. C, delle quali A rappresenta il Burchio; B, C le Marciliane. Si ebbe anco attenzione di collocare A alquanto lontano dalla riva, e ciò per aver maggior facilità da avvanzarsi verso il mezzo del fiume, non essendo poi difficile il chiudere, atteso il poco fondo che ivi avevasi, anche con semplice terra il varco fra la puppa A e l'argine, come prima di ogni altra cosa restò effettuato. L'occasione portò, il che è un caso assai singolare, di aversi a collocare tre bastimenti in linea, mentre per altro per un ordinario riparo può esser sufficiente o uno o due al più. Egli è anco da avvertirsi, che come le Marciliane per la molta altezza de' loro bordi, attesi i gran fondi, che si avevano, riuscirono molto addattate, dall'altra parte la loro forma curva, e non punto piana verso il fondo diede della difficoltà per essersi sentate alquanto pendenti, onde sempre meglio sarebbe l'affondare o burchi piatti, oppure di quelle barche, che si chiamano in Venezia *Piatte da libi*; e piuttosto, se la molta altezza dell'acqua lo ricercasse, porne due una sopra dell'altra, ovvero, ilchè ancora riuscirebbe meglio, collocarne due al paro nel fondo, e poi una sopra di esse, ripiene prima che fossero le due del fondo di buon terreno, e di altri materiali. Tali barche alcerto e con maggior facilità si affonderebbero, e nel sentarsi sopra del fondo più si addatterebbero al medesimo di quello fossero per fare, o le Marciliane, o altre barche di fondo non piano ma curvo, che qualche volta se niente più del bisogno restano caricate prima che siano aperte con i *rombi* de' quali si è detto, si rompono, come successe ad una, che fu affondata in poca distanza dalle sopramentovate, essendo per altro molto vecchia, e sdruscita.

XLIX.

I detti Bastimenti nell' antedetto modo affondati si possono chiamare ossatura del molo, la quale però, come è stato notato, non si rende necessaria se non ne' gran fondi, come sono TAV. VIII. Fig. 7. in specie quelli del Pò in queste nostre parti. Affondate che siano dunque le barche, e stabilita l'ossatura all' incirca come in A, B, C, si dovrà prima di ogni altra cosa unire la puppa della

la barca A coll'argine in DE, il che, quando non vi sia insigne corso, si farà anco con la semplice terra sparsa, ma se qualche corso vi fosse, che impedir potesse alla detta terra lo stabilirsi, e prender piede, allora si potrà con l'impianto di qualche palo chiudere quel varco, e di poi con terra e fascine, strame, paglia e terra unire la detta puppa all'argine, indi nelle barche A, B, C, che come si è detto sono restate non affatto ripiene di terra o rovinazzi per le ragioni dette, si getterà della terra sino al riempimento intiero, ma se si dubitasse che il soverchio peso di tal materiale, non aprisse la barca, allora a misura che si anderà avvanzando il riempimento, si dovrà porli a ridosso i gabbioni, e questi principalmente dalla parte superiore fra G ed E, e nella punta o vertice del molo HFG, ed assestarli occorrendo con brulli, e strame in modo, che si venghino in ottima forma a collegare assieme; inferiormente si potrà bensì servirsi de' gabbioni, ma in minor quantità, supplendovi con terra e strame nella maniera che si dirà nel numero seguente.

L.

Non è sì facile, come per avventura pare a prima vista l'annegare, come si dice, i gabbioni, vale a dire il gettarli all'acqua in modo, che il loro ammasso riesca stabile, forte, e tirato con giuste proporzioni. In un gran molo formatosi in Pò si adoperò il seguente metodo. Si collegarono, mediante un forte pagliuolo formato di buone travi, e ben tessute tavole, due delle ordinarie burchielle, di quelle che si servono i cavafanghi pel trasporto degli estratti pantani, e così unite formavano come un passo da fiume, poi sopra di detto pagliuolo si ponevano due gabbioni per volta ben riempiti prima di terra e ben otturati; condotte in appresso le burchielle cosicchè l' estremità del pagliuolo venisse a cadere appunto sopra del luogo, ove si avevano a calare al fondo i gabbioni, si ruzzolavano gettandoli all' acqua, coll'avvertenza che essi gabbioni, stessero sempre coll' asse e lato paralleli al bordo delle barche affondate. In altro modo e questo ben più facile si fecero affondare de' gabbioni, cioè col porne due uno per parte di una grossa barcha, ben pieni ed otturati, e vicendevolmente raccomandati con una corda, condotta la barca sul luogo, e sciolto il vincolo, scaricavasi da un lato il primo gabbione, e la forza che da questo veniva fatta era tale, che sbilanciandosi si scaricava dall'altra parte l'altro.

Bensì

CAP. XI.

Bensì con molto ingallonamento della barca, ma però senza pericolo alcuno. La larghezza della base che fu data ad esso molo fu di 40 piedi, ed i gabbioni a ridosso delle barche furono posti fino quasi alla superficie dell'acqua ordinaria dalla parte superiore EG; nell'inferiore si adoperarono i gabbioni dal vertice del molo fino quasi alla di lui metà in B, e ben molti ne furono gettati nella punta HG, cosicchè fra tutti furono più di mille; nel rimanente verso terra e sopra l'acqua furono usati mantelletti tessuti di vimini, caricati di terra ed affondati, ed un numero grandissimo di fascine, a tal segno che la mole è riuscita come convenivasi; contuttociò per niente dissimulare, comecchè le barche ed i gabbioni hanno perfettamente resistito, così i mantelletti e le fascine non l'hanno fatto, ed è stato uopo di ripararlo, nell'occasione anco che fu prolungato, ma con soli gabbioni, ed è poi riuscita l'opera della maggior consistenza, senza che più temer possa i pregiudizj dell'acqua, come era seguito prima di detta prolungazione.

L I.

Si dirà di alcuni effetti seguiti dopo l'impianto di un tal riparo, perchè venghi compreso ciò, che da simili opere si possa promettere l'Ingegnere. Appena piantato il molo, l'acqua restò affatto molente e superiormente, ed inferiormente ad esso per tanto spazio, che essendosi in disposizione di piantarne un altro superiormente, fu giudicato del tutto superfluo; poco dopo forsero atterramenti tali, che dove prima vi erano i dieci e dodeci piedi di acqua, tutto si ridusse in spiaggia di pochissimo fondo, e di una vastissima estesa; e non andò guari che restò esso molo dalla parte dell' argine sepolto nelle sabbie, che appena a' poco pratici lasciava conoscere, che quello fosse un riparo formato in tanto fondo di acqua; tutto il danno, se pur di danno merita il nome, che ha risentito, si è qualche corrosione superficiale verso della di lui punta, da quella parte cioè, che resta esposta ai venti australi, essendosene intaccata qualche pertica, senza però l' asporto di alcuno de' gabbioni. Quanto al corso dell'acqua; dacchè egli fu costrutto, si è manifestamente piegato verso della riva opposta, senza poter abbandonar tal direzione atteso il gran spiaggione,

che

che si è formato ed a tutela del riparo, e per sospingere il corso lontano.

LII.

Di molto minor impegno sono stati i moli piantatisi per sicurezza della Rotta Contarina, ed ancora minore quelli fattisi all'Adige Rotta nuova, Bertolino, Cavanella di Fossone, ed altri luoghi, mentre in questi ne meno vi è stato il bisogno di affondar barche, ma si sono formati con soli gabbioni, empiti dopo posti in opera, ed è stato sì pronto l'effetto di rivolger l'acqua, e fermar le sabbie, che appena terminati se n'è veduto il profitto. Alla Cavanella essendo obbligata la navigazione a scorrere per un mezzo miglio inferiormente al Mandracchio, in ora entra alla testa di esso con fondi buoni, portato ch'è il corso alla sinistra parte, dove allora tenevasi tutto alla destra. Una volta che tal sorte di riparo abbia preso piede nel fiume, non può esser dal medesimo mai asportato, mentre la grande scarpa, che gli si da, impedendo del tutto la formazione de' vortici, e riducendo e superiormente ed inferiormente molente l'acqua, il corso di questa, abbenchè possa con forza ferire la punta del molo, non può però distruggerla, levate che sono con i vortici le cause, che potrebbero indurvi la rovina. Il legamento de' materiali componenti questi moli è tale, che qualunque forza del fiume non vale a debilitarlo, rendendolo come di un solo corpo, e per conseguenza di una enorme gravità. Potrà dar qualche difesa alla punta, per resistere alla corrosione, il coprirla di doppie arelle ben conficcate nelle scarpe con terraficoli di salice, che germogliando reggono poi al corso, ed impediscono l' intacco che succedere potesse. Per altro il risarcirne le punte, sarà sempre opera facile e di pochissima spesa, nè anderà molto, che formatosi letto di sabbie anche per testa, cesserà il bisogno di qualunque ristoro.

LIII.

Prima di terminare questo Capitolo, ragion vuole, che si indichino ancora le difese, che competono a' Torrenti dopo aver esposte quelle, che riguardano i fiumi Reali princi-

Vv pal-

palmente, laddove nelle aperte Campagne col loro corso progrediscono verso il Mare: Veramente altra ragione correr deve ne' ripari de' Torrenti, altra ne' fiumi perenni, se la violenza di quelli nel discendere per i proprj alvei nulla, per così dire, ha che fare con il moto di questi. Nel Trevigiano altro più valido riparo non hanno saputo gli antichi opporre alla Piave da Narvesa in giù fino a che dopo aver corso quattro in cinque miglia, deposta la ghiaja s'incanala ed inalvea, camminando con meno furia, perchè meno inclinata, di quello si trova più verso del Monte, de' murazzi formati con crode senza cemento alcuno, piantati quattro in cinque piedi sotto il fondo dell'alveo, alti quanto lo ricerca l'escrescenza maggiore di quel fiume, e ben terrapienati alle spalle; sono essi non seguenti, ma collocati in tutti que' siti ne' quali batte l'acqua, e si estendono quanto lo ricerca l'accollamento di essa alla riva, e ciò tanto dall' una, che dall' altra parte, sussistono da quattro secoli, sconcertati solo nelle loro teste, ma non in guisa, che non possino facilmente esser riparati; difesa migliore di questa non può suggerirsi o nella Piave, o in qualunque altro fiume, che rapido corra come quella.

LIV.

Altro genere di difesa si pratica in detto fiume, e sono i *Gorzi*, che altro non sono se non grandi gabbioni di figura conica tronca, che si piantano con la maggior loro base nel fondo, tenendosi alti quanto ricerca la massima piena; si dispongono in retta linea perlopiù in due file una accosto dell' altra, legati ed assicurati con travi onde venghi loro accresciuta la resistenza, si riempiono non già di terra, ma della più grossa ghiaja che si trovi nelle vicinanze ove piantansi i detti ripari. Resistono i *Gorzi*, come è chiaro da vedere, per il loro enorme peso alla violenza dell'acqua, e con la scarpa che hanno per la figura conica, impediscono alla medesima il porsi in vortici, onde fermato il piede reggono all'urto benchè impetuoso che soffrir devono, senza punto rovesciarsi e perire. La meccanica del loro resistere, è la stessa di quella che fanno i gran pesi, conformati in prismi o gabbioni,

ma

ma tanto maggiore è la loro resistenza per i sassi che contengono, quanto maggiore è l'impeto che sostener devono: Un buon *Gorzo* vuol avere sei piedi incirca di diametro nella base, e nella sua sommità terminare nella metà o poco più, a norma della maggiore, o minore altezza che si ricerca; potendo questa arrivare fino li dieci e dodici piedi, purchè perfetti siano i materiali che lo compongono; tanto quelli inservienti per l'ossatura verticale, che gli altri che devono nella medesima esser orizontalmente tessuti, ordinariamente si dispongono in forma di paradori lungo le rive intaccate, ed alcune volte per traversare qualche ramo ed obbligarlo a volgersi altrove, qualche volta anco in figura di penelli o pignoni, secondo le esigenze del corso dell'acqua: insomma fanno essi la difesa più valida dopo quella de' murazzi. Non dissimile riparo ho veduto praticare in qualche fiume del Bolognese dentro le Montagne, come pure nel Serchio sul Lucchese, ma in figura piuttosto di Gabbione, che di *Gorzo* con la sola differenza, che vengono empiti di sassi di quelli cioè che seco porta il fiume, ed in ciò veramente convengono con i *Gorzi*, ma nella forma che si accosta alla cilindrica, con i gabbioni.

L V.

Con massima utilità sono stati posti in uso nel Torrente Torre nel Friuli, certi pignoni formati di grossi macigni, suggeriti e fatti eseguire dal Guglielmini. Consistono questi in certe piramidi scalene tronche, che con le loro basi ben attaccandosi alle rive, vanno a terminare con le loro teste nel fondo dell' alveo non più lunghi di cinque in sei pertiche, e taluno anche meno, diretti alquanto a seconda della corrente del fiume, sono fatti di sasso di cava della maggior grossezza, spianato bensì grossamente, ma in maniera però che quanto basta assestano gli uni con gli altri, formando i lati competentemente lisci, difesa questa, che molto fu contrastata nella prima sua esecuzione da chi non intendeva gran fatto la vera maniera del difendersi in simili Torrenti, ma che poi è stata considerata per la più addattata e forte per sicurezza di quelle rive, e della Reale Fortezza di Palma, che dal detto Tor-

rente veniva non mediocremente minacciata; da tutto ciò ben si può comprendere che per opporsi alle acque più precipitose de' Torrenti è di mestieri il servirsi de' pesi i più gravi, e che a nulla in questi servono le palificate, come queste servir possono ne' fiumi di corso più regolato.

CAPI-

CAPITOLO DUODECIMO.

De' Sostegni, Chiaviche, Strammazzi, Botti, e Ponticanali, attinenti alle regolazioni delle Acque.

I.

D*Efinizione* I. Sostegno è quella fabbrica, che traversando il fiume, o qualunque altro canale, serve a sostener la di lui acqua a certa altezza, o a comodo di navigazione, o per minorar il corso del fiume o del canale a preservazione o delle rive, oppure di qualche fabbrica inferiore, o finalmente per il motivo di animare qualche edificio.

Definizione II. Si dividono questi sostegni in stabili e mobili, sono i primi quelli, che si formano con roste, o siano pescaje, cavalletti, briconate ec. i secondi tutti quelli, che servono ad uso di navigazione, e per il movimento degli edificj.

Definizione III. I sostegni mobili altri sono a porte, che si aprono contro il corso del fiume, altri a pianconi o travate, che si levano e ripongono in numero maggiore o minore secondo l'occasione.

II.

Quei fiumi, che per aver troppo pendìo smaltiscono con troppa celerità le loro acque, nè le lasciano crescere, se non pochissimo, di corpo, ricercano per esser navigati i Sostegni, che minorando loro la caduta, vengano ad accrescere in tutte le loro sezioni l'altezza viva dell'acqua. Parimenti que' fiumi, le fonti de' quali non tramandando che poc'acqua, se si vogliono ridurre ad uso di navigazione uopo è di munirli di Sostegni, perchè trattenuta l'acqua da questi, e resa quasi stagnante, si rendano capaci di soffrire il barcheggio; ma perchè i fiumi possino restar imbrigliati con i sostegni, si ricerca, che la loro portata, cioè il corpo delle loro acque sia di moderata mole, altrimenti il sostegno non verrebbe tollerato: insomma i sostegni sono ricercati da' fiumi piuttosto piccoli, che mediocri, e da quelli, che eccessiva caduta avessero; non già da' Torrenti puramente

tali,

CAP. XII. tali, i quali per restar sovvente, e per molto tempo privi affatto di acqua, lascierebbero frustraneo il sostegno, e la navigazione, in grazia di cui si pianta. Per altro, qualunque sia la mole dell' acqua da sostentarsi con le dette fabbriche, v' abbisogna sempre, che resti aperto un qualche sfogo al fiume, perchè l' acqua sopravegnente non cresca sopra del sostegno, e lo formonti; ma di ciò ne daremo a suo luogo le regole e le leggi.

III.

Sia la sezione DACF di un fiume, l'altezza viva della cui acqua sia la DA; si voglia talmente essa sezione ristretta, cosicchè acquisti l'altezza AH, che alla prima abbia la ragione di m ad n: Questa AH dunque sarà per l'ipotesi la quarta proporzionale di m, n, b (dicendo DA, b,) e perciò facciasi come AD ad AH, così la dimezzata di AH, alla quarta proporzionale, che sia L; dipoi come L ad AC così la dimezzata di AD alla quarta, che sia M; se a questa si farà eguale la larghezza della sezione AB, l'acqua verrà ad acquistare l'altezza desiderata AH che alla prima AD sarà come m ad n. Perchè dunque $L . AC :: \sqrt{AD} . AB$. sarà ancora $AB = \frac{AC\sqrt{AD}}{L}$, e sostituendo in vece di L il suo valore $\frac{AH \times \sqrt{AH}}{CF}$ sarà $AB = \frac{AC \times CF \sqrt{CF}}{AH\sqrt{AH}}$ ovvero $AB \times AH\sqrt{AH} = AC \times CF \sqrt{CF}$, adunque scaricheranno esse due sezioni moli eguali, se tanto l' uno che l'altro membro dell' equazione rafferma la quantità dell' acqua che può uscire nel medesimo tempo e dall' una e dall' altra apertura; lo che era &c.

TAV. VIII. Fig. 8.

IV.

Scolio. Riducendo per l'uso, l' espressione a' termini analitici, dicendo $AC = a$, $AB = x$, $AH = c$, sarà $c = \frac{bn}{m}$ (quando la ragione di AD all' AH sia quella di m al n) onde la formola essendo $ab\sqrt{b} = cx\sqrt{c}$, se verrà sostituito in vece di c il valore suo diverrà $ab\sqrt{b} = x\frac{bn}{m}\sqrt{\frac{bn}{m}}$, oppure $am\sqrt{m} = nx\sqrt{n}$, ovvero $x =$

$x = \frac{am\sqrt{m}}{n\sqrt{n}}$. Sia in grazia di esempio da alzarsi l'acqua mediante il ristringimento della sezione, cosicchè la AH divenghi quadrupla di CF; sarà però $m = 1$; $n = 4$; Sia $a = 80$, sarà $x = \frac{80}{4\sqrt{4}} = 10$, onde il ristringimento dovrà ridursi alla sola ottava parte di quello era prima, perchè si ottenghi quadrupla altezza: in somma la larghezza della sezione sarà sempre in ragione composta diretta della prima larghezza della sezione, e della subtriplicata del numero esponente la prima altezza, e reciproca della subtriplicata del numero esponente l'altezza, a cui si vuole che arrivi l'acqua.

V.

Si ricava dalla suddetta facile proposizione l'idea generale de' sostegni usati ne' fiumi e canali per renderli navigabili, allorchè scarseggiando questi di acque senza di essi non soffrirebbero il barcheggio, attesa e la mancanza della necessaria altezza dell'acqua, e spesse volte la soverchia velocità che ritengono, per cui resterebbe molto incommodata la navigazione. Altro dunque non facendo i sostegni, che ristagnar l'acqua o in molta o in poca parte, si riduce la quistione al ristringimento del fiume, in modo che nelle parti superiori e cresca di altezza, e si minori di corso; ma perchè l'acqua sopravegnente deve o in poca o in molta quantità aver il suo esito, ne deriva da ciò la necessità che hanno i sostegni de' diversivi e sfogatori, altrimenti in non molto tempo resterebbero sormontate le rive; questi diversivi possono esser costrutti in ogni sito, purchè non molto lontano da esso sostegno. I portelli, che si lasciano nelle porte del sostegno, servono essi pure di temporaneo diversivo, ma que' canali che lateralmente si formano a sostegni, sono i diversivi perenni e reali, detti propriamente risoratori o sfogatori, la soglia de' quali può esser o di livello col fondo naturale del fiume, o anche più alta, e formata in pendìo a guisa di uno strammazzo. Generalmente parlando, i sostegni se saranno formati ne' fiumi torbidi, hanno bisogno di restar qualche volta aperti per impedire i riempimenti; ma se con acque chiare, possono mantenersi sempre chiusi a comodo della navigazione; qualche volta però anche ne' torbidi, se il diversivo è di molta capacità, possono tenersi sempre chiusi, supplendo il

corso

CAP. XII. corso di questo allo smaltimento della torbida, ne abbiamo l'esempio ne' sostegni della Brenta dalla Mira a Padova.

V I.

Per determinar l'altezza a cui secondo alle circostanze deve farsi il sostegno, perchè non sia sormontato dalle piene con pericolo di restarne danneggiato, basterà tenerlo alto in modo che essa piena possa sfogare per il diversivo, senza che sormonti; il che si otterrà col calcolare una sezione accresciuta di quanto può farla aumentare la piena, servendosi della formola del num. IV di questo, e ben notando a quali altezze pervenir potrà l'acqua nel diversivo, per fissare poscia sopra di questa le coltellate del sostegno che riescano almeno due piedi più alte delle dette misure. In altro modo ancora potrebbesi supplire a tal esigenza, tenendo la fabbrica a quella sola altezza, che si ricercherebbe, se esso sostegno non avesse a servire, che per le acque ordinarie, e ciò coll' introdurre lo sfogatore a strammazzo superiormente al livello dell'acque comuni, ma col dilatarlo a quelle misure, che il calcolo fosse per indicare. Sia per esempio la sezione del diversivo o sfogatore calcolata nel modo esposto al num. IV la BCDE, che contenendo le acque ordinarie ed obbligandole a correre per esso facciano il gonfiamento, la di cui altezza, sia la CB, e possa crescere per la piena sino in FG, quando tant'alte fossero le sponde di esso diversivo; ma perche con tal altezza converrebbe crescere anco le sponde e rivali di esso diversivo; però non si vogli che tanto aumenti, ma solamente da A in H spazio di poche once. Sarà per i comuni principj dell'idrometria l'equazione $AK \times AH \sqrt{AH} = BE \times BF \sqrt{BF}$, e considerando come incognita AK sarà questa eguale a $\frac{BE \times BF \sqrt{BF}}{AH \sqrt{AH}}$ valore della ricercata larghezza dello strammazzo del diversivo.

TAV. VIII. Fig. 9.

V I I.

Scolio. Sia la piena che potesse venire sopra l'acqua ordinaria alta piedi 5 ovvero once 60, onde BF = 60; la larghezza del diversivo BE sia di once 72, e l'altezza che si desidera sopra il labbro dello strammazzo AH sia once 9, dovrà AK esser di once 1200, cioè 15 volte e mezzo in circa più largo dello sfogatore, il solo strammazzo, o sieno li due fianchi che lo vengono a comporre, il che impegnarebbe in una molta spesa nella fabbrica,

ca, e sarà sempre meglio tenerlo alquanto ristretto, e soffrire più tosto una qualche maggior altezza della piena. Nella stessa supposizione lasciando che la piena salisse alta sopra dell'acque ordinarie once 16 facendo AH = 16 once, la dilatazione dovrebbe farsi a once 506, 6 fiate cioè di maggior larghezza del diversivo verrebbero ad avere i due fianchi dello strammazzo, e generalmente la dilatazione di essi fianchi, sarà in ragione composta diretta della larghezza del diversivo, e della subtriplicata dell' altezza, a cui in esso salirebbe l'acqua, che si volesse nel diversivo dello strammazzo, meno la larghezza dello strammazzo stesso.

VIII.

I sostegni inservienti ad uso di navigazione si formano con due mani di Porte, a motivo di poter livellare le acque tanto superiori, che inferiori, e dar il passaggio alle barche; il che succeder non potrebbe, se una sola mano vi fosse, com' è facile da raccogliersi per poco che vi si rifletta. Sia ABCD quello che chiamasi Vaso delle Porte, fabbrica che ordinariamente si fa di pietra; CF, BF le Porte superiori, che si chiudono in angolo, perchè più possino resistere al peso dell'acqua superiore; DE, AE sono le porte inferiori, che anch'esse si chiudono in angolo, mentre aperte che siano le superiori, devono sostener il peso dell'acque come le prime; qualche volta però possono anco chiudersi queste in linea retta, ma in tal caso la Porta è una sola, piantata in D ovvero in A, e tanto larga che arrivi col suo battente nell'opposto gargamme, che anderà lasciato nelle muraglie, onde chiudersi perfettamente il varco all'acque: così fu fatto nella parte inferiore del gran Vaso del Dolo sopra la Brenta; DCBA vien detta propriamente la Conca formata da'muri laterali DC, AB, che dovranno, come il rimanente della fabbrica esser piantati alla maggiore possibile profondità, come in RQ, che viene a formare profilo della pianta sopra le teste di frequentissimi pali ZR, QY, se il terreno mostra di avere del cuoroso: La soglia di CFB dev' esser formata un piede in circa più alta della platea di fuori e superiore CVBL, ma di livello in circa coll'interiore del Vaso, e la soglia di DA si farà pure un piede in circa più alta della platea medesima del Vaso, ed a tal livello si farà pure la inferiore HDAI, e ciò perchè le Porte trovino, onde appoggiarsi nel fondo chiuse che siano, dovendo a tal oggetto esse soglie formarsi

TAV. VIII. Fig. 10.

CAP. XII. angolari come CFB. Vi si formano parimenti le ale di muro BL, CV; AI, Dd da farsi o in questa, o in altra più congrua forma; chiusa che sia la porta superiore CFB, l'acqua OP sarà come nel profilo alta aO, cioè più alta della inferiore NSV quanto è la ON; ma aperta questa Porta e chiusa l'inferiore, la OP superficie dell'acqua, passerà in T, ed allora le barche saranno introdotte per passare inferiormente in VS, vuotato che sia il Vaso col mezzo de' portelli, come col mezzo di questi verrà riempito; se poi una barca debba esser tradotta dall' inferiore acqua alla superiore, allora passando da VS in VN, chiusa la inferiore Porta DA, si dovrà empire il vaso, e ridotta l'acqua all' altezza NO aprire la Porta superiore CFB, il che si farà senza difficoltà alcuna, pareggiate che siano le acque dentro e fuori del Vaso. Ma perchè queste Porte o sostegni rostano e serrano perfettamente il fiume, se questi ha incessante sovravegnente, si dovrà lateralmente, perchè non inondi quanto più si può lontano da' muri della fabbrica per evitare i pregiudizj alla medesima, introdurre il diversivo GMHK di quell' ampiezza e profondità che il calcolo dimostrerà, secondo a quanto si è mostrato al num. IV, e seguenti di questo Capitolo.

IX.

Le Porte de' sostegni devono esser formate di ottimo legname, quercia, castagno, o larice, ben ordite con travi come in ABCD che rappresenta la parte di dietro riguardante la conca nella superiore, ed il fiume nell' inferiore dalla parte di sotto di essa conca, ma *abcd* rappresenta la parte della Porta, che ha da sostenere la corrente del fiume, o per meglio dire, il peso; vale a dire ABCD ha da restare dalla parte verso l'acqua inferiore e fuori e dentro della conca, ed *abcd* ha da esser volta all' acqua superiore, e perchè chiusa che sia una delle Porte del sostegno, conviene prima di aprirle, e dar il passaggio alle barche, che la conca si empisca di acqua, però in esse Porte vengono introdotti i portelli G, H; *g*, *h*, ed i suoi otturatoj I, K, raccomandati alla verga di ferro o di legno *e*I, *f*K, che medianti i manubrj E, F; *e*, *f* ed il rincontro de' denti della ruota dentata, facilmente si alzano ed abbassano, chiudendosi, ed aprendosi secondo il bisogno. Se le Porte sono divise in due parti basterà un portello per ciascheduna; se poi la Porta non è divisa, come dinotasi nella figura, se ne introdurranno due, acciocchè si abbia e

TAV. VIII. Fig. 11 e 12.

nell'

nell'uno e nell'altro modo la facilità necessaria per empire, e vuotare il vaso o conca, e lasciare più spedita la navigazione. Quando la conca è grande, e molta l'altezza dell'acqua sostenuta, allora oltre i predetti portelli, si può introdurne un terzo nella grossezza delle muraglie, perchè con maggiore prontezza si possa empiere il vaso; ma è da avvertirsi, che sia ben assicurato, mentre il gran corso che concepisce l'acqua lo può di leggieri danneggiare con pericolo di far rovinare il sostegno. Tal foro, quando vi sia, non si dovrà aprire, quando la conca sia ancora con poc'acqua, bensì solamente allora, che si trova oltre della metà ripiena, levandosi con ciò di molto la forza dell'acqua uscente, e togliendosi il pericolo che non resti l'edificio in alcuna sua parte sconcertato. Alle Porte del Dolo si trova un foro dalla parte destra superiore all'entrare, e chiamasi il *Vampadore*, che viene aperto con le leggi antedette, così ricercandolo l'ampiezza ed altezza di quella notabile fabbrica; ed a motivo, che il gran corso dell'acqua non danneggiasse la platea del sostegno, è stato usato dalla cognizione dell'Architetto che lo piantò, poco prima del 1534 un ottimo ripiego, e fu, di far bensì entrar l'acqua per un solo foro, ma di allargarlo poi nell'interno de'muraglioni in un spazioso condotto, e farlo uscire nella conca o vaso diviso in cinque fori costrutti di marmo, di larghezza un piede e mezzo per ciascheduno, onde l'acqua entra nella platea nè meno con la quarta parte della velocità, con cui si caccia per la bocca del *Vampadore*. Tale artifizio fu da me osservato sul cadere dell'anno decorso 1740, quando di Pubblico comando feci porre in asciutto quel gran Vaso per rimetterlo da' gravi sconcerti che aveva risentiti ed in ogni angolo dell'ingresso superiore, e nella platea che fu trovata per la metà sconvolta nel seliciato suo di cotto; Difficile, per vero dire, è stato il levargli l'acqua, attesa la gran copia de' sabbioni che assediavano e superiormente ed inferiormente il Vaso senza che mai cessassero le trapelazioni sino a tanto che non furono perfettamente levati dal corso dell'acqua che fra un bosco di palificate pur anco succedeva, e lasciato il fondo col solo terreno buono di creta; per altro nulla più ha contribuito all'asciuttamento predetto, ed alla sicurezza de' lavorieri, di una pianconatura o travata che vi feci porre a pochi piedi superiormente alle porte, dopo ch'ebbi rilevato esservi nelle laterali muraglie, benchè molto sdrusciti, i gargammi per riceverla. La pozzolana

CAP. XII.

con cui sono stati impastati i cementi, ed i molti marmi postivi di nuovo in gran mole per i goloni da annicchiare i fusi delle Porte, promettono la più soda resistenza di detta Reale fabbrica nel tempo avvenire.

X.

TAV. VIII. Fig.10.

La formola che si registra al numero XX del Capitolo secondo fornisce sufficientemente quanto occorre, circa il tempo e quantità dell'acqua, che dalla parte superiore OP passa nella conca, e da questa nell'inferiore Canale, nella supposizione però, che per l'empirsi della Conca predetta non cali OP, nè cresca VS, ma che la capacità di essa conca sia infinitamente piccola in riguardo del rimanente del fiume. La formola dunque del numero predetto è $R = \frac{6304 \times CCT\sqrt{A}}{60'' \times 5}$, in cui R è la quantità uscita da un foro di un Vaso, la di cui acqua sia sempre mantenuta alla medesima altezza; CC l'area di esso foro; T il tempo; A l'altezza dell'acqua sopra del centro del foro; 60″ un minuto primo, il tutto espresso in once cubiche del piede di Bologna: e perchè si vuole come incognito il tempo che si consumerà al riempirsi della conca, però sarà $T = \frac{5 \times 60'' \times R}{6304 \times CC\sqrt{A}}$, ed essendocchè nell'esempio del Vaso, l'altezza dell'acqua va sempre scemando, sarà però, in vece della velocità corrispondente a quest'altezza A, da sostituirsi la velocità ragguagliata o *media* competente allo scarico di una data quantità.

X I.

TAV. IX. Fig. 1.

Sia pertanto l'acqua superiore alla porta chiusa AE; CD il portello; KL la di lui larghezza; HI la larghezza ragguagliata della conca del sostegno; FB la di lui lunghezza; SQBF × HI la quantità dell'acqua passata in un certo tempo nella conca predetta, il qual tempo è da ritrovarsi, data la detta quantità; FB è la superficie dell'acqua communicante con l'inferiore del sostegno sempre più alta del portello CD. Sia $AB = a$; $AQ = x$, dunque $QB = a - x$; $HI = d$; $FB = c$; $CD = n$; $KL = m$. Intendasi ART una parabola ch'esprima le velocità dell'acqua all'entrare nella conca, cioè BT dinoti quella *media*,

dia, che compete al primo ingresso dell'acqua, allorchè resta chiusa la porta GM, ed aperto il portello CD; e QR quella velocità pur *media*, che avrebbe l'acqua gionta col suo pelo all'altezza SQ; ma perchè sono in un continovo variare tutte queste decrescenti velocità, pertanto sarà da prenderne di tutte una media, cioè $\frac{BT+QR}{2}$ per quella che assai da vicino può rispondere a' fenomeni del movimento di quest'acqua, onde detta velocità, per la natura della parabola, sarà $\frac{\sqrt{AB}+\sqrt{AQ}}{2}$ $=\frac{\sqrt{a}+\sqrt{x}}{2}$ quindi nella formola espressa nel numero antecedente $T=\frac{5\times 60''\times R}{6304\times CC\sqrt{A}}$ in vece di $\sqrt{A}$ sarà da sostituire $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{x}}{2}$ come in vece di R il valore del solido $SQ\times SF\times HI=dc\times \overline{a-x}$ onde $T=\frac{2\times 60''\times 5\times dc\times \overline{a-x}}{6304\times mn\times \sqrt{a}+\sqrt{x}}$ formola generale per cui si verrà in cognizione del ricercato tempo.

XII.

Scolio. Si faccia $x=16$, $a=49$, dunque $QB=33$; $d=480$, $c=1200$; $n=12$; $m=18$, che però la formola sarà mutata in $T=\frac{10\times 60''\times 1200\times 480\times 33}{6304\times 18\times 12\times 11}$, di cui il logaritmo del numeratore, sarà 10. 07004, e quello del numeratore 7. 17545, e perciò il logaritmo del tempo ricercato 2. 89459, e perchè resta espresso in secondi, si divida per 60, sottraendo cioè il logaritmo di questo numero dal predetto, e rimarrà il logaritmo del tempo in minuti 1. 11644, che dà 13 minuti primi in circa.

Ma volendosi sapere il tempo intiero, che si consumerà nell'empiere tutto il vaso del sostegno, cioè allora quando l'acqua sarà arrivata in A, allora, divenendo $x=0$, si cangia l'espressione in $T=\frac{10\times 60''\times dc\sqrt{a}}{6304\times mn}=\frac{10\times 60''\times 1200\times 480\times 7}{6304\times 18\times 12}$ ed il logaritmo del numeratore sarà 9. 38366, e quello del denominatore 6. 13406, onde il logaritmo del tempo ricercato

CAP. XII. to 3.24960, e sottraendogli il logaritmo di 60 come sopra, rimane esso logaritmo del tempo 1.47145, che vale 30 minuti primi, ed in tale spazio di tempo resterà empita tutta la conca del sostegno.

XIII.

Coroll. I. Resta manifesto, che se un altro simile portello resterà aperto nella medesima porta, l'empimento predetto seguirà nella metà del tempo, cioè in un quarto d'ora; dovendosi per altro avvertire circa a' portelli e loro grandezze, di aversi a stabilire in modo, che non rieschino soverchiamente grandi per non render debole la porta, e pregiudicare al vaso col maggior peso dell'acqua, e che parimenti non rieschino soverchiamente piccoli per non aversi a consumare troppo tempo nel passaggio delle porte.

Coroll. II. E' ancora manifesto esservi il modo di determinare la grandezza di essi portelli, perchè sia tale, cosicchè in un dato tempo somministri l'acqua necessaria, dovendosi però prendere tali misure dall'acqua ordinaria, e non già dalla piena, o dall' estrema magrezza.

Coroll. III. E' chiaro parimenti, che le regole inservienti per empiere la Conca, in riguardo cioè al tempo ed apertura de' portelli, le medesime servire ancora per scaricarla, correndo nell' uno e nell' altro caso le stesse leggi. Sogliono per altro gli esperti Portinaj aprire i portelli in due volte, e ciò per non dare tanto carico alla fabbrica, allorchè la Conca trovasi vuota, atteso il grande corso di acqua, che in tale stato concepisce, aprendo poi tutto il lume di essi portelli, quando è per la metà incirca ripiena, rimanendo tolto allora ogni pericolo, il che dee osservarsi, quando in specie è il tempo delle escrescenze, e che la caduta dell'acqua si fa di maggior momento.

XIV.

Il modo effettivo di piantar i sostegni sarà il seguente: Riconosciutosi nel luogo divisato ove sia il miglior fondo, mediante la Trivella gallica, con cui estraesi di suolo in suolo la terra fino alla profondità necessaria; si ergeranno due cavedoni o intestature attraverso del fiume R. S; lasciando però l'adito a fluire l'acqua per qualche esito laterale nell'inferiore; dipoi sarà da escavarsi una gran buca, ben profondandola sotto dell' orizonte,

TAV. IX. Fig. 2.

della

della Campagna li 16, 18 e fino a 20 piedi a misura della buona o rea qualità del terreno, e la larghezza e lunghezza di questa, non solamente dovrà essere quanto porta l'estesa della fabbrica, ma quel di più ch' è necessario in riguardo della profondità, e di quelle banche che nella scarpa si avranno a lasciare, e ciò per due motivi, e perchè la terra di sopra pesando troppo, non cada nella buca stessa, e perchè gli operaj possino gettar essa terra con il badile o paletto di banca in banca (se più di una uopo sia di formarne) senza molta difficoltà: Una buca che fosse profonda 18 piedi, vorrebbe due banche, oltre il piano del fondo, e così a proporzione; qualche volta la tenacità del terreno può esser tale da soffrir senza banche l'intiera scarpa di tutta l'altezza del cavamento, ed allora per asportar fuori la terra, converrebbe usar i ponti e le carolle.

Preparata che sia la buca, o che il terreno del fondo è bianco e cretoso, o cuoroso e nericcio, oppure composto di sabbione e rena; Se bianco e cretoso sarà da considerarsi, se tale sia dapertutto, ovvero in qualche sola parte, come ancora se di rena e sabbione fosse, ovvero di cuoro sia dapertutto oppure in qualche sito solamente del preparato cavamento, ed a norma delle varietà, che saranno trovate, si avrà ad operare diversamente nell' impianto de' fondamenti: generalmente il terreno negro e pieno di radici di erbe e caune è il più cattivo; La creta ed il terreno bianco e sodo è il migliore, e tale è pure la rena ed il sabbione, quando però non vi sia gran caduta dell'acqua nella fabbrica, che si deve intraprendere, mentre in tal incontro potrebbe dubitarsi, che il sabbione venisse asportato, e rimanessero troppo deboli i fondamenti, ma dove non si trova se non poca caduta, il sabbione si conta fra gli ottimi fondi, potendosi sopra di esso fabbricare anche col gettarvi de' semplici zattaroni doppj di ben tessuti legni, senz'altro palificamento: qualunque però sia la qualità del fondo con palificate e tavolato ogni fabbrica si assoda, quando però l'oculato Architetto sappia al bisogno ben adattare il ripiego, senza gettare inutilmente la spesa: ma prima d'internarsi di vantaggio nella fabbrica de' sostegni è necessario produrre alcune proposizioni per rapporto alla resistenza de' fondi.

Un

CAP. XII.

X V.

TAV. IX. Fig. 6.

Un peso ADCB egualmente grave in tutte le sue parti, di figura parallelipipeda, il di cui centro di gravità sia E, se sarà posato orizontalmente sopra di un piano DC egualmente cedente, onde tutti i filamenti che devono resistere alla pressione FD, IH ec. GC, abbenchè in qualche maniera compressibili, e cedenti, lo faccino sino ad un certo grado, a cui arrivata la discesa del peso, restino le resistenze di essi filamenti, bilanciate con la pressione, cioè allorchè resti intieramente estinta la forza viva del grave, ed altro non sia in azione che la morta, il che di succedere si supponga, allora che gionto sia il peso in *dc*, restando i filamenti abbreviati della quantità H*b*, H*b* ec. a causa della compressione, e rimasto il peso con la sola forza morta; ciò non ostante il detto peso otterrà ancora la stessa positura orizontale, ed in tal modo potrà conservarsi: il che si dimostra agevolmente avvegnacchè tutte le parti egualmente gravi, incontrando per la supposizione eguali resistenze, non vi è ragione perchè una parte discender debba più di un'altra, tanto le esteriori *d*, *c*, che le interiori *b*, *b*; discenderà dunque il centro di gravità E per una retta linea perpendicolare all'orizonte, e disceso che sia sino all'estinzione della forza viva, ed a trovare l'equilibrio con le resistenze, ivi fermamente potrà sussistere senza incontrare verun'altra alterazione: Per tanto quando il fondo sia in tutte le sue parti di una egual resistenza, ed in quel sito specialmente, in cui si vuole piantare qualche edificio, anche senza palificate, si potrà ergervi la fabbrica col porvi un buon tavolato doppio, composto di ben uniti assoni; il peso della quale al più potrà discendere qualche oncia sotto del piano stabilito, ma quivi arrivata non procederà più oltre. E' pero da avvertire di doversi caricare dal più al meno egualmente le parti omologhe e corrispondenti, altrimenti nè il centro di gravità E potrebbe discendere per la perpendicolare suddetta, nè egualmente restar compressi i filamenti *b*I, *b*I ec.; e l'edifizio sentato che fosse, rimanendo con la sola forza morta, caderebbe fuori del piombo, con disordine, e brutta apparenza.

Per-

XVI.

Perchè poi i fondi composti di materie cedevoli non sono ordinariamente tali, se non per un certo determinato spazio, cosicchè se a qualche piede vicino alla superficie della campagna il terreno è di cuora, o di altra materia meno resistente, più sotto finalmente trovasi la creta ed il caranto, che dà una perfetta ed eguale resistenza. Chi potesse fondar le fabbriche sempre sopra di un tal fondo, non abbisognerebbero esse nè di palificate, nè di tavolati o zatteroni, ma basterebbe escavar tanto fino che si trovasse esso buon terreno, il che ne' luoghi palustri non è quasi mai permesso per le sorgive, che il profondare oltre di certe misure impediscono, onde restano annegate le buche, quando si vogliono cavate oltre delli 14 in 16 piedi, quindi è di mestieri declinare da queste escavazioni, sostituendovi altri mezzi, che siano valevoli ad appoggiarsi al terreno forte senza altra escavazione, e con ciò ridurle alla dovuta consistenza. Tali mezzi altri non sono, che i pali piantati a piombo, e di tal lunghezza, che con le loro punte per un terzo incirca della loro lunghezza, restino fitti nel terreno sodo, perchè poscia sopra le loro teste, si possa conficcare il tavolato di assoni. Sia in grazia di esempio escavato il terreno fino in AB, facendo la buca con due banche X, Z, secondo a quanto si è espresso al num. XIV. di questo, nè più oltre senza pericolo si possa progredire, non avendosi pur anco il terreno consistente per tutto lo spazio ABIKDC, e comincj solamente il terreno forte alla profondità EIK. Si profondino dunque i pali AF, BG, DK, e tutti gli altri intermedj di modo che per un terzo incirca restino fitti in detto terreno forte, coll'avvertenza che i pali, che saranno fitti nel perimetro della fabbrica siano il doppio più lunghi, di quelli dell'interno della medesima, cioè se questi saranno 5 piedi, siano quelli 10; sopra le teste di essi pali, che dovranno esser tutti contigui, e come si dice testa con testa ridotti che siano ad un solo livello, si stabilisca il tavolato di assoni ABDC, e sopra di questo si comincierà il muro della fabbrica.

TAV. IX. Fig. 7.

Le regole da osservarsi in questa importante materia sono le seguenti. I. Se la fabbrica non è di grande estesa, come se fosse una Chiavica, ed il terreno AEIKD di mediocre consistenza, e ben forte l'altro EFGHKI, allora si potrà appoggiare il tavolato a due fila di pali, piantati sotto delle estremità AC, BD,

CAP. XII.

e questi anco con qualche distanza fra di loro; ma se il terreno non è di tal natura, converrà piantare i detti pali assai più vicini, ed anco contigui, e testa con testa. II. Se la fabbrica è più dilatata, ed il terreno di mediocre consistenza, sarà di mestieri piantare un terzo ordine di pali parallelo a' primi; e se esso terreno fosse ancora meno sussistente, se ne dovrà piantare una quarta ed una quinta linea; e finalmente se il terreno fosse del tutto inabile a sostenere il peso della fabbrica, converrà empiere tutto il vano di pali ben lunghi, facendo che arrivino più giù che sia possibile, e che si tocchino testa con testa, legandoli ben bene con sue catene e filagne, di modo che possino ben ressistere al grave peso, che gli verrà sovraposto senza pericolo di sconcertarsi.

XVII.

Sopra del Tavolato si dovranno stendere i suoli di pietre cotte a quante mani, che occorreranno, sino a tanto che si arrivi all'altezza ove l'acqua camminar dee, foderando poi questa superficie di corsaròli di marmo, il tutto ben inarpesato e connesso: ma perchè accade spesse volte, che o per la soverchia spesa, o per la mancanza de' marmi, non si possano con i medesimi guernire le fabbriche, si potrà supplire con il laterizio nel modo che segue, secondo a quanto avanzò in una erudita Relazione il rinomato Montanari in data 10 Febbrajo 1686, per certa navigazione nel Friuli, su di cui allora versava quel celebre Professore. *Cavato*, dic'egli, *prima il fondo alla profondità di due piedi sotto il piano, ove deve essere il seliciato* (che dovendosi lavorare in luoghi paludstri sarà il sito, ove anderà il tavolato, di cui sopra si è detto) *vi si farà una buona platea di ottima calcina ben lavorata, e mischiata con giarella minuta ben vagliata, e netta dalla terra, oltre il solito sabbione, e questa all'altezza di oncie 24, la quale ben battuta, e lasciata per più giorni far la sua presa, vi si butterà dipoi per quattro o cinque giorni, ogni dì tant'acqua, che la ricuopri tutta, acciò ne succhii il suo bisogno a perfezionare la sua presa, dopo di che trovandosi abbassata, com'è solito nell'asciugarsi, circa once 4, vi si farà sopra il salizzo di pietra ben cotta e scielta e spianate insieme, acciò nel lavoro si accostino bene, valendosi similmente d'ottima calcina, e ne verrà fatto un salizzo fortissimo, che lasciato ben riposare, diventerà tutta una forte platea d'un pezzo, che sempre più indu-*

ran-

randosi resisterà maravigliosamente alla caduta dell' acqua, e ad ogni sorgente inferiore, distendendo un tal salizzo non solo per tutta la capacità delle Porte, ma nell'uscita delle medesime alquanti piedi più avanti, in modo però che nel fine vada a colligarsi con un muretto inferiore, che gli serva di fondamento: al che altro non aggiongeremo, se non che se essa platea sarà formata con calce a pozzolana, ancora più forte riuscirà l'impasto predetto. Sarà poi necessario che i muri della fabbrica riescano di un piede e mezzo incirca dentro del piombo delle esterne palificate, non essendo se non troppo azzardoso il piantarli all'estremità delle medesime, potendo accadere per tal motivo de' sconcerti ben gravi a tutto l'edificio.

XVIII.

Non sarà superfluo l'avvertire, che a titolo di maggior fortezza saranno da guernire i Cantonali della fabbrica di buoni marmi, onde ne segua una forte legatura, e quando mancassero i marmi, servirsi di ottime pietre cotte fregate, e di buona calce, e se fosse meschiata con pozzolana sarebbe ancor meglio, e ciò perchè con maggior forza si resista al corso dell'acqua, ed all'urto, che sovente in passando essa vi imprime, che perciò non sarebbe fuori di proposito l'introdurre nella platea certe bossole a canto del risalto dell' angolo più vicino all' ingresso delle porte, nelle quali fossero piantati alcuni pali squadrati ad oggetto di cuoprire i detti risalti dagli urti delle barche, se da questi le fabbriche ricever possono de' gravi sconcerti; Se però il detto angolo sarà con marmi, poco o nulla nè potrà risentire la muraglia. Quando vi sia sfogatore, converrà pur munire la di lui bocca esterna, o con buona muraglia, oppure con buona palificata, mentre stante che per questo si dà la communicazione libera fra l'acqua superiore e l' inferiore, il corso viene grandemente ad accelerarsi, sicchè molto facilmente ricever corrosioni assai pregiudiciali nè possono le rive, e restar intaccata la bocca di esso diversivo, onde il ben munire e quelle e questa, sarà affatto necessario. Si può ottenner l'intento di divertir l'acqua, ed anco di render la bocca del diversivo meno esposta alla violenza dell' acqua col fabbricar opportunamente in esso diversivo qualche edificio, che sostenendola ne moderi il corso, ed accresca agli abitatori vicini il commodo o sia per la molitura de' grani, o di altro, ed a Padroni del Sostegno l'utile.

CAP. XII.

XIX.

TAV. IX. Fig. 2. 4. 5

La forma de' sostegni si riduce o alla designata nella figura 2, o a quella connotata nelle figure 4 e 5. La più reale e forte è quella che ha meno angoli, cioè quella del numero 4, e di tal forma sono i celebri sostegni di Governolo sul Mantovano, e e del Dolo nel Padovano; i più comuni sono gli ottangoli, che tali riescono compresi i lati delle Porte, come mostra la figura 5, altri si formano come dinota la figura seconda, ed allora principalmente, quando le barche, che devono passarvi, siano picciole, e servono per i piccioli fiumi. I maggiori, quelli cioè destinati sopra fiumi grandi, non solamente devono esser fatti con grossi muraglioni di 5 e 6 piedi di larghezza, ma devono anco esser assicurati co' suoi speroni o barbacani, come resta espresso in detta figura, in cui PNQO è la platea AB, CD sono le soglie; FZ, ZH le porte superiori divise in due; CD l'inferiore; le prime che si chiudono in angolo, contrastando fra di esse; quelle della parte inferiore batte nel risalto di muro della fabbrica; *γγ* sono i gargammi o goloni corrispondenti alle bossole per ricevere gli assi delle porte; FPE, BQG sono le ale d'avanti; CNK, DOM le ali di dietro; TT i Caselli per maneggiarvi l'argano da aprire esse porte; XX i barbacani o speroni che assicurano le muraglie. Il profilo di una parte lo dimostra la figura 3, in cui *gcib* è la platea, *bkli* gli assoni sotto di essa, piantati sopra i pali testa con testa *kmonl* esistenti sotto de' fondamenti; *dabp* il muraglione, *fpe* il barbacane.

TAV. IX. Fig. 3.

XX.

Scolio. Uno de' mezzi più efficaci per obbligar i fiumi a soffrir la navigazione, quando tali di sua natura non siano a motivo della loro grande pendenza, sono i Sostegni, e con questi anche i piccioli, per così dire rigagnoli si possono ridurre al barcheggio, e non solo nelle pianure, ma ancora nelli stessi monti, onde chi ne fu l'inventore ha al certo un gran merito con l'umana società: Ho cercato molto per rintracciare di questi il nome, e sapere il tempo di un sì spezioso ritrovamento, senza averlo potuto conseguire, se pure certa notizia, che mi deriva da private carte non potesse dar qualche lume per riconoscere il detto benemerito inventore. Ho trovato dunque che Dionisio, e Pietro Domenico fratelli da Viterbo del fu Maestro Francesco di detta Città Ingegnere

della

della Signoria di Venezia acquistano del 1481 li 3 di Settembre da' Sign. Contarini certo sito nella Bastia di Strà, luogo ben noto verso di Padova, per formar in esso un foratore del Piovego, ch'è quel canale che viene da Padova al detto luogo di Strà, ed in certa supplica de' medesimi da Viterbo di detto anno, resta espresso ch'essi, che si chiamano *Maestri di orologgio*, faranno, che le barche e burchi potranno passare per la Chiusa di Strà senza pericolo, operando in modo che le acque usciranno con facilità, e senza esser obbligate a scaricare, e senza esser tirate. Aggiungono poi le condizioni, fra le quali la principale si è quella di aver essi a formar l'*ingegno* come lo chiamano, e mantenerlo; il che essendo stato loro accordato assieme con quel provento che pur avevano dimandato, costa da Ducale a' Rettori di Padova, in cui si esprime compito il Sostegno di Strà; perlocchè ricercorono i detti Maestri di far una buova per maggior perfezione dell'opera. A costoro dunque, almeno nello Stato Veneto, si può dare il vanto di tal invenzione, non trovando chi prima di essi l'abbia ideata nè posta in pratica.

Con l'uso de' Sostegni abbiamo veduti congionti i mari, e tradotti, per così dire, per le stesse Montagne i naviglj. Nel famoso Canal Reale che dà la comunicazione in Francia a i due mari, si contano *64* sostegni, fra' quali alcuni doppj, uno quadruplo, e quello di Fonceranes vicino a Beziers ha otto mani di porte consecutive: idea veramente mirabile e nuova, e ben riuscibile fra monti, sostenendosi da questo solo fino ad undeci toese di altezza di acqua, che sono piedi *66* di Parigi, ed in circa da *62* de' nostri, e da ogni porta piedi 8. E' lunga essa gran fabbrica, (divisa come si è detto in diversi vasi) 1*56* toese o siano piedi *696*, cioè pertiche 111 delle nostre, per nulla dire delle due conserve stabilite per impinguarlo, di Castelnaudari, e di Nauroze, alimentata questa dal Riserbatojo di S. Feriol; il che si è voluto indicare perchè si conosca fin dove sia giunto l'umano ingegno nel maneggio delle acque; e fin dove siasi estesa la potenza di Ludovico XIV per promovere il commercio del di lui Regno; il merito di un'Opera sì grande si attribuisce a Pavolo de Riquet, ch'eseguir la fece sopra i progetti dell'Andreossy Matematico, fu cominciata del 1*666*, e terminata del 1*680*.

La navigazione di Bologna, che si pratica per il naviglio tirato, mediante la Chiusa di Casalecchio fino a Malalbergo, e per le Valli verso di Ferrara, arrivata ch'è da questa Città al Bentivo-

CAP. XII. tivoglio, deve ascendere sino al piano di Bologna piedi 50 di quella misura, che vagliono 55 in circa de' Veneti, ed essendovi nel tratto di otto miglia altrettante mani di Sostegni, vengono essi a sostenere per ciascuna mano da 7 piedi.

X X I.

Accade qualche volta di aversi a sostenere l'acqua di un canale con i *pianconi*, o sia con una travata, in vece di Porte, e ciò o perchè poco sia il ricercato sostentamento, o che rare volte ricerchisi l'apertura del Sostegno, o finalmente per evitare la spesa, quando bene tali pianconature non si faccino per regolare i fiumi, acciocchè nelle magre abbiano l'acqua bisognevole, e nelle piene smaltischino la superflua; nel qual incontro tali edificj si piantano in bocca de' diversivi de' fiumi, e si chiudono ed aprono secondo l'esigenze, facendo l'uficio di strammazzi nelle piene, e di sostegni nelle magre. I *pianconi* altro non sono che travi riquadrate poste le une sopra le altre ne' suoi incastri, cosicchè combaciandosi e fra di esse e col marmo ove appoggiano, venghino a trattenere il corso dell'acqua, riducendola stagnante per quanto si estende la di loro altezza. Quando occorre servirsi di tal edificio, non è di mestieri piantare due mani di travi, come nelle Porte, delle quali si è parlato, ma una sola mano è sufficiente, quando bene il fiume non fosse di tal forza da temersi, che una sola non potesse resistere, ed allora è utile anzi necessario il replicare una tal difesa. Antico n'è l'uso, ed al certo sino dal decimo quarto Secolo, cioè anche prima de' Sostegni a Porte, facendone di ciò ampia testimonianza quella fabbrica sul Padovano, che chiamasi comunemente *Colmellone di Limena*, e che esiste nella Brentella nella Villa di detto nome, piantata al tempo di Francesco da Carrara il vecchio. Ella è divisa in due occhi per potersi più agevolmente chiudere alle occorrenze con la travata. Per regolare una navigazione di un canale, che manchi di acque, non vi è forse mezzo più valevole di tali fabbriche, intendendo però di que' canali, che o hanno diversivi, oppure che divisi in molti rami, ricerchino la regolazione di alcune bocche, non già dell'alveo principale, in cui anzi a difficoltare, che a facilitare la navigazione servirebbero, e di gran lunga i sostegni a Porte sono migliori, e più spediti di quelli a pianconi per l'imbarazzo dell'assestar le travi e levarle, il che sempre riesce e difficile, e di molta fatica.

Suppo-

XXII.

Supponendo un'acqua corrente da fermarsi con piancòni, cercasi qual forza sarà da impiegarsi per cacciarli a' suoi luoghi, e si dice che questa, prescindendo dalla propria gravità considerata nell'acqua, dovrà essere in ragione delle altezze, che rimarranno sopra di quel tal piancòne, che si anderà ponendo in opera; imperocchè essendo data la superficie del piancòne, che si appoggia all'incastro o gargamme, e per conseguenza la resistenza che può risentire il medesimo per la propria scabrizie, altro non rimane da considerarsi, che l'urto dell'acqua per aversi il momento della totale pressione; ora quest'urto dell'acqua sta come il quadrato della velocità, e questo quadrato come l'altezze dell'acqua stessa; adunque esso momento starà come le respettive altezze, essendo costante e la superficie del piancòne, e la resistenza a causa della propria scabrosità nell'andar abbasso, e per conseguenza la forza ricercata per cacciarlo al suo luogo, dovrà esser maggiore del detto momento.

XXIII.

Corollario I. Resta manifesto, che quanto i piancòni saranno più gravi in specie dell'acqua, tanto più facilmente anderanno abbasso ad assestarsi a' suoi luoghi, mentre la loro gravità superando quella dell'acqua, ajuterà a vincere le resistenze, e la loro levigazione a superare quelle resistenze che provenir potessero dall'irregolarità della superficie ch'entrar deve ne' gargammi.

Corollario II. E quanto più la bocca della fabbrica sarà ristretta, tanto più i piancòni resisteranno al peso dell'acqua, posti che siano in opera; e per lo contrario, essendo troppo dilatata la bocca, e troppo lunghi i piancòni, più difficile sarà il maneggiarli, e facilmente potranno cedere al carico predetto dell'acqua; quindi il gran Sostegno della Polesella, che fin dal 1705 era stato ridotto a piancòni, in vece delle Porte che prima vi erano, essendo largo piedi 22 Veneziani, è stato da me l'anno 1734 fatto riformare in due vani, coll'ergervi un pilastrone di tutto marmo a mezzo, avendo però lasciato un occhio maggiore dell'altro per dar commodo a qualche barca che vi transitasse, ed in tal

tal modo e si è ridotto facile il maneggio de' piancòni, ed assicurato dall'acque del Pò quell'importante sito.

Corollario III. Quanto più alta sarà l'acqua superiore dell'inferiore, altrettanto sarà difficile il collocar i piancòni ne' suoi luoghi; come allorchè poca sia la differenza dell'acqua, sarà molto facile il porveli, anzi non prima si pongono d'ordinario, che non molto differenti siano i livelli fra l'acqua superiore e l'inferiore, ed in tal modo la fatica riesce minore, e più sicuro il sostentamento dell'acqua.

Corollario IV. Rilevasi ancora che i piancòni più che a trasmetter le barche, come i Sostegni a Porte, siano destinati a sostenere il corso de' canali, mentre non facendosene per lo più, che una mano, troppo di difficoltà avrebbe il barcheggio in passare il rapido corso che ne provenirebbe dopo che quel dato numero delle travi fosse levato, e molta fatica e perdimento di tempo vi sarebbe nel rimetterle; oltredicchè vuotandosi non poco l'alveo nel tempo che durasse aperta la pianconata, ciò non mediocremente altererebbe l'altezza dell'acqua, che potrebbe anco talvolta ridursi sì scarsa da non poter sostener la navigazione.

XXIV.

Mi sovviene di aver letto in qualche manoscritto del Sabbadini Ingegnere che in Venezia ha avuto molto nome nel secolo XVI in cui egli fiorì, come quello che molto ha contribuito alla regolazione dell'acque de' fiumi e Lagune di Venezia; mi sovviene, dico, di certa sua proposizione di formar le pianconate co' travi posti non orizontalmente, com'è l'ordinario costume, ma a piombo uno dietro l'altro. In fatti sembra a prima vista, che maggior facilità vi potesse essere nel collocarli, essendocchè non incontrano l'acqua, se non per quanto porta la di loro grossezza; dove ne' piancòni orizontali deesi calar abbasso tutto disteso, coll'incontrare tutta l'acqua secondo a tutta la lunghezza del piancòne: Per servirsi di un tal metodo, si dovrebbe collocarne uno orizontale nella parte alta della fabbrica fuori dell'acqua, che facesse appoggio agli altri; nientedimeno come che per i primi, che fossero assestati poca difficoltà si verrebbe a risentire, così per gli altri, allorchè si fosse per chiudere affatto il varco all'acqua, vi sarebbe molto da faticare, mentre gonfiando dessa a motivo de' primi piancòni che fossero posti in opera, molto si accre-

accrescerebbe la velocità ne' siti ancor liberi, e tal corso peravventura sì crescerebbe, che difficile molto riuscirebbe il porre in registro le ultime travi. Non è però che in qualche caso anche questo genere di pianconatura non potesse avere il suo uso, quanto l'altra, nel caso specialmente che l'acqua fosse poco da sostenersi, oppure che si andasse aggiungendo piancòni a misura de' crescimenti dell'acqua e di sopra e di sotto dalla fabbrica, mentre allora non molto potendo esser il corso, darebbe ciò luogo alla posizione de' piancòni ne' proprj luoghi con una competente facilità.

XXV.

Definizione. Chiavica altro non è, che una fabbrica per lo più di muro in testa de' scoli, cioè ove questi pongon foce nel recipiente, e talvolta anco in altri siti intermedj a cagione di sostenere, chiusa che sia, con le sue paratòre, per qualche tempo le acque dello scolo, quando quella del recipiente sia più alta di quella dello scolo; Si apre poscia ogni qualvolta il pelo del detto recipiente stia più basso del pelo dello scolo; in somma ella è una fabbrica che si chiude ed apre, secondo l'esigenza dello scolo e delle Campagne, e serve principalmente a liberarle dalle acque provenienti o dalle piogge, o dalle sorgenti, o da qualunque altr' acqua, che nuocer potesse alle medesime.

XXVI.

Per quanto spetta all'impianto non differisce, in parità di circostanze, tal fabbrica da quella de' Sostegni, de' quali si è detto ne' numeri antecedenti, così anco la figura dal più al meno è la stessa, a riserva dell'esser i Sostegni più grandi, e le chiaviche più piccole, come che quelli devono dar il passaggio alle barche, queste alle sole acque delle Campagne; Sono anche differenti perchè le Chiaviche, se niente sono di mole riguardevole, si fanno coperte con volti, dove i Sostegni si lasciano scoperti, se pure qualche necessità non costringe a farlo, come succede alle Porte Contarine di Padova, che passando sotto della pubblica muraglia della Città si è dovuto farvi de' Volti. Nel genere delle fabbriche, delle quali si è detto, sono da eccettuare certi Chiaviconi di straordinaria grandezza, i quali avendo più vani, benchè di moderata apertura; contuttociò la mole di tali edificj è anche

CAP. XII. maggiore di quella di qualche Sostegno; così sono molti Chiaviconi lungi il Pò e segnatamente quelli colà sul Mantovano, che verso la foce dell'Oglio scolano il Cremonese, oltre delle ad essi più vicine ed aggiacenti Campagne. Notabile fra questi Chiaviconi è quello detto de i Quattr'occhi, formato con una squisita Architettura, e di una grandezza rimarcabile; si porranno alcune misure di tal fabbrica perchè si possa concepire la di lei mole, e queste rilevatesi nella Visita generale del 1719, di cui altrove si è fatta menzione. L'altezza degli archi degli occhi fu trovata dalla soglia piedi 11. 2. 6 di misura di Bologna, la lunghezza intiera della fabbrica piedi 77 e mezzo, la lunghezza delle trombe o volti sotto de' quali discorre l'acqua piedi 45, largo ciascun occhio piedi 5, la larghezza del prospetto di tutti e quattro gli archi piedi 30 contigua ad essi archi, ma presa nell' ultimo lembo superiore piedi 33, e nell'ultimo inferiore piedi 36 e mezzo.

XXVII.

Le soglie delle Chiaviche che sono le basi delle cadenti de' scoli, si pongono per ordinario di livello coll' acqua bassa del recipiente, ed anche qualche cosa di sotto, se pure il fiume non è di quelli che vadino elevando il fondo; nel qual caso le Campagne perderebbero lo scolo dopo qualche tempo, e sarebbe uopo ricercare altri siti, ove scolarle, come ne diremo a suo luogo. Chi tenesse più alta la detta soglia dell' acqua magra del recipiente, perderebbe il vantaggio di avere dentro lo scolo una maggior altezza di acqua viva; contuttociò, quando le Campagne fossero assai alte, ed i scoli con sensibile inclinazione verso delle Chiaviche, si potrebbe tener le soglie di queste anche più alte del pelo basso del fiume recipiente. Si armano le Chiaviche con le sue paratore, perchè restando chiuse ne' tempi dell' escrescenze del recipiente, le Campagne che scolano non abbiano altr'acqua che la propria, mentre altrimenti avrebbero di rigurgito ancor di quelle del fiume; ordinariamente alzasi la paratora o con semplice leva, oppure con qualche altra macchina dalla parte di sopra collocata; onde per lo più la fabbrica della Chiavica si chiude con volto, che serve anco di ponte per communicare l'argine o strada che resta da essa Chiavica divisa. In due maniere per altro esse paratore si formano, o stabili, e solamente amovibili con la forza degli Uomini, oppure da aprirsi

da

da se stesse con la forza dell'acqua, che loro si accolla; Le prime si praticano ne' fiumi, le piene de' quali vengono solamente in certi tempi determinati; Le seconde in quelli, che per esser vicini al mare risentono del rigurgito di questo, e per non introdurre nel flusso marino dell'acque superflue e dannose nelle Campagne, perciò si formano le portelle, che diconsi a vento, le quali battendo verso il condotto si aprono da se stesse ogniqualvolta il livello del fiume recipiente resta più basso di quello dello scolo, e si chiudono quando il pelo dello scolo resta più basso del pelo di esso fiume; contuttociò per assicurarsi dalla penetrazione dell' acqua nell'escrescenze, si sogliono calare anco le paratore stabili, al qual oggetto nelle Chiaviche si formano anco per queste i suoi particolari gargammi.

Cap. XII.

XXVIII.

Non è dissimile la fabbrica delle Chiuse o strammazzi da quella de' Sostegni, per quello riguarda alla figura esterna, bensì molto differiscono nell'alzato, essendo di mestieri tener tanto alta la platea di essi strammazzi, cosicchè trattenghino le acque nell' alveo almeno sino ad un certo segno, se traversano tutto il fiume, e ne' diversivi tenendoli tanto alti di labbro, di modo che nelle sole escrescenze tramandino fuori dell'alveo principale una data quantità di acqua. E perchè le acque così strammazzate devono sovente cadere da qualche notabile altezza, però devesi ben fortificare ed il fondo ed i lati, che contener le devono. Sia GE la palificata sotto della platea, sopra della quale siano piantati i fondamenti; AB sia il piano declive verso le parti inferiori dello strammazzo; BD lo scarpone; FDEG un regolòne di marmo o anche di cotto, su di cui è piantato esso strammazzo; A il labbro o ciglio; AC la scarpa della platea; HI la profondità del fiume; HNLM la superficie e figura dell'acqua, che in cadendo acquista; KC l'atterramento che fa, se il fiume è torbido, superiormente allo strammazzo. Il maggior tormento della fabbrica a causa dell'acqua che cade sarà in DEL; Che se l'acqua potesse per avventura penetrare verso FG, o in altra parte intermedia, la fabbrica potrebbe restar non difficilmente sovvertita e rovinata, com'è accaduto nello strammazzo di pietra detto della Rovigata nell'Adigeto, che restò asportato dopo pochi anni del suo impianto. Osservabile si rende, come sotto la AO orizzontale, vale a dire, sotto al ciglio o labbro dello strammaz-

Tav. IX. Fig. 8.

zo, non resti l'acqua perfettamente stagnante, e per conseguenza, come non si ricolmi tutto lo spazio, che giace sotto di detta orizontale, essendo per altro costante, che verso il fiume HI, si mantiene escavato il diversivo con la vasca IKC, dove accanto e contiguo alla scarpa AC dell'antipetto non mai resta ricolmato, come pare che succeder dovesse, fino in A, ma sempre vi rimane l'altezza AC senza deposizioni, tanto rilevandosi ne' diversivi della Sabbadina ed in quelli di Cavarzere sopra dell'Adige.

XXIX.

Ciò però non sempre nella medesima maniera succede: qualche volta può dipendere dal sito e da altra inseparabile circostanza dell'acque correnti; conciosiacosachè facendosi per ordinario le bocche de' diversivi in quella parte, in cui il filone appoggiasi alla riva, succede, che l'impeto dell'acqua non poco si estenda contro della sponda ed antipetto, ed impedisca per conseguenza le deposizioni; in oltre chiamata l'acqua e dalla bocca dello strammazzo e dalla propria inclinazione a causa del sito, s'istrada ella verso dello strammazzo con molta velocità ed energia, ma non trovando varco sufficiente per scaricarsi con prontezza, converte in parte il moto suo progressivo in vorticoso: onde quelle deposizioni che sotto del livello del labbro dello strammazzo dovrebbero seguire, non seguono. Che se il diversivo fosse piantato in una Golena, o in sito ove il filone stesse lontano dall' incile di esso diversivo, potrebbe la torbida ricolmare il fondo IKA se non fino al labbro A, al certo molto da vicino, non rimanendo altro, che impedir valesse la deposizione, che qualche piccolo vortice che nascer potesse da qualche impedimento, che pur trovasse lo sfogo dell'acqua.

XXX.

Scolio. Non solamente si piantano i strammazzi ne' diversivi, ma talvolta attraverso de' fiumi stessi, se questi o non sono navigabili, oppure se tali, in qualche altro modo alla navigazione si possa supplire, ovvero ancora allorchè per dar moto agli edificj sia necessario di inalzar l'acqua. Così è stato praticato a Governolo nel Mincio, traversato ch'è questo fiume da uno strammazzo ad oggetto di sostenere fino ad un certo segno l'acqua di esso Mincio, onde i Laghi di Mantova, e principalmente l'inferiore, restar

restar potessero con certa determinata altezza di acqua; a detto stramazzo si sono poi lateralmente fabbricate le Porte per darsi l'adito alla navigazione, che va e viene da quella Città. Altrevolte esso sostegno era pianconabile, e serviva per impedire i rigurgiti del Pò, l'acqua di cui nelle piene sale sino a Mantova con molto danno e della Città e del Lago, che la circonda; adesso tal fabbrica è molto pregiudicata, nè più vengono posti i pianconi, rovinati che sono i gargammi, onde è lasciato libero l'ingresso al detto rigurgito; in acque ordinarie del Pò e Mincio la caduta dell'acqua di questo per detto sfogatore è di piedi $4\frac{1}{2}$ di Bologna, così essendosi trovato li 20 Gennajo 1720. Celebre e di grande impegno è la Chiusa di Casalecchio sul Bolognese che obbliga il Reno a somministrar l'acqua al Naviglio di Bologna; osservabile è quella di Matellica fatta per servigio de' Mulini sotto il dorso del fiume Savio; nè è inferiore quella da noi fattasi sotto del Montone a due miglia o poco più da Ravenna, essa pure destinata ad innalzar l'acqua di questo fiume per la molitura de' grani.

CAP. XII.

XXXI.

Consistendo il maggior tormento delle fabbriche a strammazzo nella platea, ed ale inferiormente alla caduta dell'acqua, è necessario guernir le rive di buone e consistenti palificate, e la platea su di cui l'acqua strisciar deve, di buoni e grossi marmi e muraglie munirla. Non è possibile il declinarsi quivi l' estrema forza, che vi esercita l'acqua, ma bensì si può in parte moderar l'intacco de' laterali nel modo che segue. S'incurvi il declive dello strammazzo cosicchè resti più basso nel suo mezzo di quello sia a canto i fianchi ed ale, e l'acqua in cadendo inclinerà col di lei maggior corso verso detto mezzo, e verso quello dell' alveo che ricever la deve, ed in tal modo assai meno saranno tormentate le ale, e le rive che ess'acqua cadente accompagnano. Sia lo strammazzo OPCI, che abbia da ricever l'acqua secondo QE, e sia la platea formata sopra due piani vicendevolmente inclinati OQEI, PQEC, avvertendo però che la saetta GE non sia più che di mezz'oncia per piede di tutta la larghezza IC; Si potrebbe anco formare in vece delli due piani rettilinei, de' quali si è detto, una superficie curva che avesse l' asse eguale alla saetta antedetta. A maggior facilità però supporremo i detti due piani

TAV. IX. Fig. 9.

ni

CAP. XII. ni rettilinei; intendasi il corpo dell'acqua sopra dello strammazzo HBCEI, la di cui sezione a causa dell'angolo IEC si conformerà nella figura HIECB, essendo HB l'orizontale; Le velocità della parte media di essa sezione restino espresse dalla parabola EAF, e quelle della parte laterale per BCD altra parabola, e tutte quelle della sezione per il solido 2AEFDBA, regolandosi poi le dette velocità dalle altezze respettive AE, BC, le due aree estreme AEF, BCD saranno fra di loro, come i rettangoli sotto AE × EF e BC × CD, e precisamente come $\frac{2}{3}$ AE × EF a $\frac{2}{3}$ BC × CD, oppure come $\frac{2}{3}$ AE $\sqrt{AE}$ a $\frac{2}{3}$ BC $\sqrt{BC}$ onde quanto la ragione dimezzata AE è maggiore di quella di BC, tanto la velocità in AE è maggiore di BC, e perchè tutta la lunghezza dello strammazzo QE porta la stessa pendenza in QE, come quella dei lati OI, PC, così la velocità si conserverà sempre maggiore verso del mezzo, che verso le parti laterali, quindi il filo dell'acqua più vivo dovrà sempre essere in QE, anzi in certo modo l'acqua laterale di OI, PC invece di progredire parallela ad essi lati, dovrà piuttosto declinare verso la OE, dimodochè il livello HAB, attesa questa maggior velocità, dovrebbe conformarsi in una specie di curva HXB, di saetta però quasi insensibile. Se dunque tutto l'impeto propenderà verso QE è manifesto che meno resteranno tormentate le ale laterali IKL, CMN, come certamente succederebbe ogniqualvolta lo strammazzo avesse il labbro orizontale, se la velocità in tal positura sarebbe dal più almeno la stessa in ogni punto della linea IGC, prescindendo dalla resistenza delle muraglie de' fianchi, e per tanto le rive ed i laterali verrebbero ad esser più tormentate.

XXXII.

Scolio. E' per altro da osservare, che facendosi per lo più i strammazzi ne' fiumi per il solo sfogo delle acque superflue delle piene, e non già perchè lascino traboccare le mediocri, e molto meno le acque magre, destinate ordinariamente e per mantenere la navigazione, e per tenere escavato il letto dalle deposizioni portate dalle escrescenze, ogni qualvolta però si abbino a formare essi strammazzi curvi, si dovrà ben attendere, che la saetta della curvità non abbassi soverchiamente il ciglio dello strammazzo; quindi per non andare errati in questo af-

fa-

fare, farà bene di ftabilire il punto più baffo della curvità, che verrà ad effer appunto nel mezzo della platea, cofìcchè effo riefca di livello con l'acqua media del fiume, e tener effa platea piuttofto di qualche maggior larghezza, e tale che venghi a fmaltire l'acqua defiderata, il che data la fpecie della curva che formerà effo ftrammazzo, oppure fe tale non foffe, ma foffe compofto di due rette fuperficie vicendevolmente inclinate, data la quadratura, o fia la fezione, non farà difficile dalle premeffe, il determinare la larghezza competente.

XXXIII.

Accade non di rado, che o per fcolare le campagne, o per irrigarle, ovvero per portar l'acqua per ufo di qualche edificio, debbafi interfecare qualche altr'acqua, che difcorre di mezzo, e fuori del livello di quella da condurfi, o fe anche nello ftefso livello non compatibile, che refti unita alla medefima. In due maniere fi fa per tanto paffar l'acqua attraverfo di un altr'acqua, cioè o fotto alla fuperficie di effa, o di fopra della medefima. Nel primo modo fi pratica col mezzo di qualche tromba fia di legno fia di pietra: Nel fecondo col fervirfi di un ponte con fue fponde parimenti o di legno o di muro; Chiamanfi propriamente le prime, *Botti* o *Trombe* fotterranee; il fecondo *Pontecanale*, abbenchè qualche volta impropriamente fi dicano, e le une, e le altre indiftintamente *Ponticanali*. L'ufo di tali fabbriche è di una fomma importanza ed utilità, e fenza di efse non fi bonificherebbero talvolta immenfe Campagne, ma refterebbero paluftri ed affatto inutili. Grande n'è l'ufo nel Veronefe e nel Brefciano, nel primo per fervizio principalmente dell'adacquamento delle rifare, nel fecondo per le irrigazioni delle praterie. Nel Polefine di Rovigo fono pure frequentiffime tali fabbriche per fcolare i Retratti, e così ancora nel Padovano, a tal fegno, che chi chiudefse alcune di effe *Botti* in quefti due Territorj, li ridurrebbe in breve tempo alla condizione di paludi, e di vaftiffime, ubertofe e coltivate Campagne che fono, diverrebbero dilatati laghi, ed infelici Valli.

CAP. XII.

XXXIV.

La costruzione delle *Botti* sotterranee, ricerca una somma attenzione nel fabbricarle, perchè quanto basta rieschino forti per resistere al peso che gli viene soprapposto, ed anche a sforzi dell'acqua interna, che per esse sotto dell'orizonte della rimanente vi discorre, come sono quelle che curve si formano a differenza delle rette, che si fanno allor quando l'acqua, che se gli deve introdurre tiene poca differenza di livello, con quella che ha da intersecare, e tali *Botti* tanto più dovranno farsi curve, quanto maggiore sarà il corpo dell'acqua di sopra; in qualunque modo però si facciano le *Botti* rette o curve, è d' avvertirsi, che fabbriche di tal sorte devono esser ben fondate, e non in diversa maniera da quanto si è detto per i Sostegni, anzi con maggior cautela per la molta profondità, che aver devono le *Botti*, e generalmente parlando, ricerca tal fabbrica buona platea, buoni fianchi ed ale, buoni volti sopra di se, valevoli a sostenere l'acqua che sopra vi avrà a passare, ed ottimi fondamenti; e quando la *Botte* sia curva, si avrà il detto volto a formare di consistenza tale, cosicchè possa reggere anco ai *conati* che l'acqua racchiusa e discorrente in esa potesse esercitare contro di esso volto.

XXXV.

Ricerca dunque il luogo d'indagare nelle *Botti* curve i *conati* o sfiancamenti che esercita l'acqua contro de' volti, che di sopra le chiudono, onde vi si possino addattare pesi tali, che rendino sicura la fabbrica. Non si cercheranno quivi gli sforzi esercitati dall'acqua o lateralmente, o dalle parti inferiori di queste fabbriche, mentre si suppongono piantate e fiancheggiate in modo da resistere perfettamente al peso dell'acqua, restringendosi alla sola perquisizione del *conato*, che esercita l' acqua contro della parte superiore della *Botte* per risalire all' orizontale da cui discende per passare di sotto al Canale o fiume che l' interseca. Sia AKE il dorso della botte curva, di cui una porzione mostrasi per XT, e sarà AKE quella curva che forma la di lei superficie superiore sotto del fondo del canale da traversarsi, sia nota la natura di questa curva, che può essere di qualunque specie: AE sia l'orizontale, a cui

TAV. IX. Fig. 10.

l'ac-

l'acqua da pafsarfi arrivi ; K I fia la maffima profondità del dorfo predetto , o l'affe della curva accennata , efsendo K il di lei vertice . Da qualunque punto B fi conduchino le due ordinate BC, BL parallele refpettivamente alle due AE, KI, ed altre due infinitamente proffime *bc*, *bl*. Condotta poi dal punto B la tangente BQ fi produca CB in F, e fi faccia dapertutto BF = BC; indi ad angolo retto con BQ fi conduca BG dal punto B, e dipoi la GF parallela alla BQ, e prodotta BC verfo D fi determini CD = GB ; fe per tutti i punti così trovati fi tiri la curva AD*d*P, fi chiamerà quefta la curva de' *conati* dell'acqua con i quali nell' altezza determinata dall'orizontale AE fa forza contro del dorfo della *Botte*. Sia ancora condotta AR parallela all'affe IK , e prodotta BL verfo S , fi faccia con le coordinate SR , RA la parabola conica SA col parametro eguale all'unità , che rapprefenterà la curva delle velocità , che avrebbe l' acqua , fe dalla Botte ufciffe per qualunque punto B , effendo manifefto , che prefcindendo dalle refiftenze , aperto un foro B , falirebbe l' acqua appunto fino all' orizontale in C , ovvero , ch' è lo fteffo , un grave cadendo dalla quiete C , arrivato che foffe in B acquifterebbe appunto tanta velocità da farlo rifalire fino in C ; onde le velocità dell'acqua faranno in ogni punto B come le radici quadrate di BC o di AR. L'impeto poi o forza, con cui fale queft'acqua farà per la Statica, come il quadrato della velocità, quindi facendo queft'impeto affoluto come la BF, dovrà quefta farfi eguale alla CB altezza dell'acqua, per la natura della parabola AS , e perciò BG rapprefenterà la forza refpettiva, con cui fpingefi il punto B della *Botte*, intendendo rifolta cioè effa forza BF nelle due collaterali BG , GF , delle quali GF effendo parallela alla tangente , nulla fpinge il volto della fabbrica ; La curva AD*d*, farà dunque la ricercata de' *conati* di tutta la *Botte* , cosicchè l'area di quefta curva farà eguale all'aggregato di tutte le forze, con le quali vien premuto il dorfo della medefima , come erafi propofto.

XXXVI.

Per determinare la natura di codesta curva sia $KI = a$; $KL = x$; $LB = y$; $AI = b$; $Hb = dx$; $BH = dy$; $BF = f$; $BG = CD = z$; $Bb = ds$, e per la somiglianza de' triangoli BHb, BGF essendo Bb (ds). BH (dy) :: BF (f). $BG = DC = \frac{fdy}{ds}$ sarà l'equazione $z = \frac{fdy}{ds}$, e sostituendo il valore di ds, e riducendo sarà $dy = \frac{zdx}{\sqrt{ff - zz}}$ equazione generale della curva ADd, nella quale dandosi z per x, y, e costanti, come altresì la f, si avrà l'equazione nelle sole z ed x. Perchè dunque la forza è come il quadrato della velocità come nel numero antecedente sarà $f = uu$, ma $u = \sqrt{BC} = \sqrt{\overline{a - x}}$ si avrà perciò $uu = \overline{a - x} \times f$ ed $ff = a^2 - 2ax + xx$; onde l' equazione generale diverrà $dy = \frac{zdx}{\sqrt{a^2 - 2ax + xx - zz}}$. Parimenti perchè la curva della *Botte* è data potremmo ridurre l' espressione differenziale alle quantità finite, benchè indeterminate. Supponiamo dunque che la curva del dorso della *Botte* sia parabolica, il di cui parametro p, sarà $px = yy$, e $dy = \frac{pdx}{2\sqrt{px}}$, e perciò $z = \frac{\overline{a - x}\sqrt{p}}{\sqrt{4x + p}}$, equazione speciale della curva ADd nella predetta supposizione. Facendo poi $z = 0$ sarà $a = x$, il che dimostra che la curva avrà il suo principio in A, e che allora $KL = KI$; parimenti se $x = 0$ sarà $z = a$ per la massima ordinata IP, e dopo P ritornerà ad inflettersi verso E con la stessa curvatura, che ha verso di A. quando la Botte abbia dall'una, e dall'altra parte curvità uniformi.

XXXVII.

La quadratura dello spazio della curva ADPI, che vale lo sforzo totale fatto dall' acqua contro del dorso della *Botte* si averà nel modo che segue, come pure il suo doppio 2API, cioè $2\int zdy$. Essendo dunque nelle supposizioni del numero anteceden-

dente $dy = \frac{pdx}{2\sqrt{px}}$ e $z = \frac{\overline{a-x}\sqrt{p}}{\sqrt{4x+p}}$, quindi $2\int zdy = 2\int \frac{\overline{a-x}\sqrt{p}}{\sqrt{4x+p}}$
$\times \frac{pdx}{2\sqrt{px}} = p \times \int \frac{adx - xdx}{\sqrt{4xx+px}} = p \times \int \frac{-x - \frac{1}{4}pxdx}{\sqrt{4xx+px}} + \frac{\frac{1}{4}\overline{p+a} \times dx}{\sqrt{4xx+px}}$.
L'integrale del primo membro è $-\frac{1}{4}\sqrt{4xx+px}$, e però l'integrale completo sarà $p \times -\frac{1}{4}\sqrt{4xx+px} + \int \frac{\frac{1}{4}\overline{p+a} \times dx}{\sqrt{4xx+px}} + M$. Se però s'intenderà descritta l'iperbola AF, o le iperbole opposte, AF, BQ con il diametro BA $= \frac{1}{4}p = \frac{1}{4}$ del parametro della curva parabolica della *Botte* e CA $= \frac{1}{8}p$; AE $= x$, EF $= y$, ed il lato trasverso CH $= p$ eguale cioè al detto parametro sarà EF $= \sqrt{4xx+px}$ per la natura dell'iperbola, essendo BA . CH :: $CE^2 - CA^2$. EF^2, e facendo AP $= a$ sarà l' integrale completo $p \times \frac{1}{4}\sqrt{4aa+pa} - \frac{1}{4}\sqrt{4xx+px} + \int \frac{\frac{1}{4}\overline{p+a} \times dx}{\sqrt{4xx+px}}$, e quando $x = 0$ sarà $p \times \frac{1}{4}\sqrt{4aa+pa} + \int \frac{\frac{1}{4}\overline{p+a} \times dx}{\sqrt{4xx+px}}$. Il membro $\int \frac{\frac{1}{4}\overline{p+a} \times dx}{\sqrt{4xx+px}}$ $= \frac{1}{4}\overline{p+a}\int \frac{dx}{\sqrt{4xx+px}}$: Si moltiplichi la quantità sotto la summatoria per $\frac{p}{16}$, e si divida il coefficiente $\frac{1}{4}\overline{p+a}$ per questa medesima quantità, e sarà $\frac{16}{4p}\overline{p+16a} \times \int \frac{ppdx}{16\sqrt{4xx+px}} = \frac{\overline{2p+16a}}{pp}$
$\times \int \frac{ppdx}{16\sqrt{4xx+px}}$; ma l'integrale di questo membro è il Settore dell'iperbola CFA moltiplicato nella quantità $\frac{2p+16a}{pp}$, per tanto l' integrale completo diverrà $\overline{\frac{1}{4}\sqrt{4aa+pa} - \frac{1}{4}\sqrt{4xx+px}}$
$+ \frac{2p+16a}{p} \times$ Sect. CFA; Dipende dunque la misura dell' area proposta dalla quadratura del Settore iperbolico predetto, onde tutto il conato dell'acqua valerà l'aggregato delle quantità di sopra notate; il che ec.

TAV. IX. Fig. 11.

CAP. XII.

XXXVIII.

TAV. IX. Fig. 10.

Supponendo per tanto, che AEK spazio compreso fra la curvità della Botte, fosse ripieno di acqua, la quistione sarà ridotta a vedere se l'area AEK sia maggiore, minore o eguale all' area de' *conati* 2AIP, prescindendo anche dal legamento delle pietre, che formano il volto di essa *Botte*, della terra, e degli altri materiali, che possono esser alla medesima soprapposti; Se dunque l'area antedetta de' *conati* sarà minore, potrebbe temersi lo sfiancamento della fabbrica, ma se eguale o maggiore dovrà resistere a qualunque sforzo, che in passando l' acqua potesse farvi, e col suo moto, e col suo peso, ed è facile da vedere, che segnando le BC la ragione delle BF, e le CD quella delle GB, essendo sempre queste minori di quelle, abbia sempre la curva de' *conati* a comprendere minor spazio della curva del dorso della *Botte*, onde per poco, che venghi caricata e di terra e di altri materiali sarà ridotta a resistere perfettamente a qualunque sforzo interno dell'acqua ed a dare adeguatamente i vantaggj per i quali viene costrutta. Non si tralascia di avvertire, che anco le Botti egualmente che le Chiaviche, si possono munire con sue paratore per dare o levare secondo l'esigenza il passaggio alle acque per servizio de' Retratti e delle bonificazioni, ed anco per impedire, che nel caso delle rotte più acqua del bisogno non s' introducesse a passarvi, mentre ciò succedendo facilissima sarebbe la loro rovina.

XXXIX.

Non essendosi calcolata la forza dell'acqua contro della Botte, che secondo l'andamento del di lei dorso, e per ottenere l'intiero *conato* di tutto il corpo dell'acqua, ricercandosi di avere il valore di que' sfiancamenti, che passano bensì per il dorso predetto, ma dietro alla curvità trasversale del Volto di essa Botte, come TX, ogni punto di cui ha sopra di se diversa altezza dell'acqua premente, è sempre maggiore di quella, che sta sopra di detto dorso, conteggio ancor questo di qualche imbarazzo, e tedio; se ne darà dunque il metodo di calcolare la curva de' *conati* per

TAV. IX. Fig. 10.

tutta l' estesa trasversale del Volto TX, avuta la quale, e moltiplicato il risultato per la lunghezza che porta il doppio della massima ordinata di essa curva de' *conati*, si averà l' intiero sfiancamento dell' acqua; e per render più universale la proposizione avendosi ne' numeri antecedenti XXXV e seguenti di questo, proceduto sempre nella supposizione, che l'acqua che entrar deve dentro la Botte non oltrepassi nell' altezza l'orizontale, che passa per la sommità degli archi estremi, che formano l'ingresso ed uscita alla medesima, e potendo succedere ch' essa Botte resti più bassa di detta orizontale come in X; dimodocchè la curva de' *conati* non abbia l'origine in A, così per render più universale la proposizione, s' intenda la superficie dell' acqua che termini all' altezza MO; AKE sia la curva del Volto della Botte, per cui deve passar l' acqua che discende da MO; MS sia la parabola che dinoti le velocità RS in qualunque punto B. Essendo FB = MR, ed MR come il quadrato di SR per la parabola: presa CD = FG, che sarà una normale della tangente BG tirata dal punto F, fatte DF, *df* parallele ad MV, ed infinitamente prossime, sarà VDPX la curva ricercata de' *conati* nella supposizione predetta, la quale volgerà o il convesso o il concavo alla base AE, secondo porterà la natura della curva AKE. Se OK sarà maggiore di tutte le FG volterà il concavo, se minore il convesso.

CAP. XII.

TAV. IX. Fig. 12.

X L.

Chiamisi $OK = c$; $KL = x$; $LB = y$; $Hb = dy$; $BH = dx$; $BF = f$; $FG = CD = z$ $Bb = ds$. Dunque $z = \frac{fdy}{ds}$, e perciò $dy = \frac{zdx}{\sqrt{ff - zz}}$ ma $f = c + x$, dunque $dy = \frac{zdx}{\sqrt{\overline{c+x}^2 - zz}}$. Sia $2px = yy$, equazione della curva AKE onde $\frac{pdx}{\sqrt{2px}} = \frac{zdx}{\sqrt{\overline{c+x}^2 - zz}}$ e $p\sqrt{\overline{c+x}^2 - zz} = z\sqrt{2px}$, e sostituendo in vece di $2px$ e di x i loro valori, sarà l'equazione alla curva ricer-

cercata $pp \times \overline{c + \frac{yy}{2p}}\Big|^2 - zz = zzyy$; questa curva sarà sempre algebraica tutte le volte che tale sarà quella della Botte AKE; la quadratura poscia dello spazio della curva de' *conati* sarà espressa per $zdy = \frac{p \times \overline{c+x}\,dx}{\sqrt{4xx+2px}}$. Ma quando si avesse la curva della Botte circolare, il raggio di cui fosse p, onde l'equazione $yy = 2px - xx$, allora la natura della curva de' *conati* restarebbe espressa da questa equazione $z = \frac{\sqrt{\overline{c+p+\sqrt{pp-yy}}\big|^2 \times \overline{pp-yy}}}{p}$.

XLI.

Molto più facile della costruzione delle *Botti* sotterranee riesce quella de' Ponticanali, i quali d'ordinario si formano attraverso di qualche canale per passare dalla parte opposta un' acqua di livello più alto di quella di esso canale, e tale che tutto il corpo dell' acqua di detto Pontecanale possa restar superiore alla massima escrescenza del canale che resta di sotto, onde l' acqua di questo non mai possa non avervi libero il passaggio. Per ordinario altro che qualche picciol corpo di acqua inserviente ad irrigazione non si passa co' ponticanali, contuttociò, quando tale fosse il bisogno, s'inalveano anche talvolta delle acque navigabili; ne abbiamo l' esempio nel Pontecanale, che passa l'alveo proveniente da Monselice alla Battaglia, detto comunemente della Rivella: egli è di un' ottima struttura, largo 12 piedi, ed alto a proporzione; dà il passaggio alle barche che vanno alle Sassaje di Lispida al carico de' macigni per servigio de' Lidi di Venezia, e superiormente vi passa il canale navigabile detto di Este. Tutti gli acquedotti degli antichi sono una specie di Ponticanali; la loro struttura maravigliosa ci fa comprendere egualmente la perizia ch' essi avevano nel condurre le acque, e la grandezza del loro animo. I Ponticanali per la condotta di qualche picciol corpo di acqua, si fanno ordinariamente di legno di forma quadrata; per altro il formarli di volti di pietra sarà sempre il miglior partito; il peso che devono regge-

reggere non è più di quello del peſo aſſoluto di un corpo di acqua di mole quanto è il vano di eſſo Pontecanale, poco o nulla operando il moto, con cui eſs'acqua cammina; quando però ſi abbino a formare di pietra, e per acque di molto corpo e navigabili, il loro impianto dev' eſſere, come quello de' ſoſtegni e botti, acciocchè poſſino contraſtare con qualunque carico che l'acqua lor poteſſe dare.

CAPI-

CAPITOLO DECIMOTERZO.

De' Scoli delle Campagne, de' Retratti, e del modo di formare le Bonificazioni sì per alluvione, che per semplice essiccazione.

I.

COminciando dalle cause generali delle inondazioni, che tengono oppressi i luoghi bassi da ritraersi, giacchè negli alti non vi è bisogno di cercar il modo di dar esito alle acque, facendolo da se stessa la natura: Si cercherà prima di ogni altra cosa, se a qualche misura fissa possa ridursi la quantità dell' acqua, che sopra di dette basse situazioni si va fermando; dipoi sarà indicato il modo di liberarsene. In tre maniere, e non in altre, può un luogo basso e palustre esser inondato, o dalla pioggia, o dal sorgimento delle acque, o dal corso di qualche canale uscente da un vicino fiume, che possa diffondersi per l'ampiezza di un vicino padule, supposto il terreno consistente; che se questo non è tale, ma di cuora, può restar soggetto anche ad un quarto modo d' inondazione, proveniente cioè dall' abbassarsi della superficie stessa cuorosa: col qual abbassamento si potrà render inoperoso lo scolo, e gettate tutte le spese fattesi per render asciutto quel tale tratto di Campagne. Le prime tre cause dipendono da cose esterne al padule, la quarta da una interna del medesimo, ed è facile da comprendere, che ove il terreno resta soggetto a quest' ultima, dì non ammettere se non molto difficilmente la bonificazione reale.

II.

La quantità delle piogge, che dentro lo spazio di un anno in un dato paese cade, è determinata in certe misure; di tanto ne fanno testimonianza le osservazioni di Francia, d'Inghilterra, e d'Italia, nascendo solamente la differenza dalla situazione de' paesi o più discosti, o più vicini a' monti, osservandosi che in questi la pioggia cade in maggior quantità, ed in minor copia ne' più lontani,

tani, come altrove abbiamo esposto. A Parigi si calcola cader fra pioggia e nevi, dentro lo spazio di un anno, once 19 di quel piede Regio. In Italia crescono queste misure, e dalle mie osservazioni praticate per molti anni in Venezia, ho raccolto, che alle 30 once arriva l'altezza dell'acqua fra pioggia e neve di un'anno. Nel Capitolo nono sono registrate quanto basta le differenze osservate in Francia, ed in Italia, onde senza maggiormente trattenersi nell' esame di questa materia, si daranno le formole generali inservienti a liberare dalle acque le Campagne inondate dalle piogge, quando però non siano queste soggette nè alle sorgive, nè alle espansioni de' fiumi, ma che abbino quella sola acqua che può provenire dalle piogge e dalle nevi.

CAP. XIII.

III.

TAV. IX. Fig. 13.

Se vi sarà un Retratto ABCE, cinto da tutti i lati con sufficienti argini, e di figura (per maggior facilità del calcolo) rettangola, se questo niun scolo avesse, nè da altre parti ricevesse acqua, fuori di quella che proviene dalle piogge e dalle nevi, e se la forza de' raggi solari niuna porzione ne risolvesse in vapori, nè alcun'altra assorbita ne fosse dalla terra, ma tutta si rimanesse sopra il piano, che si vuole supporre orizontale, di questo Retratto, ascenderebbe tutta l'acqua raccolta dentro un dato spazio di tempo, v. g. d'un anno all' altezza CF, che un anno per altro potremmo determinarla in questo nostro Clima di Venezia di once 30 col fondamento delle osservazioni, e che generalmente nomineremo n fatta $CD = BC$ per le linee esprimenti il profilo, dove le CE, HI, BA rappresentano quelle della pianta del Retratto. Sia pertanto tutta l'acqua venuta in un anno espressa per il parallelipipedo $AB \times BC \times CF$ ovvero $AB \times CD \times CF$. Intendasi profondato un fosso BHIA sotto all'orizontale della superficie del Retratto, avente la profondità LM, e la larghezza $LD = BH$, con la lunghezza $HI = AB$. Supposta la figura del Retratto un parallelogrammo, è manifesto che l'altezza FC dovrà abbassarsi in CO, cosicchè la CO sia eguale alla differenza fra la FC, e la quarta proporzionale a CD, LD ed LM: essendocchè la CO è eguale alla differenza predetta, sarà, prendendo la comune altezza BC ovvero CD; $CD \times CO = CD \times FC - CD \times LM$ ed aggiontando dall'una e l'altra parte $CD \times LM$ sarà $CD \times CO + CD \times LM = CD \times FC$, e prendendo parimenti la comune altezza AB sarà $AB \times CD \times CO + AB \times CD \times LM = AB \times CD \times FC$, adun-

que la quantità dell'acqua, di cui l'altezza CO sopra del Retratto, unita all'altezza dell'acqua esistente nel fosso, è eguale alla prima quantità caduta in un anno; il che &c.

IV.

Scolio I. Sia a cagion di esempio la profondità di tutti i fossi da escavarsi per servizio del Retratto LM 60 once; l'altezza dell' acqua piovuta in un anno once 30; l' estesa del Retratto pertiche 2000, cioè once $144000 = CD$, e l'aggregato della larghezza di tutti i fossi da escavarsi once $1200 = LD$: Perchè poi CO $= FC - \frac{LD \times LM}{CD}$ sarà $CO = 30 - \frac{1200 \times 60}{144000} = 30 - \frac{1}{2}$, onde in questi fossi così profondati verrebbe a riporsi non più di una mezz'oncia di acqua; e per conseguenza tutta la rimanente di un' anno crescerebbe sopra la superficie del Retratto, cioè once 29 e mezzo, se niun esito in tutto il detto tempo avesse.

Scolio II. Abbenchè paja che l'escavazione di tanti fossi non suffraghi quasi per niente il Retratto, non facendo abbassar l'acqua che di una mezz'oncia; nientedimeno ciò sarà vero avuto riguardo al ristagno intiero di tutto l'anno, quando però lo scolo si ottenghi a parte a parte, nè si attenda l'ingorgo totale, anche il riceverne i fossi la sola mezz'oncia, sarà, se non quanto basta, almeno un buon soccorso per non pregiudicare a' seminati, avvegnacchè tante volte pioverà poco più di quanto importa l'altezza della mezz'oncia predetta.

Scolio III. Ma abbenchè in 2000 pertiche di estesa sembri non poca escavazione la somma de' fossi predetti; nientedimeno si potrà anche accrescere di molto, e ridurre la capacità di essi tale, che vaglia a contenere o tutta o la maggior parte dell'acqua della pioggia, che cader possa dentro di un certo tempo, anche senza il soccorso dello scolo, lo che ne' numeri seguenti si anderà più individualmente esaminando.

V.

Perchè le Campagne di un Retratto possino dirsi ridotte all'uso dell'aratro, abbisognano di star forte e più alte dell'acque ordinarie de' fossi, piedi due per lo meno, supposto che lo scolo possa smaltire le acque delle piogge dopo un conveniente crescimento della loro superficie; pertanto è da ritrovarsi la profondità di que-

sta

sta escavazione, perchè si renda capace di contenere una data quantità di acqua, che con la pioggia cadesse sopra le Campagne, e sempre con il riflesso, che vi resti di franco due piedi di riva in essi fossi, ricevuta che l'abbino, intendendo sempre delle piogge ordinarie, non già de' piovali stravaganti, per i quali niuna regola può stabilirsi. Rappresenti pertanto il Retratto ben arginato, come si è detto di sopra, ABCE; l'acqua di un piovale ascenda all'altezza FC, se alcun fosso ABHI non vi fosse, la larghezza di tutti i fossi del Retratto sia LD; dimodocchè questa sia tale, che passando l'acqua FCDG in PQMN, vi resti LP altezza della riva dalla superficie dell'acqua (di già smaltita quella sopravenuta per la pioggia) al piano della Campagna di due piedi. Si faccia come la differenza fra l'altezza di tutta la riva LM, ed LP ch'è supposta di 24 once alla FC altezza dell'acqua sopra del Retratto, eguale però all'altezza dell' acqua venuta in un piovale; così BC alla ricercata PQ ovvero LD ovvero BH. Essendocchè $LM - LP = LM - 24 . FC :: BC . PQ$ sarà $LM \times PQ - 24 \times PQ = FC \times BC$; ma $LM - MP = 24$, dunque $LM - 24 = MP$, e però $MP \times PQ = FC \times BC = FC \times CD = MP \times MN$, e presa la comune altezza AB, sarà $FC \times AB \times CD = MP \times AB \times MN$, dunque tutta l'acqua del piovale che coprirebbe CD in altezza di FC potrà esser raccolta ne' fossi MN nell' altezza MP, e sarà lasciata LP riva franca nell'altezza di due piedi.

CAP. XIII.

TAV. IX. Fig. 13.

VI.

Corollario. Dunque la superficie del Retratto essendo $BC \times AB$ quella de' fossi $MN \times AB$; sarà $BC \times AB . MN \times AB :: BC . MN :: LM - 24 . FC$, cioè le larghezze del Retratto e de' fossi saranno reciprocamente come le altezze delle acque contenute, quando esse siano passate ne' detti fossi, lasciando due piedi di franco nelle loro rive.

VII.

Scolio I. Onde se $BC = CD = 144000$ once; $LP = 24$; $FC = 1$ $LM = 60$ sarà $LD = \frac{144000 \times 1}{60 - 24} = 4000$. Sicchè $LD =$ piedi $333\frac{1}{3}$ per l'aggregato della larghezza de' fossi, i quali se fossero larghi 5 piedi l'uno, sarebbe il numero di essi $66\frac{2}{3}$ o diciamo 66;

CAP. XIII. dividendo dunque tutta la Presa in *66* fossi, profondi 5 piedi ciascheduno, e di altrettanta larghezza, e lunghi quanto la AB del Retratto, cadendo in pioggia l'acqua per l'altezza di un' oncia sopra tutta la superficie di esso Retratto, abbenchè niun scolo vi fosse, nientedimeno tutta la detta quantità sarà ricevuta ne' fossi, restandovi pur anco di riva i due ricercati piedi senz'acqua, o come si chiamano, di franco.

Scolio II. Ma se il piovale fosse di due once, cioè il doppio, allora, perchè vi restassero i due piedi di franco nella riva de' fossi, converrebbe formarne doppio numero, come dal calcolo può facilmente raccogliersi.

VIII.

Per piano della Campagna o del Retratto intendesi l'orizontale, che passa per la superficie di esso ne' siti più eminenti, e riducibili veramente ad uso di aratro, essendo che quelli che rimangono inferiori alla posizione di tal linea, si lasciano a prato, ed i fossi che per questi passano non hanno bisogno di avere i due piedi di riva franca dall'acqua, come quelli ad uso di aratro, ma basterà che n'abbino anche meno di un piede, e que' siti che si lascieranno ad uso di semplice pascolo, basterà che siano fuori dell'acqua de' fossi di qualche oncia, ridotta che sia come sopra. Quando però abbiasi a calcolare la capacità de' fossi per lo scolo del Retratto si dovrà diligentemente formare i suoi profili e per lunghezza, e per larghezza, onde si possano separare le terre destinate all'aratro, da quelle che si lascieranno per le praterìe, e dalle altre de' pascoli, e da quelle ancora, che attesa la loro bassa situazione, fossero da lasciarsi affondate in sembianza di piccioli laghetti o paludi, onde calcolando l'estesa de' campi arativi, e ridotta questa alla quadratura, non sarà difficile didurne da quanto si è detto, il numero e misura de' fossi occorrenti, perchè quelli che saranno destinati ad esser coltivati, restino sempre in asciutto ed alti quanto si ricerca, così saranno notati quelli che si lascieranno a' prati, pascoli, e Valli, cioè quella superficie che resterà sotto l'orizontale della Campagna alta un piede, servirà a' prati, quella, che vi rimarrà anche meno di piedi due a pascolo, e finalmente quella che vi fosse oltre delli due piedi, dovrà destinarsi a Valle, o paludo o Lago, secondo la di lei bassezza; Tali bassure dovranno calcolarsi con la capacità de' fossi, e sarà

tutto

tutto ciò, che rimarrà sotto dell' orizontale dell' alta Campagna, oltre delli piedi due.

IX.

TAV. IX. Fig. 14.

Sia uno de' profili del Retratto, di cui si parla GHIKLM; che dall'una all'altra parte lo seghi; Sia AF una orizontale, da cui al piano della Campagna di esso Retratto GHIKLM s'intendano condotte varie perpendicolari AG, BH, CI, DK, EL, FM, delle quali la massima sia la DK; la minima AG = BH = FM, la media CI = EL. Si consideri questo piano, come se tutto fosse alto come GH ovvero OM, e si facciano i calcoli come ne' numeri precedenti V. VI. e VII. di questo Capitolo, acciocchè restino scoperti i terreni per due piedi negli ordinarj piovali; ponendo però a conto di escavazione tutto lo spazio HKLMOH, la di cui altezza ragguagliata sia PK, onde formarsi un solido da aggiungersi all'altro MP × AB × MN del numero quinto, cosicchè risulti secondo quella figura FC × AB × CD = MP × AB × MN + M, quando s' intenda questo M eguale allo spazio predetto, si avrà l' altezza del fosso ricercata, computato però da Q in giù verso di K, onde l'altezza assoluta o per meglio dire la profondità da farsi sotto di K nel terreno sarà il residuo detratto QK, di quanto sarà per indicare il calcolo. Il che fatto basterà osservare se la NI = OL rimanga più bassa di un piede della GH, ovvero OM, e lo spazio HI, LM servirà alle praterie, dove la GH, OM potrà esser posta all' uso dell' aratro; lo spazio fra IK, LK che resterà di sotto dell' orizonte della Campagna arativa per quasi due piedi potrà servire per pascolo, e quella parte verso di K, che rimarrà di sotto della detta superficie arativa oltre dei detti due piedi sarà paludo, valle o Lago a misura, che sarà più o meno discosta da GH.

II. Fig. 13.

X.

Ma come che ne'Retratti non tutti i fossi devono esser fatti in un sol luogo, ma in varie parti, perchè essi possino da per tutto ricever le acque e trasmetterle nello scolo principale, così ogni qualvolta il piano delle Campagne sia ineguale, come il supposto GHIKLM allora fatto il calcolo per l'ampiezza de' fossi, la profondità loro dovrà bensì tenersi dal più al meno nel mede-

desimo orizonte, ma l'altezza della escavazione sarà ben differente, mentre i cinque piedi v. gr. della massima profondità, dovrano escavarsi nella sola alta Campagna arativa GH, OM, dove i fossi in H, I, K, L non saranno da profondarsi sotto il piano respettivo della Campagna al sito de' prementovati punti, che piedi 4, 3, 2, ed anche meno a misura che ci indicherà la bassura di essa Campagna, al che dovrassi ben attendere nel calcolo della spesa, mentre abbenchè i fossi debbano andar sotto del livello della più alta Campagna piedi 5 indifferentemente, ve ne sarà tal uno però, che non dovrà esser profondato che piedi due ec.

X I.

Ne' Retratti devonsi distinguere il fosso o condotto generale dello scolo, da fossi trasversali, i quali sono come i rami, dove quel condotto n'è il tronco, il sito di formarlo è sempre nella parte più bassa del Retratto, e lo deve intersecare tutto, per raccogliere da tutte le parti le acque delle Campagne; i rami trasversali devono esser formati in ogni lato, ma con qualche regola però, cosicchè vengasi a dividere tutto il Retratto in varie aree quadrate, o quadrilunghe, terminate da stradoni con i suoi fossi laterali, che tutti devono metter capo nello scolo principale. Quanto al fondo da darsi a questo, sarà secondo all'esigenza della Campagna, ordinariamente si profonda 5 piedi sotto alla superficie de' terreni per i quali passa, se siano niente alti, meno se bassi; ma i rami influenti si possono tenere un piede meno profondi. La larghezza del condotto principale non può determinarsi, se non avuto rapporto alla vastità del Retratto, dovendo esser maggiore, ove maggiore è la superficie, e può arrivare fino alla larghezza delli 20 ed anco 24 piedi, ma mai minore di sei in otto; i fossi laterali basteranno di larghezza di 5 in 6 piedi, avertendo che tutti i detti fossi abbiano una libera e facile comunicazione con lo scolo generale.

X I I.

I Scoli delle Campagne o orizontali, o quasi orizontali, come sono quelli de' Retratti fatti per alluvione non si posono da se stessi conservare, ma ricercano dopo qualche anno di essere escavati a mano, mentre nè il corpo di acqua, ch' essi portano, e mol-

molto meno la propria velocità, può tenerli espurgati dagli abbonimenti: non il proprio corpo di acqua, essendocchè questo è temporaneo, e non grande, e sovente ristagnato, se il recipiente, come spesse volte accade, non riceve esso scolo, onde e manca facilmente, e seco portando del torbidume delle Campagne, ha tutta la facilità di deporle nel fondo del condotto: non la velocità che non può mai esser tanta da isgombrare dal lezzo essi condotti, se il declivio non può già esser tale da dargli gran forza, potendo essi smaltire le proprie acque, anche quando siano tenuti affatto orizontali. Un altro disordine sopraviene a' scoli ed è il germoglio delle erbe palustri, e sovente anco delle cannelle, se i fondi hanno qualche poco del salmastro, cose tutte che servono a dare una grande remora al corso dell'acqua di esso scolo, come si anderà esaminando ne' numeri seguenti.

Cap. XIII.

XIII.

In un vaso (il di cui lato LD, con l'acqua sino in A, alla qual altezza venghi sempre conservata,) s' intenda aperto un foro BCFE nel lato verticale, alto quanto l'acqua interna, si cerca l'apertura quadrata di un altro foro, il cui lato DG nel fondo, per il quale esca nel medesimo tempo la stessa quantità di acqua, che per il verticale; problema che abbenchè si ricavi da quanto si è detto ne' numeri XIV, e XV. del Capitolo secondo, nientedimeno a maggior chiarezza quì se ne vuole replicare la soluzione. Si faccia il rettangolo $NM \times AD =$ all'area parabolica HDA, ch'è la curva delle velocità dell'acqua ch' esce per l'altezza AD, stando l'acqua alta sino in AI, onde si avrà $NM = \frac{2}{3} \sqrt{AD}$, come è noto, e per tanto secondo l' ipotesi essendo $\frac{2}{3} EF \times AD \sqrt{AD} = DG^2 \sqrt{AD}$, cioè $\frac{2}{3} EF \times AD = DG^2$ sarà $DG = \sqrt{\frac{2}{3} EF \times AD}$, e tale dovrà esser il lato del quadrato DG che si cerca, e si potrà in vece di considerare la quantità dell' acqua uscita per il lume verticale, prender quella, che gli è eguale, che uscirà per l'orizontale.

Tav. X. Fig. 1.

Nel

CAP. XIII.

XIV.

TAV. X. Fig. 2.

Nel Vaso ABDC rettangolo di figura, largo come NP; alto come CD = AB, e che sia aperto per tutta la detta altezza, con larghezza di ML; sia prima ripieno anche sino in AC, se così si vuole supporre; dipoi vadi scemando, dimodochè la superficie che era in AC, dopo un qualche dato tempo discenda in FE, e in un minimo di questo tempo faccia lo spazietto $Ff = Ee$. Sia la curva KHB quella delle velocità della superficie dell'acqua a misura che arriva a' punti F, f ec., onde le HF, hf esprimino esse celerità, ed AGI sia la curva de' tempi respettivi, la di cui natura sia da ritrovarsi. Si dica $BF = x$, $AB = a$, $AF = a - x$, $GF = t$, $FH = u$, $LM = c$, $AC = b$; $NP = m$. Perchè dunque Ff spazietto viene percorso nel minimo tempo dt dalla superficie dell'acqua discendente con moto equabile, sarà $Ff = udt$, e perchè $Ff = - dx$, dunque $- dx = udt$, ed $u = \frac{-dx}{dt}$ e secondo il numero precedente equivalendo la quantità uscita per il foro orizzontale a $\frac{2}{3}$ del verticale, ed essendo la superficie alla superficie, così la velocità alla velocità, sarà l'analogia $-\frac{dx}{dt} \cdot u :: \frac{2}{3} cx \cdot bm$, e l'equazione $dt = \frac{3bm}{2c} x - x^{-\frac{3}{2}} dx$, che integrata da $\frac{3bm}{c} x \frac{\sqrt{a} - \sqrt{x}}{\sqrt{ax}} = t$. per la natura della curva de'tempi della discesa dell'acqua.

XV.

Coroll. Resta manifesto, che facendo $x = a$, la curva de' tempi avrà a cominciare in A, e facendo $x = 0$, che allora la BI sarà infinita, divenendo un asintoto di essa curva, ch'è una specie d'iperbola quadratica, onde ne deriva il paradosso, di ricercarsi un tempo infinito per scaricarsi tutto il fluido del Vaso ABDC, contuttociò questo infinito non compete veramente, che all'altezza infinitesima del fluido sopra il punto B, nel qual caso essendo pur la velocità infinitesima, ricerca un tempo infinito per consumarsi: Per altro allorchè il fluido sopra del punto B viene ad ottenere un'altezza benchè minima, finita però e deter-

terminata, in tal stato l'ordinata del tempo è sempre finita, e l' area corrispondente pur finita.

X V I.

Per ridurre all'uso la proposizione, è necessario uno sperimento, che consiste nell'osservare in un dato vaso, che abbia aperto un foro, come sopra, quanto per un dato tempo si abbassi la superficie dell'acqua; Per un tal abbassamento, dunque x divenghi n, ed il dato tempo sia T, la formola di sopra si cangerà in $T = \frac{3bm}{c} \times \frac{\sqrt{a} - \sqrt{n}}{\sqrt{an}}$, e l' analogia sarà $T . t :: \frac{3bm}{c} \times \frac{\sqrt{a} - \sqrt{n}}{\sqrt{an}} . \frac{3bm}{c} \times \frac{\sqrt{a} - \sqrt{x}}{\sqrt{ax}}$, onde l' equazione $t = \frac{T \times \sqrt{a} - \sqrt{x} \times \sqrt{n}}{\sqrt{a} - \sqrt{n} \times \sqrt{x}}$, date però T, n, x si avrà il tempo consumato, perchè l'acqua si riduca al ricercato punto, cioè il tempo in cui si evacuerà o tutto o in parte il vaso proposto, e perchè esso Vaso altro non rappresenta se non l'aggregato di tutti i fossi di un Retratto, che contenghino l'acqua fino ad una certa altezza, ed il foro di esso vaso dinotando l'apertura della Chiavica, pertanto, quando si abbia con la necessaria esattezza osservato quanto l'acqua si vadi abbassando dopo una piena di detti fossi, dentro un certo spazio di tempo, si avrà per la sopraposta formola il tempo, che s'impiegherà, perchè o tutti o in parte si vuotino, dal che si potrà poi dedurre se l' apertura e luce della Chiavica sia sufficiente per smaltire dentro un certo limitato tempo le acque de' fossi medesimi, perchè le Campagne non patischino, supposto sempre che altre acque non entrino in detti fossi, che le sole delle piogge, e non già le sorgive, o altre esterne e forestiere.

X V I I.

Scolio. I. Fluendo dunque liberamente la Chiavica dopo una massima piena de' fossi, siasi osservato che dentro lo spazio di un giorno naturale resti abbassata l'acqua once 15, onde dicendo $T = 24$, sarà $n = 49$ once, quando si faccia $a = 64$ once, equivalente all'altezza di detta massima piena de' fossi del Retratto, e si voglia sapere in quanto tempo l'acqua sia per arri-

CAP. XIII.

vare alla sola altezza di 4 once, che si può prendere per l'intiera evacuazione de' fossi, onde $x = 4$, si cerca t che in tali supposizioni sarà $t = \frac{1008}{2} = 504$ ore, vale a dire s' impiegheranno giorni 21. in punto. Tanto succederebbe se alcuna resistenza non vi fosse, che dettraesse del movimento dell'acqua, ma essendovi e di un grado insigne, ciò fa, che si debba accrescere almeno di un terzo il tempo dello smaltimento dell'acqua, onde a tal conto si ricercherebbero 29 giorni naturali, perchè ne' fossi non vi restasse, che quattr' once di acqua.

XVIII.

Scolio. II. Ma perchè può essere, che il tempo di un mese, che incirca si richiede per l'intiero scolo di quel dato Retratto, sia troppo, cosicchè sopravenendo delle nuove piogge restino, almeno i luoghi più bassi, affogati, però si dovrà supplire all' esigenza col dilatare la Chiavica, e la dilatazione dovrà rispondere reciprocamente ai tempi, restando invariata, e la massa dell' acqua da scolarsi, e l'altezza della medesima, onde in grazia di esempio, facendo noi una Chiavica, che sia doppia di larghezza di un' altra, scolerà questa nella metà del tempo della prima, e così per ogn'altra larghezza; ed è da notarsi, che se le Chiaviche avessero sempre ne' fiumi o paludi, ne' quali pongon capo, libero esito, niente vi sarebbe di più facile, che l' addattare secondo il bisogno l'apertura di questi emissarj, ma restando soggetta l'uscita dell'acqua per essi a molte alterazioni, perciò è uopo aversi riguardo a tutte quelle circostanze, che saranno per variare il moto regolato delle Cateratte. Noi porremo il modo del calcolo anche per quelle Chiaviche, che non scolano che in certi tempi ed ore del giorno, come sono quelle che entrando o in una Laguna salsa, o in un seno di mare, oppure in un fiume rigurgitato da esso nelle ore della crescente e del flusso, loro venghi proibito lo scolo, e facilitato nelle ore del riflusso.

XIX.

TAV. X. Fig. 3.

Sia AG la Cateratta o paratora di una chiavica; HA l'orizonte dell'acqua dello scolo, accollata a detta paratora, chiusa che sia; AI il livello dell' acqua di un fiume o Laguna, che risenta il rigurgito della marea, cosicchè ogni 12. ore ne' tempi de' novilunj e plenilunj arrivi il flusso in A, e nelle sei

ore

ore del riflusso esca l'acqua dalla chiavica, e si abbassi fino in G, dovendosi intendere, che quando comincia a scemar esso fiume o Laguna sotto di A, possa la paratora liberamente aprirsi, e scolar l'acqua, che sta sopra all'orizontale della superficie del fiume recipiente; ed abbenchè per le osservazioni tanto nel flusso, che nel riflusso, succedono le alterazioni degli crescimenti o decrescimenti inegualmente in tempi eguali, essendosi osservato che fuori della prima ora, la seconda, terza, ed anco quarta, scaricano più della quinta e sesta, nientedimeno per ridurre la cosa a qualche metodo, che sia facile e regolare, si è supposto che dall'alta alla bassa marea, cioè per tutta la AG, ch'è d'ordinario due piedi e mezzo in questo nostro mare, si abbassi l'acqua per ogni ora uno spazio eguale. Inoltre perchè tanto nella prima ora, che in ogni altra cade l'acqua da A in B o da B in C a poco a poco, cioè lo scemamento dell'acqua si va facendo insensibilmente, però si prenderà per la prima ora di ciascun intervallo, solamente la metà del volume dell'acqua, che potrebbe uscire come se l'abbassamento succedesse in un istante, ed il moto fosse sempre lo stesso ed equabile. Suppongasi pertanto che nella prima ora del riflusso esca l'acqua per la sezione AB, di larghezza data, quanto cioè è quella della Cateratta, e con la velocità rispondente all'altezza AB, e perchè, come si è detto, successivamente scema da A in B in tutto il tempo dell'ora predetta, se la mole che dovrebbe uscire supposto che fosse sempre stata conservata questa altezza, verrà detta a, sarà quella, che realmente esce $= \frac{1}{2} a$, ma dopo la prima ora per questa stessa sezione esce per tutto il tempo delle altre 5 ore dell'intiero riflusso sempre una mole intiera a per ciascheduna ora, sarà però la quantità uscita per tutta la sezione AB in sei

ore - - - - - - - -	$= 5a + \frac{1}{2} a$
per BC nel tempo residuo - - - -	$= 4b + \frac{1}{2} b$
per CD nel tempo residuo - - - -	$= 3c + \frac{1}{2} c$
per DE nel tempo residuo - - - -	$= 2d + \frac{1}{2} d$
per EF nel tempo residuo - - - -	$= e + \frac{1}{2} e$
e per FG nel tempo residuo - - - -	$= 0 + \frac{1}{2} f$
in tutto	$\frac{11}{2} a + \frac{9}{2} b + \frac{7}{2} c + \frac{5}{2} d + \frac{3}{2} e + \frac{1}{2} f$

dicendo b, c, d, e, f le moli scaricate per le altre inferiori sezioni, o per dir meglio, per gli accrescimenti di ora in ora de' spazj AB, BC, CD ec.

 Espri-

CAP. XIII.

XX.

Esprima n il numero delle ore del riflusso, che sono d'ordinario sei, rare volte più o meno, fuorchè ne' tempi burrascosi, sarà la formola del numero precedente trasformata nella seguente molto più generale

$$\overline{n-1+\tfrac{1}{2}}\times a+\overline{n-2+\tfrac{1}{2}}\times b+\overline{n-3+\tfrac{1}{2}}\times c+\overline{n-4+\tfrac{1}{2}}\times d+\overline{n-5+\tfrac{1}{2}}\times e+\overline{n-6+\tfrac{1}{2}}\times f.$$

ovvero $$\frac{\overline{2n-1}\times a+\overline{2n-3}\times b+\overline{2n-5}\times c+\overline{2n-7}\times d+\overline{2n-9}\times e+\overline{2n-11}\times f.}{2}$$

Sia dipoi AB $=$ BC, ec: $=m$, cioè i scemamenti eguali fatti in ciascheduna ora, sarà AC $=2m$; AD $=3m$; AE $=4m$; AF $=5n$; AG $=6n$, onde per le leggi idrostatiche facendo p eguale alla larghezza della Cateratta, sarà respettivamente $a=pm\sqrt{m}$, $b=pm\sqrt{2m}$, $c=pm\sqrt{3m}$, $d=pm\sqrt{4m}$, $e=pm\sqrt{5m}$, $f=pm\sqrt{6m}$, e l'equazione.

$$\frac{pm}{2}\times\overline{\overline{2n-1}\times\sqrt{m}+\overline{2n-3}\times\sqrt{2m}+\overline{2n-5}\times\sqrt{3m}+\overline{2n-7}\times\sqrt{4m}+\overline{2n-9}\times\sqrt{5m}+\overline{2n-11}\times\sqrt{6m}}$$

$=np\times\sqrt{x}$ nominando x quell'altezza, che dovrebbe aver l'acqua del Retratto, se potesse scolare liberamente senza alcuna variazione del pelo del recipiente, cioè x equivalerà all'altezza media di ess'acqua; dicendo dunque, per abbreviare, tutta la quantità moltiplicata da $\frac{pm}{2}$; q si avrà l'equazione $x=\sqrt{\frac{mmqq}{4nn}}$.

XXI.

Che se non in tutte le sei ore ma solamente in alcune di esse potrà scemar l'acqua, basterà dall'equazione levare tanti termini alla destra del valore di q, quante sono le ore, che mancheranno alle sei dell'intiero riflusso, e quando fluisse sempre lo scolo, come che l'altezza del fiume recipiente non arriverebbe mai all'orizontale AI, converrà allora accrescere all'equazione quella mole di acqua perenne, che uscisse secondo alle ordinarie leggi fuori de' rigurgiti, lasciando sotto a questa la mole uscita sotto dell'orizontale del predetto recipiente. Ogni giorno poi scemando l'altezza dello scolo, quando nuove piogge non l'accrescano, converrà variare la m a misura dell' alterazione che anderà seguendo, ripartendo tutta l'altezza residua in altrettanti spazj eguali, e dando loro le competenti misure delle once.

Sco-

XXII.

Scolio. Sia $m=5$, $n=6$, cioè tutta la AG sia once 30, ch'è l'ordinaria altezza della marea in queste nostre spiagge nel tempo de' novilunj e plenilunj; Sia da trovarsi in tali supposizioni il valore di x, ch'è l'altezza *media* di una Chiavica libera, che scolasse quella quantità di acqua, che appunto potesse scolare questa ritardata; sarà dunque, fatte le dovute sostituzioni, $x = \sqrt{\frac{25 \times 15376}{4 \times 36}} = 14$ once prossimamente; di modo che la medesima chiavica scaricherà in sei ore tant'acqua, quanto una libera che avesse internamente nel condotto un' altezza di acqua di circa once 14 per tutto il detto tempo delle sei ore; e perchè nello spazio di questo tempo poco sarà lo scemamento dell' acqua del Retratto, pertanto si potrà col metodo de' numeri XVI e XVII di questo Capitolo, conteggiare in quanto tempo restarebbe evacuata o tutta o la massima parte dell'acqua che si trovasse dentro il circondario della bonificazione; il qual tempo com'è manifesto, sarà sempre lo stesso con quello che verrebbe impiegato nella supposizione che l'acqua fosse trattenuta per l'azione variante della marea, onde è stato ridotto il Problema a ritrovare un' equivalente chiavica libera, ad una rigurgitata dal flusso del Mare, avuta la quale, resta dipoi noto il tempo che si ricercasse onde quel dato Retratto intieramente, o secondo una data parte rimanesse vuoto dalle acque che lo pregiudicassero.

XXIII.

Perchè dunque il tempo dello scolo viene dagli antedetti e da altri accidenti limitato, così in que' Retratti ovvero bonificazioni che saranno con i sbocchi de' loro scoli tanto vicini al mare, da risentirne il di lui rigurgito, in queste si dovrà moltiplicare il numero delle Chiaviche, perchè nel più breve tempo possibile, si possano liberare dalla inondazione, giacchè scolando per una sola Chiavica poche sarebbero le ore dello scarico, onde conviene supplirsi col moltiplicare i fori, per raccogliere dal numero di questi e parzialmente quel sollevo che una sola Chiavica, che fosse libera e non rigurgitata, darebbe. E perchè la marea arriva e di notte e di giorno, e nell'estate principalmente più di notte che di giorno, e sarebbe assai difficile,

che

CAP. XIII. che chi veniſſe deſtinato all' incombenza di aprire e ſerrare le paratore, ſteſſe ſempre pronto al ſuo ufizio; pertanto ſarà ſempre miglior conſiglio il formare le portine, come le chiamano, a vento, cioè due portine ne' ſuoi pollici, che ſi chiudano in angolo verſo il fiume, o il mare, o la laguna, acciocchè quando reſta l'acqua di fuori del Retratto più baſſa di quella di dentro, ſi poſſino aprire; e chiudere allorchè ſi faccia più alta.

XXIV.

Definizione. Per bonificazione, Retratto o acquiſto s'intende un ſito baſſo e ſoggetto all'acqua, ridotto in modo tale, che più non reſti eſpoſto alle inondazioni di eſſa, ma poſſa coltivarſi ad aratro, prato, o paſcolo: In due maniere però e non in altre un tal fine ſi ottiene, ovvero dando ſcolo alle acque riſtagnate, oppure talmente ſollevando i baſſi fondi, che le acque o più non vi riſtagnino, o ſe vi ſi fermino, lo facciano ſolo per qualche breve tempo. Oltre di ciò non può dirſi vera bonificazione quella, che abbenchè reſtaſſe ſenza inondazioni, foſſe però l'acqua poco ſotto la ſuperficie de' terreni, ovvero che queſti foſſero di natura cuoroſa ed inſuſſiſtente, o quando le aſciuttate Campagne non foſſero atte alla fecondità neceſſaria; così in grazia di eſempio, ſe un Retratto, liberato che foſſe dall'acque, germogliaſſe dell'erbe ſalmaſtre, converrà penſare a toglierlo da una tale dannoſa infezione, altrimenti riuſcirebbe inutile affatto quanto ſi foſſe effettuato; in ſomma quella ſarà una vera e reale bonificazione, che ſarà ridotta, per quanto contribuir può l'arte, a ricevere una perfetta coltura, e rendere un frutto corriſpondente a' fatti diſpendj. Si anderà a parte a parte ne' ſeguenti numeri eſaminando quanto concerne il modo di formarle.

XXV.

Due, ſecondo a quanto c'inſegnano i più accreditati Autori, ſono le maniere di formar le bonificazioni, per efficazione, o per alluvione; importa la prima il modo di liberar le Campagne dalle inondazioni che ſoffrono, non già perchè ſiano aſſolutamente baſſe riſpetto all'orizonte del mare, ſe da queſto non molto ſi trovino diſtanti, ma per l'impedimento che allo ſcolo può eſſer frapoſto, e che ſerve a trattenere le acque ſopra la ſuperficie di que' terreni, coſicchè rimoſſo che ſia queſto, rimarrebbero eſſe aſciutte,

te, e capaci di coltura; ma l'altro modo di bonificare per alluvione consiste nell'inalzamento positivo delle Campagne, quando sono sì basse, rispetto all'orizonte del mare, che in modo alcuno non si potessero render asciutte col mezzo de' semplici scoli, ed allora niun altro ripiego vi è, se non di rialzarle col mezzo delle alluvioni, cioè con nuova terra portata o da' fiumi vicini, se corrono torbidi, quando si possino far fluire in tal tempo attraverso di codeste basse Campagne, ovvero con la terra o portatavi da lontano, ovvero cavata dalla stessa Campagna, col ridurla cioè in frequenti fossi, dimodochè la terra dell'escavamento possa servire per rialzare, ed i fossi che si andassero formando, di ricettacolo all'acque e delle piogge e delle sorgive, se ve ne fossero. Come che i due primi modi di essiccazione e di alluvione col mezzo de' fiumi sono i ripieghi più reali per formar le bonificazioni, quello del condurvi la terra non può servire, che per piccolo spazio, egli è il più imperfetto, e per poco che si dilati con simili operazioni, riescono queste sì dispendiose, che in conto alcuno non giova l'intraprenderle, potendo servire al più per ricolmare qualche sito vicino alla Casa dominicale o ad altro luogo che fosse di una precisa premura. Bensì formata che sia la bonificazione in uno delli due modi antedetti, se pur anco non è di quell'altezza che si desidererebbe, e non si possano ridur le acque più basse, ciò non ostante, quando la Campagna si comincj a coltivare, abbonendosi i fossi, cadendo le foglie dagli alberi, marcendo le stoppie ed erbe che incessantemente vanno germogliando, accade che con queste, e col ricavamento de' fossi predetti, la superficie della Campagna vadi insensibilmente crescendo, in maniera che in non molti anni resti sollevata non poco da quella che prima trovavasi, quando però il terreno sia sodo e non cuoroso, nel qual incontro accaderebbe tutto all' opposto, che dopo essiccata si abbasserebbe, come si anderà a suo luogo esaminando.

Cap. XIII.

XXVI.

Sia da essiccarsi la Campagna ABC, su di cui vi stia l'acqua per ordinario all'altezza BI, e ciò a causa dell'altezza del terreno HDC, che impedisce ch'essa acqua non possa fluire nel Lago, Laguna, Mare, o Fiume EDLG, la di cui superficie FG resti in qualche tempo più bassa di AC; altrimenti se restasse sempre o della medesima altezza, o anche di maggiore, sarebbe impossibile il

Tav. X. Fig. 4.

il penſare alla detta efficcazione, quando in altro ſito più baſſo oltre della FG non ſi poteſſe ſcolare. Prima dunque di ogni altra coſa ſarà da livellare come ſtia il punto A ovvero C della ſuperficie ſtagnante dell' acqua della Campagna da efficcarſi, riſpetto al punto F, della ſuperficie dello ſtagno, Lago, fiume, o mare, ridotta allo ſtato ordinario, e fuori dell'eſcreſcenze; dipoi prendere due piedi in circa il punto K più baſſo del detto punto F, ovvero L ſuppoſta LFG nella medeſima orizontale, e da queſto punto K ſino al maggior fondo B della Campagna da efficcarſi, ed anche qualche piede di più, cioè ſino in M, quando pur anco il punto K reſti più baſſo di M, condurre la retta KM che ſarà la cadente dello ſcolo generale di eſſa Campagna; queſto dovrà farſi largo a miſura della vaſtità del Retratto, che di fare s'intende, avvertendo, che ſebbene il punto M non foſſe che di poche once più alto del punto K, ciò non oſtante l' acqua ACB potrà ſcolare in FG, non ricercando i ſcoli delle Campagne che una inſenſibile caduta per eſser liberate dalle acque, le quali per l'ordinario o ſono chiare, o pochiſſimo torbide: ma perche l'acqua del recipiente FG può ſupporſi creſcere ſino in DE, onde il punto D riuſcirà più alto del punto A, però converrà munire lo sbocco di queſto ſcolo di Chiavica con ſua paratora da ſtar chiuſa in tal tempo, e ſolo aperta quando il punto F rimanghi più baſſo del punto A, il che ſi conoſcerà, perchè fatto il condotto, l'acqua AIC verrà ad appoggiarſi in DLK, che però anche col ſolo occhio ſi rileverà ſe il corſo dell'acqua ſia diretto da A in F, ovvero al contrario, il che quando foſſe ſarà ſubito da chiuderſi, e per aprirla baſterà oſſervare dal trapelamento che eſs' acqua fa per la paratora per quanto buona ſia e ben coſtrutta la di lei tendenza, oppure col prendere con ogni miſura la differenza dell'acqua eſterna ed interna, moſtrando la maggiore miſura la minore altezza, quando ambedue ſiano riportate ad un ſolo ſegno ſtabile, e ſecondo all'eſigenza alzare, o laſciar abbaſſata eſſa paratora. Che ſe frequenti ſono tali alterazioni del recipiente, come ſuccede in vicinanza del Mare, nelle Lagune con eſſo comunicanti, e ne' fiumi da eſſo mare rigurgitati, allora ſenza impegnarſi a chiudere ed aprire la paratora, converrà nella ſteſſa introdurre un congruo portello, che battendo co' ſuoi limbelli contro il condotto ſi chiuda ed apra da ſe ſteſſo; ſono queſte le porte a *vento*, delle quali tante ne abbiamo nella vicinanza del Mare nello Stato Veneto.

Che

XXVII.

Che se l' acqua della Campagna da asciugarsi come ABIN, fosse comunicante col fiume, Lago o palude più profonda KLR, cosicchè, per poco che questa crescesse, il pelo KL comunicasse con AI, e formasse una sola orizontale ABKL; e quando la detta palude, Lago o fiume fosse basso, non oltrepassasse FG, e la AI, per l'impedimento IKF, restasse nella sua altezza BN; allora per formare il Retratto per esficcazione, sarà prima di ogni altra cosa da divider la Campagna retraibile, dal fiume, Lago o palude ec. col mezzo dell'argine IHK, che in ogni parte la separi, perchè le acque KL non possino mai meschiarsi con quelle esistenti sulla Campagna AI, avvertendo di tener tant'alto quest'argine, che vaglia a proibire la detta miscella in ogni stato dell' acqua recipiente KL: Ciò fatto, converrà ben osservare ed informarsi sin dove arrivi la somma magrezza del recipiente predetto KL, e dove lo stato di lui medio MG, e quando questo punto M resti due piedi in circa più basso del punto N, maggior bassezza della Campagna, il Retratto potrà effettuarsi, e rendersi tutto in asciutto: Che se esso punto M restasse di livello, o anche superiore al punto N, non sarà riducibile ad uso di aratro la parte più bassa; bensì, supposto buono il terreno, quello spazio solo, che resta per lo meno i detti due piedi superiore d'orizonte del predetto punto M. E perchè si suppone che facilmente, ed anco due volte il giorno (se questo recipiente sia assai vicino di comunicazione col mare) possa crescer il pelo MG in KL, però sarà da munirsi lo sbocco del condotto, la di cui cadente sarà CDE con la sua Chiavica e paratora a vento, con avvertenza che poche ore restando il condotto in libertà di scolare, converrà moltiplicare i fori, e le Chiaviche, perchè più prontamente ciò fare si possa, secondo a quanto si è detto a' numeri XVIII e XIX di questo Capitolo; altrimenti sarebbe frustranea l'efficcazione che venisse tentata. E' in oltre da supporsi che alcuna sorgente non vi sia nel circondario del Retratto, altrimenti senza che questa fosse levata, inutile sarebbe ogni provedimento che venisse fatto.

TAV. X. Fig. 5.

CAP. XIII.

XXVIII.

Quando poi fra la Campagna da ſcolare, ed il termine dello ſcolo, vi ſia di mezzo un fiume, la di cui ſuperficie anche ordinaria reſti più alta della predetta Campagna, in tal incontro converrà col mezzo di una Botte ſotterranea paſſar ſotto del fondo del fiume intermedio, ed uſcirne di là dallo ſteſſo, portando con un condotto l'acqua in ſito più baſſo di quello della bonificazione. Sia la Campagna da ſcolare HK, che abbia l'acqua fino in EG, ed abbia nella parte ove i ſcoli foſſero da inviarſi, il fiume AFB, con la di lui acqua ordinaria CD, che mai non ſi riduca più baſſa di EG, bensì più oltre di queſto fiume in *qr* reſti un paludo o altro fiume più baſſo di HK, e QR ſia il pelo alto di queſto recipiente, che pur reſti inferiore di altezza alla ſuperficie EG; ſi formerà una Botte retta IVN, ovvero KMP curva a norma di quanto è ſtato detto ne' numeri XXXIV, XXXV &c. del Capitolo XII, cioè del primo genere, ſe fra il fondo F ed V vi reſti ſpazio ſufficiente per la fabbrica, nè vi ſia pericolo che il fondo reſti corroſo; e del ſecondo ſe lo ſpazio VF non foſſe quanto baſta alto, o ſi temeſse un maggior profondamento del fondo F. L'uſcita PN può eſsere o di livello con l'entrata KI, o anche più baſsa ſecondo l'eſigenza, e le circoſtanze, col riflettere che ſe QR reſti ſoggetto ad alterazioni e creſcimenti ſtraordinarj, allora converrà munire l'uſcita PN con le paratore, da tenerſi chiuſe tutte le volte che lo ſcolo in vece di ſcaricare le acque delle Campagne retratte, le doveſse ricevere.

TAV. X. Fig. 6.

XXIX.

Prima di paſsare alla ſpiegazione del modo di far le bonificazioni per alluvione, è di meſtieri d'indicare certo fenomeno che arriva all'acque correnti, a cui quando bene non vi ſi attende, fa naſcere degli equivoci anche nelle conſeguenze tirate dalle propoſizioni più evidenti della ſcienza dell' acque: E' queſto la varia reſiſtenza che ſoffre l' acqua in movendoſi o per il medeſimo canale nelle varie di lui e difformi ſezioni, oppure per lo ſteſso canale bensì, ma con la frapoſizione di qualche impedimento; perlocchè, abbenchè ſembri che produr ſi doveſse lo ſteſso effetto in riguardo all'acceleramento del corſo, contuttociò accade tal-

volta,

volta, che segua appunto tutto l'opposto, e che in vece di accelerarsi, egli si ritardi, sino anche ad estinguersi affatto. Per la spiegazione di quanto si avanzerà, sia il canale FEDC che abbia una larga sezione FC, ed una più ristretta DE, quando si prescinda dalle resistenze delle sponde, sarà sempre vero che le velocità in FC e DE saranno in ragione reciproca di esse sezioni, quando il canale sia nello stato di permanenza; che se in qualche modo si voglia tener conto del ritardo che dar possono le dette sponde, quando la sezione FC si considerasse sempre di una eguale larghezza, tal ritardo sarebbe costante da F in E, ma riducendosi più angusta in DE, tal ritardo in paragone di quello che avrebbe se le sponde fossero parallele, crescerebbe in ragione del seno dell' inclinazione del canale al seno tutto, cioè presa FE, come il raggio, nella proporzione di AE ad FE; onde se la sezione DE non è molto differente in larghezza della FC, tal differenza sarà di poca rilevanza, ma può crescere all' infinito, a misura che le sezioni si supponessero sempre minori e minori.

Cap. XIII. Tav. X. Fig. 7.

X X X.

Qualunque impedimento che venghi posto in un fiume può esser considerato, come se esso fiume in quel tal luogo venisse a restringersi, ed abbenchè nella ragione contraria della sezione libera ed impedita dovesse conservarsi il medesimo scarico dell'acqua, accrescendosi proporzionalmente il corso, nientedimeno la cosa non passa così, se l'impedimento tiene una sensibile proporzione con la larghezza dell' alveo, mentre, secondo a quanto è stato esposto nel numero antecedente, crescendo in tale circostanza di molto la resistenza per l'urto che fa l'acqua in esso impedimento, si ammorza una parte delle velocità, ed il fiume dovrà crescere di altezza, e quando le rive non siano sufficientemente alte, annegherà anco le vicine Campagne; se esso impedimento è un solido solo e continuo, facile sarà il rilevare quanto il fiume sia per perdere della propria velocità, se tutta quella parte che sostenterà l' acqua si faccia eguale ad FA, ovvero ad FA, BC, sarà la perdita cercata in ragione del seno tutto al seno dell'angolo d'inclinazione AE, ovvero alla sua doppia AE + BD = 2AE.

Tav. X. Fig. 7.

Cap. XIII.

XXXI.

In certi canali di acqua corrente, bensì, ma chiara e crassa, nascono erbe palustri in molta copia, e se niente di salso a questa si unisce, germogliano le cannelle, dalle quali riceve l'acqua un grande ritardamento nel di lei moto. Lo stesso, abbenchè non sì gagliardamente, fanno anco l'erbe, cosicchè tali acque impedite, annegano sovente i dintorni de' loro recipienti, senza potervi trovare rimedio che vaglia. Nasce ciò, perchè tanto l'erbe, che le cannelle costituiscono un vero impedimento all'acqua, ma il loro resistere è anche differente e maggiore di quanto porta l'estensione di esso impedimento, considerato come un solido, mentre disposte tali piante confusamente in ef, ef nel canale ABCD, che si muove da G in H, sono gli urti ed i rimandi, che incontra un filamento dell'acqua, tali e tanti, non solamente per la moltiplicità delle superficie che urta, ma altresì per i piccioli vortici che dapertutto si eccitano, che il moto progressivo si va di molto ritardando, obbligata ch'è l'acqua a passare per una sottile trafila, ed a restarsene perciò come inceppata. Nella diversione che dalla Serenissima Repubblica di Venezia fu fatta della Piave, fatta passare in un vasto Lago, essendosi questo imboschito di cannelle, ella, abbenchè discorrente per molti canali profondi di esso Lago, restava trattenuta fuori di ogni credere, prima che arrivar potesse a sboccare nel Briano, per i Tagli fatti nella Livenza divertita a tal oggetto, e con ciò restava essa Piave rialzata in modo, che gli argini circondarj di detto Lago andavano soggetti a perpetue dannosissime rotte.

Tav. X. Fig. 8.

XXXII.

Sia da trovarsi la progressione del ritardamento che incontra l'acqua nel passar attraverso di un dato e replicato impedimento, come sarebbe in grazia di esempio molti ordini di cannuccie disposte in file da riva a riva del canale; il che è stato pur dimostrato dal celebre Padre Abate Grandi nel Libro secondo alla proposizione trentesima quinta, diducendone, che i scemamenti delle velocità dell' acqua, venghino rappresentati per le ordinate di una Logaritmica. Esprima

prima KL la mole dell' acqua, che in momento di tempo urta nell'impedimento, ed MK la resistenza che vi fanno le cannuccie, o altre erbe palustri: Sia SHGTABE un fiume, che corra da A in E, e trovi in ogni suo punto B una data resistenza, che resti espressa, come si è detto per MK. AI dinoti la velocità dell'acqua al punto A e sia cognita, e BC esprimerà quella del punto B minore di AI. Si chiami $KL = q$; $MK = p$, sarà $ML = q + p$, la velocità dell'acqua $AI = u$, $AB = x$; $Bb = dx$; $DC = -du$, mentre crescendo le ordinate calano le absciffe; Assume l' Autore predetto che i scemamenti della velocità dell'acqua si facciano nella stessa forma, come l'urto di un corpo duro in un altro collocato in una quiete amovibile comunicandogli il moto, che sarà minore di quello che teneva il primo nella ragione del corpo solo che ha spinto, alla somma di tutti e due, e ciò secondo al comune principio ricevuto da Statici. A tal conto dunque sarà $q+p . q :: u . \frac{qu}{q+p} = BC$, e con tal analogia si troveranno quante ordinate si vorranno per aversi la curva delle velocità ritardate dalle dette resistenze. Perchè poi secondo a medesimi principj si ha la formola $fdx = -udu$, se crescendo AB, scemano le BC, denominando f la forza dell'acqua nell' atto dell'urtare una serie di cannucce, ed f essendo pur eguale a $\frac{q \times qqu^2}{\overline{q+p}|^2}$, cioè come la quantità dell'acqua moltiplicata nel quadrato della sua respettiva velocità, adunque sostituendo il valore di f nell' antedetta formola, si avrà l' equazione $\frac{q^3}{\overline{q+p}|^2} \times dx = \frac{-du}{u}$, e ridotta all'analogia $dx . -du :: \frac{q^3}{\overline{q+p}|^2} . u$, ch' è l' equazione di una logaritmica, la di cui costante sottangente BE, si trova facendo $ML^2 . KL^2 :: KL . \frac{KL^3}{ML^2} = BE$.

XXXIII.

Un' altra soluzione di detto Problema si potrebbe dare indipendente dalla supposizione dell'urto de' corpi, come si è fatto sulle tracce del P. A. Grandi, che pur anco dà la Logaritmica per

per la ſcala delle dette velocità ritardate. Eſſendo che dunque la forza con cui fra eſſe cannucce può progredire l'acqua, non deriva che dalla differenza, ch'è fra la forza libera, e la reſiſtenza delle medeſime cannucce, ſe diremo m la mole dell'acqua, che deve incontrar l' oſtacolo, ed n la ſuperficie di queſto, che deve ſoſtenerla, ſarà $muu - nuu$ il valore della forza reſidua, onde poſte le denominazioni come nel numero antecedente, ſarà $muudx - nuudx = - udu$, ovvero $\overline{m-n} \times dx = \frac{-du}{u}$, equazione alla Logaritmica, la di cui ſottangente ſarà $m-n$ nel caſo preſente, il che non varia eſsenzialmente dalla predetta ſoluzione.

XXXIV.

Coroll. I. I due Corollarj che ne ricava il P. A. Grandi ſono i ſeguenti; il primo che tali velocità a lungo andare ſi fanno minori di qualunque data, eſſendo che la Logaritmica riſpetto al ſuo aſſe, ſi va ſempre più al medeſimo accoſtando, il che fa, che ſe molto lungo è lo ſpazio ove eſiſtono i virgulti e le cannucce, il moto affatto o quaſi affatto reſti eſtinto. Il ſecondo Corollario ſi è che da tal ſcemamento di celerità debba l'acqua ridurſi molto ſoſtenuta, ſe vuole compenſare la tardità del movimento, que' canali però che da tali impedimenti ſono ingombrati, ſuperano le rive con le loro acque, e le ſpandono per le campagne.

XXXV.

Coroll. II. Se dunque per i detti impedimenti perde l'acqua il moto, ſe queſta ſarà torbida deporrà fra i medeſimi la materia che porta, e riuſcirà chiara a poca diſtanza da dove il ritardamento del moto commincia; coſicchè ſe in grazia di eſempio un fiume reſo torbido ſormontaſſe le proprie rive, e con l'acqua eſtravaſata ſi dilataſſe per le vicine baſſe Campagne, ſe queſte foſſero da cannelle ingombrate, comecchè l' acqua dilatata, anche più tardamente ſi muove, aggiongendoli eſſe Cannelle e virgulti maggiore reſiſtenza, non anderà l'acqua gran fatto oltre la riva, che rimarrà del tutto della torbida ſpogliata: Ho io oſſervato, che in tali circoſtanze appena arriva la torbida a 50 pertiche oltre della riva; quindi noi vediamo le depoſizioni ſtabilirſi ad una tal diſtanza incirca con dolciſſima ſcarpa, a guiſa dello ſpal-

ſpalto della foſſa di una Fortezza, e l'acqua dopo un tal ſpazio non forma, che inſenſibili depoſizioni, ed eſce quaſi chiara affatto.

XXXVI.

Quando dunque ſi voglia intraprendere una bonificazione per alluvione, coll'inalzare cioè i fondi delle Campagne, converrà prima ben attendere alla natura de' terreni, ed alla qualità della torbida portata dal fiume. Vi ſono delle Campagne, le quali benchè baſſe, ed anco ſoggette alle inondazioni del Mare, contuttociò non laſciano germogliare le Cannelle o altre erbe ſalmaſtre, come per il contrario ve ne ſono, che ne producouo abbondantemente; oſſervai aſſieme anco col chiariſſimo fu Sig. Manfredi l'anno 1731, che ſulla deſtra del Lamone fiume della Romagna, che ha portato con la protrazione della propria linea immenſe torbide, ſopra le quali il mar gonfiato dal Sirocco pur anco vi può andar ſopra, che ciò non oſtante per quanto poteva veder l'occhio niun germoglio di Canna vedevaſi, anzi fu oſſervato il piano della Campagna elevato tutto egualmente, e ſenſibilmente eſteſo ſopra di una ſola orizontale, avendo potuto le espanſioni del detto fiume portar anco alle parti più lontane dalle proprie rive le torbide, che copioſe ſono tirate da' monti, per quali eſſo Lamone, ed influenti paſſano. Per l'oppoſto nel Pò, e nella Livenza, per tacere di molti altri fiumi, ho potuto oſſervare che eſſe torbide a pochiſſima diſtanza ſono portate, ma appreſſo e l'uno e l' altro di queſti fiumi germogliano di molto le Cannelle, a cauſa, ſi crede, della varia qualità de' terreni, e delle Campagne, per non dire delle ſteſſe acque più o meno atte ad aſſumere ciò, che contribuiſce al germoglio predetto; quando dunque la Campagna aggiacente al fiume che ci può ſomminiſtrar la torbida, ſia ſenza impedimenti ſi potrà penſare a bonificarla per alluvione, ma ſe ſarà ripiena di Canna o di altro conſimile naturale impedimento, difficile molto ſarà l' ottenere l'intento, e ricercherà lunghiſſimo tempo, molto diſpendio, e grande attenzione prima che poſſa ridurſi a coltura.

Si

XXXVII.

Si ſupponga che i detti Oſtacoli non poſſino impedire la dilatazione dell'alluvione, converrà prima di ogni altra coſa eſaminare ſe la torbida del fiume, che ſervir deve alla noſtra bonificazione ſia feconda o no, ſe di pura ſabbia, o di lezzo, o ſe partecipante dell'uno o dell'altro, il che ſi conoſcerà dall'indagare ſe nell'occaſione di una qualche rotta ſeguita in eſſo fiume, o anche della ſemplice eſpanſione ſopra delle rive, ove il paeſe rieſce coltivato, abbia o pregiudicato, o reſi migliori i terreni, mentre ſe foſſe o di pura ſabbia, o conteneſſe materie tali, che recaſſero la ſterilità invece della fecondità, ſarà da abbandonare qualunque idea, che ſi aveſſe di abbonire per alluvione. Ci ſovviene che nella viſita del 1720 eſſendo noi ſopra dell' Idice colà nelle Valli Bologneſi, di aver inteſo, che quanto quel fiume portava di torbido era tutto infecondo. Circa poi all'eſame da farſi ſopra gli effetti delle rotte in ordine alla qualità della torbida convien diſtinguere il ſito, ove eſſe accadono, e qualche altra circoſtanza, prima di giudicare ſe buona o cattiva ſia la materia da eſſe portata; è anco oſſervabile, che nelle vicinanze della rotta rimane ſempre la campagna ſacrificata ad uno ſterile ingiaramento di ſabbione crudo per quanto buona ſia la materia di eſſa torbida, quindi è neceſſario di riconoſcere la qualità di eſſa torbida fuori del detto ingiaramento a qualche diſtanza cioè dalla rotta, e lateralmente, potendoſi dare il caſo che l'impeto con cui l'acqua eſce dal fiume ſia tale, che molto lungi porti le materie groſſe, ed i Sabbioni valevoli a rovinar il buon terreno della Campagna. Generalmente parlando ſe le rive ſono naturali, e formate dallo ſteſſo fiume, baſterà oſſervare la qualità delle erbe, che naſcono in queſte, mentre della medeſima natura ſarà anco quell'accreſcimento di terreno, che foſſe fatto dalle depoſizioni.

XXXVIII.

Quando dunque le cannucce ed i virgulti non ſi trovino nella Valle e paludi da bonificarſi con la torbida, ſaranno da tagliarſi le rive in molti ſiti, e laſciar che il fiume liberamente vi ſvaghi, e ſi vedrà a poco a poco aſsodarſi il terreno, e ridurſi più alto di quello era prima. Vi ſono degli Autori, che inſegna-

gnano il modo di far tali bonificazioni mediante il ridur l'acqua dentro del Retratto stagnante col cingerlo d' arginatura, ed introdurvi delle Chiaviche, che l'acqua torbida ricevino, e chiarificata che sia, la lascino uscire, contuttociò in pratica non mi è sortito di vederne buoni effetti, mentre e conviene assoggettarsi a grosse spese nell'arginare, e se il Retratto racchiude qualche considerabile spazio, la torbida non si depone dapertutto, ma inegualmente, cosicchè si giudica miglior consiglio il tagliare a dirittura le rive, e lasciar che l'acqua dispersa abbonisca, ove il proprio corso la guida: Egli è ben vero, che non guari lontano dalle rive osservasi per ordinario seguir le deposizioni, le quali se non vengono però con l'arte condotte alle parti più lontane, mai si ottiene il fine che si desidera.

XXXIX.

Per ricever dunque l'accrescimento di altezza in superficie ne' Rettratti, non basta formar l'arginatura, che li circondi, e munirla di Chiaviche, come non basta il dar de' semplici taglj nelle rive, abbenchè talvolta più giovi del primo, questo secondo ripiego, ma è necessario che con fossi di una conveniente profondità sia condotta l'acqua torbida verso i siti più bassi della Presa, e che questi fossi, che d'ordinario ad ogni piena s'interriscono, siano altrettante volte ricavati, gettando la terra, o sopra delle sponde, o portandola ne' luoghi più bassi, ed in tal modo sianvi o non sianvi i virgulti e le canne, si verrà ad ottenere il desiderato inalzamento della superficie del terreno, e potrà questo col tempo acquistare una sufficiente pendenza, per il proprio scolo. Sarà per altro d'avvertire, che molto più facile sarà il ricolmare tali fondi, ne' quali non germogliassero le cannelle, che ove queste vi fossero; contutto ciò ovvero che desse periranno sepolte fra il lezzo, ovvero che seguìta la ricolmata, si potrà poi pensare di proposito ad estirparle; bensì il Padrone de' fondi da bonificarsi non avrà ad aver fretta alcuna per ricavarne il frutto, conciosiache con tali mezzi commettendosi quasi tutto l' affare alla natura, è noto che questa quanto opera sicuramente nel produrre i suoi effetti, altrettanto va tarda nella perfezione de' proprj lavorieri.

X L.

Una terza maniera di bonificare i terreni paludosi vi è, cioè di formar in essi lunghi, e frequenti fossi paralleli, perchè la terra, che esce da questi, ammontonata sopra le rive, venghi a rialzarle in forma di poterle seminare, e servano i fossi per lo ricetto delle acque piovane, ma è facile da vedere, che ciò non è praticabile, se non in piccolo tratto, mentre per altro la spesa salirebbe oltre i limiti del conveniente, nè certamente tornerebbe il conto a' Padroni di acquistare il Retratto a sì caro prezzo, e con il pericolo di ridurlo, atteso il ristagno delle acque, con una pessima aria. Tali acquisti al più son praticabili ne' vignali di codeste Lagune di Venezia, e di Chioggia per l' impianto e coltivazione degli erbaggi inservienti all' uso della grande popolazione della Dominante, e de' luoghi suburbani; per altro gli alberi difficilmente vi crescono, e per la qualità del Terreno, e per il Salmastro, che d'ordinario vi domina. Se poi il terreno da retraersi è cuoroso ed instabile sarebbe affatto gettata la spesa, mentre la terra, che uscisse da' fossi predetti non avendo nè nervo, nè consistenza, condotta che fosse sopra le rive, si marcirebbe, ed in breve tempo a poco più del niente si ridurrebbe.

X L I.

Sia il Retratto fatto per essiccazione o per alluvione, conviene sempre aversi molto riguardo alla qualità del terreno e del fondo, essendo che se questo prima stava inzuppato di acqua, o era con le cuore, essiccato che sia, o coll'inalzarlo di superficie con le deposizioni, o col ridurlo a scolare quanto basta, calerà egli sensibilmente, onde per non andar errati, converrà aversi riguardo ad un tal abbassamento, che sarà per fare il nuovo acquisto, perchè non resti questo, dopo perfezionati i lavorieri, senza il necessario scolo. Così nello stabilire gli argini circondarj, o trasversali si dovrà aver mira alla qualità della terra, mentre oltrecchè anche la migliore resta soggetta dopo l'essiccazione ad abbassarsi, se è di cattiva qualità l'argine calerà eccessivamente, e fino a ridursi in niente, se sia di pura cuora: nè altro più reale rimedio vi è che nel piantarlo unire la buona alla cattiva terra, e caricar con queste sempre più l'argine, mentre il peso farà addensare il di lui corpo, e di rara tessitura che potesse essere, lo

ren-

renderà denso, e consistente in modo da non più abbassarsi, e da escludere dal Retratto le acque forestiere.

XLII.

Rimane ad indicare il modo, scolati ed asciutti che siano i Retratti, di ridurli a coltura, il che si ottiene col dividerli con argini, strade e fossi, il che chiamasi propriamente in questi nostri paesi, *impresar il Retratto*: Regola dunque generale deve essere prima di ogni altra cosa di far sì, che dalla cima al fondo per le situazioni più basse cammini lo *scolo generale*, il di cui condotto abbia una larghezza, che sia proporzionata alla grandezza del Retratto, che gli deve somministrar l'acqua. Per due milla Campi di un Retratto ho io dato una larghezza di 20. piedi Veneti al fosso dello scolo, ed una profondità di cinque piedi: in secondo luogo conviene impedire che le acque tutte non si accollino immediatamente alla parte bassa del Retratto, il che seguir non potrebbe se non con l' inondazione di molto tratto di esso, allora principalmente che la Chiavica non potesse restar aperta, e quando lo scolo avesse la servitù e soggezione di dover ricevere oltre le proprie, ancora delle acque forestiere. Converrà dunque se lo scolo non sia arginato a buona altezza, intersecare esso Retratto con uno o più argini trasversali, e munire di Chiaviche secondarie lo scolo al sito, ove essi argini traversali tagliassero il condotto, facendo però che la superior Chiavica del Traversagno non possa restar aperta, se prima non ha scolato la prima, e ciò per quel tempo, che sarà giudicato necessario, dopo il quale resterà aperta essa Chiavica superiore, ed altre ancora se ve ne saranno, altrimenti facendo, l' acqua verrebbe libera ad appoggiarsi tutta alla Chiavica maestra, ne potendo uscire così prontamente, passerebbe a ristagnare largamente sopra le vicine Campagne, con danno e sommo pregiudizio di tutto il coltivato, il che non s' incontrerà scolando ordinatamente di Chiavica in Chiavica.

CAP. XIII.

XLIII.

Liberato il Retratto dalle acque, conviene poi impresarlo con le strade, fossi ed interni viali, e rami de' fossi di comunicazione. Sia per tanto il fiume FCBN, ed il Retratto BDAF, la di cui parte più alta e lontana dal fiume sia verso A, s' intenda tirato lo scolo YGB, che passi dalla parte più elevata Y alla più bassa B, ed abbia il fondo condotto sopra una cadente sola, quale cioè la richiede la posizione delli due punti estremi Y & B; Sia OT l'indice della Tramontana, cosicchè O riguardi l'Ostro, e T il Settentrione; divisa la larghezza del Retratto EF in tre parti di 240. pertiche incirca per una, si segnino i punti F, R, G, H, e s'intendino condotte le oN, QL, AM, che dinoteranno tre stradoni, i quali si potranno tenere di una larghezza di 20. piedi, ed anche 24, per tirarvi poi ad essi lateralmente i loro fossi. Dipoi preso un punto K distante dal punto L altre 240 pertiche, o quel di più che fosse stato preso HG, si divida anco il rimanente dello stradone LQ ne' punti G; P, ed altri che vi capissero, salva l'antedetta divisione, e siano ridotte le rette DC, EF, oS ad angoli retti con i primi Stradoni, ed a'lati di questi Stradoni trasversali si profonderanno come in quelli i suoi fossi, e con la terra che ne uscirà si alzeranno essi stradoni respettivamente, ed il Retratto sarà impresato e diviso in tanti quadrati, ciascheduno de' quali conterrà un'area quadrata di pertiche quadrate 57600.

TAV. X. Fig. 10.

XLIV.

Perchè nella piantaggione degli alberi e viti consiste forsi la cosa più essenziale de' Retratti, pertanto sarà da prescrivere la maniera più utile per praticarla. Regola generale si è di dar a' seminati la maggior e più forte illuminazione del Sole, che sia possibile, onde ne emerge quella legge sempre osservata nell'Agricoltura, di stendere gli alberi in modo sicchè un tal necessario requisito con l'ombra de' loro rami togliere non possino, quindi le piantaggioni degli alberi si fanno in linea retta da Tramontana al mezzogiorno, perchè ricever possa il terreno il caldo del Sole allorchè riesce il raggio di questo maggiormente vicino alla sua perpendicolare, nel che veramente consiste

sifte la maggior di lui forza, e l'impianto predetto fa sì, che gettandosi sempre in questo nostro Clima l'ombra verso di Tramontana, ogniqualvolta verso del Mezzogiorno non vi sia ostacolo, avranno tutto il campo i raggi del Sole di stendere la propria forza a profitto della coltivazione, ed in tal maniera sarà soddisfatto alle due massime tanto necessarie per la fecondità de' terreni, di aver il Sole il maggior tempo possibile della giornata; e di averlo, quando si trova nel massimo suo vigore, e vicino alla di lui culminazione. Se il Retratto non tiene paludi, e sia, rispetto al fiume recipiente, lo scolo in qualche conveniente altezza, i soli fossi, che le strade accompagnano, de' quali si è detto nel numero antecedente, saranno sufficienti; ma se mancasse delle predette condizioni, converrà da Tramontana a mezzogiorno escavarne ancora degli altri a tal direzione paralleli, come *ad*, *be*, *ef*, *qs*, i quali comunichino con gli antedetti, e fra questi farvi i suoi *trami* o piccole strade inservienti per la comunicazione, e per agevolare lo scolo delle acque, ed in oltre altri saranno da formarsi da Levante a Ponente al medesimo oggetto, *ik*, *gb*, che serviranno ancora per troncar la soverchia lunghezza del solco per l'aratro. Dietro dunque alle strade e *trami* distesi da Tramontana in Ostro si pianteranno gli alberi e le viti, e mai in quelli da Levante a Ponente, a riserva, quando si voglia, di piantarne dietro alle strade principali, onde interrompersi ancor quivi la soverchia loro lunghezza, e per renderle atte al passeggio in riguardo del Sole. E perchè nell'interfecazione delle strade come in G, Z, se i fossi devono comunicare, resteranno desse tagliate; pertanto saranno da formarsi o de' ponticelli di pietra, se la spesa lo comporta, ovvero comunicar essi fossi con de' botticini di legno sotterrati sotto il piano de' stradoni; E finalmente, se il fiume recipiente può crescere in modo da entrare nel Retratto, sarà da munire lo scolo con la Chiavica B, e quando la vastità della bonificazione fosse assai considerabile, o dovesse ricevere acque superiori e forastiere, converrà nello scolo maestro YB piantare delle altre Chiaviche di mezzo, e ben arginare il condotto, per smaltire le acque a' suoi tempi, come si è esposto al numero XLII.

CAP. XIII.

TAV. X. Fig. 10.

XLV.

Ma non potendo mai la superficie de' Retratti restarsi tutta collocata sotto una sola orizontale, ma per ordinario, fatta che sia

la

Cap. XIII. la bonificazione, rimanendo pure de' piani più baſſi, e che facilmente reſtano inondati dalle piogge; pertanto *impreſato* che ſia il Retratto, converrà diſtinguere e ſeparare tali piani, riducendo cioè a coltura di ſemina il piano più alto, a prato il mediocremente elevato dall'acqua, ed a paſcolo quello che reſta poco ſopra del livello di eſſa: Nulla ſi dice nè delle fabbriche dominicali, nè delle Coloniche, nè tampoco delle altre per uſo di Stalle, fenili ec. tutto ciò appartenendo alla civile Architettura, non ad un Trattato di acque.

CAPI-

CAPITOLO DECIMOQUARTO.

Della forza dell' acqua per rapporto agli Edificj, e del modo di ridurli con il maggiore possibile vantaggio nel loro movimento.

I.

Abbenchè dal numero I. dell' Appendice del Capitolo secondo, e da' primi pure del Capitolo primo ricavare si possa quanto in questi numeri preliminari alla Teoria delle macchine siamo per esporre, nientedimeno a maggior lume e chiarezza si è voluto quì di nuovo ritoccare que' primi principj della Statica, e dedurne analiticamente la loro sorgente. Sia dunque da cercarsi il tempo impiegato dall' acqua, considerata come un grave che discende da A in C, e da A in B, vale a dire, che passando dal medesimo punto A, arrivi in una data quantità alla stessa orizontale CB. Costa dalle mecchaniche, che se il moto sarà equabile in scorrendo un piano, lo spazio percorso dal mobile è in ragion composta della velocità, e del tempo; se pertanto chiameremo s il detto spazio, u la velocità, e t il tempo, sarà per un infinitesimo della discesa AB perpendicolare, l' equazione $ds = udt$; istessamente perchè la forza sollecitante (che quivi altro non è che il peso dell' acqua) moltiplicata nel tempo è come la velocità; sarà ancora $fdt = du$ (dicendo f detta forza); quindi $\frac{ds}{u} = dt = \frac{du}{f}$, e però $udu = fds$, ed integrando $uu = 2fs$; e perchè la gravità è una forza costante, sarà $u = \sqrt{2s}$, onde sostituendo questo valore di u nella formola $ds = udt$, sarà $ds = dt\sqrt{2s}$ ovvero $dt = \frac{ds}{\sqrt{2s}}$, ed integrando $t = \sqrt{2s}$, onde si raccoglie che i tempi, non che le velocità, siano nella dimezzata del doppio spazio percorso, ed è manifesto, che verificandosi tal legge ne' moti accelerati, si darà ancora quella per gli equabili, bastando per questi prendere il doppio dello spazio corso.

TAV. X. Fig. 11.

Quando

I I.

Quando poi l'acqua si mova nel piano inclinato AC, la di cui altezza sia il perpendicolo AB: allora la forza della gravità non già tutta si eserciterà nel farla discendere, ma solamente una parte di essa, data però e costante. S'inalzi da qualunque punto D la DE parallela ad AB, ed eguale alla gravità assoluta dell'acqua, o sia al di lei peso; dal punto E si conduchi EF, che faccia angolo retto con la AC, sarà, com'è noto, dalle meccaniche DF la forza residua e sollecitante la massa dell'acqua alla discesa per questo piano, consumandosi l'altra rappresentata per FE nel premere AC, non già nell'accrescergli il moto progressivo, facendo questa le veci di forza morta, dove l'altra le fa di viva. Sia da trovarsi in qual ragione stiano i tempi di queste discese; si chiami però m il piano AC, T il tempo che può consumarsi in percorrerlo; e perchè tanto negl'infinitesimi de' piani inclinati hanno luogo, quanto negl' infinitesimi delle perpendicolari, le leggi delle accelerazioni, e di ogni altro fenomeno del moto, pertanto sarà come nel numero antecedente $ds = udt$, e $dm = udT$ (avendo non altro di comune, che le velocità; mentre è già dimostrato che tanto ne' piani inclinati, quanto nella perpendicolare, le velocità ne' punti analoghi dell'orizonte B e C sono eguali) sarà dunque $dt . dT :: \frac{ds}{u} . \frac{dm}{u} :: ds . dm$ ovvero $t . T :: s . m ::$ AB. AC, cioè a dire, che i tempi saranno direttamente come le lunghezze del piano AC e della perpendicolare AB, come anche fu dimostrato dal Galileo.

I I I.

Per aversi il rapporto delle forze rispetto ai tempi, si dica F la forza nel piano inclinato $=$ DF, ed il resto come sopra. E perchè, per il numero primo di questo, $fdt = du$, sarà ancora $FdT = du$, onde $fdt = FdT$ allorchè si faccia il paragone delle scese dell'acqua in B e C, e pertanto $f . F :: dT . dt$ ovvero $f . F :: T . t :: m . s$, per il numero precedente; quindi le forze saranno reciprocamente come i tempi, o come gli spazj percorsi nel piano inclinato, e nella perpendicolare.

IV.

Sia da ritrovare nel piano inclinato AC il punto R, a cui arrivi l'acqua nel medesimo tempo, che partendo dallo stesso punto A gionga in B nella perpendicolare. Poste le stesse cose come sopra, si dica AR $= y$, e condotta la RG parallela a AC, sia AG $= x$. Essendo che per la supposizione la quantità del moto deve pareggiarsi in B ed R, cioè dell'acqua che discende nella perpendicolare e nel piano inclinato, e tal moto essendo come il respettivo peso nella respettiva velocità, sarà nel piano inclinato F$\sqrt{AG}$, e nella perpendicolare $f\sqrt{AB}$, e l'equazione F$\sqrt{AG} = f\sqrt{s}$, ma F, per li numeri II e III di questo, è eguale ad $\frac{fs}{y}$ (essendo quivi y ciò che ivi era m) si ridurrà però la detta equazione ad essere $sx = yy$ onde AB. AR :: AR. AG, che dinota che il punto R sarà sempre in un circolo il di cui diametro AB, onde ne emerge il Teorema assai noto a Geometri, che tutte le corde di un circolo verticale siano corse da un grave nello stesso tempo, che il medesimo descrivesse il diametro.

V.

Scolio. Fornisce la Trigonometria il modo di conoscer facilmente essa AR, data la AB, e l'angolo d'inclinazione RAB nel triangolo ABR; Sia il seno tutto R, AB $= s$; il co-seno dell'angolo d'inclinazione, cioè l'angolo RBA $= q$, sarà l'analogia R. s :: $q. \frac{qs}{R}$ che si faccia eguale ad $y =$ AR ch'è il ricercato spazio.

Se dunque faremo $s = 12$, $q = 43°. 25'$. sarà $y = \frac{12 \times \textit{seno}\ 43°.25'}{\textit{seno tutto}}$ e prendendo i logaritmi $1.0791812 + 9.8371456 - 10.0000000. = 0.9163268 = 8$ in circa.

CAP. XIV. Ma supponendosi data la AK ed incognito l'angolo d'inclinazione, sarà $q = \frac{Ry}{s}$. Sia però $y = 4$, $s = 12$ sarà $q =$ l. 10.0000000 + l. 0.6020600 — l. 1.0791812 = l. 9.5228788 = 19°. 28'. seno del complemento, onde l'angolo ricercato d'inclinazone sarà = 70°. 32'.

Parimente se fosse $y = 1$ ed il rimanente come sopra, sarà $q =$ l. 10.0000000 + l. 0.0000000 — l. 1.0791812 = l. 8.9208188 = 4°. 46'. dunque l'angolo RAG d'inclinazione sarà 85°. 14' e tal acqua non farebbe che poco viaggio in un'ora, come agevolmente si può ricavare dal calcolo, nè dissimile da quello che fa il Pò basso vicino al Mare.

V I.

Si è posta la AB per la misura fissa della caduta dell'acqua dentro di un secondo di tempo, a norma di quanto lasciò registrato a prova di osservazioni il Mariotte nel suo Trattato del movimento dell'acque pag. 403 Tomo secondo, stabilita la qual misura, andò poscia determinando la forza dell'acqua ne' piani inclinati, allorchè avanzandosi sopra di questi, s'impiega a muovere le ruote de' Mulini, col momento, che ne risulta dalla quantità dell'acqua che urta, e dalle resistenze delle palmette delle ruote, che devonsi muovere.

V I I.

TAV. X. Fig. 12. Un vaso o conserva di acqua ABEF tenuta sempre piena fino in B, e che abbia un emissario quadrato C comunicante col mezzo del tubo AC con essa, darà il getto di ess'acqua CR, che di sua natura, prescindendo dalle resistenze, salir dovrebbe fino all' orizontale EB, ma trovando il peso P, sarà questo sostenuto, e bilanciato in qualche sito rispondente all'orizontale, che passerà per il punto D. Sia la velocità con cui urterà l'acqua nel peso predetto P, V; esso peso $P = p$, il foro $C = ee$, e $BD = x$. Perchè l'impressione dell'acqua contro di P è come l'orificio nel quadrato della velocità, e questa nel punto D in dimezzata di DB sarà $p = ee V = eex$. Sia poi da paragonarsi la resistenza o reazione del detto peso all'azione dell'acqua con l'urto di quella di un fiume contro delle ruote degli edificj, e sia generalmente la proporzione delle velocità della saliente predetta alla

cor-

corrente del fiume come n ad m, se si dirà la velocità di questo u, sarà $n . m :: V . u$ ed $V = \frac{nu}{m}$ ed $VV = \frac{nnuu}{mm} = x$, quindi la formola di sopra posta si cangia in $p = \frac{eennuu}{mm}$, ovvero $\frac{mmp}{nn} = eeuu$.

CAP. XIV.

VIII.

Dalle osservazioni fatte dal Mariotte nel Trattato antedetto pag. 405 si ha, che in una conserva alta piedi 12 di Parigi, succede un getto di acqua valevole a sostenere un peso di libbre 210, quando il foro d'esso getto sia quadrato, e il di cui lato sia di mezzo piede: si ha in oltre, che la velocità dell'acqua all'uscire da un tal foro può fare 24 piedi di moto equabile in un secondo di tempo, dove quella della Sena non fa nel detto tempo che piedi 4, a tal conto dunque sarà $e = \frac{1}{2}$; $p = 210$; $n = 6$; $m = 1$; onde la forza dell'acqua di essa Sena $eeuu = \frac{mmp}{nn} = \frac{210}{36} = 5 + \frac{5}{6}$. di una libbra: Se dunque la dett'acqua percuoterà una palmetta quadrata di una ruota, che fosse di un mezzo piede di lato, non sosterrebbe che la trentesima parte delle 210 libbre; Se poi la palmetta crescesse, più ne sosterrebbe; Sia $ee = 1$, dove prima non era che $\frac{1}{4}$ di piede di area, crescerà dall'uno al quattro, e perciò sosterrebbe $4 \times 5 \frac{5}{6} = 20 \frac{20}{6} = 23 \frac{1}{3}$ in circa, ed essendo le palmette delle ruote de' Mulini della Sena lunghe piedi 5, e larghe piedi 2, avranno di superficie piedi 10, e sostenteranno libbre $233 \frac{1}{3}$, e quando al medesimo asse fossero collocate due ruote eguali sosterrebbero queste, libbre $466 \frac{2}{3}$.

IX.

Così il Mariotte. Noi seguendo un'altra strada cercheremo direttamente ed *a priori* il valore delle impressioni dell'acqua sopra delle ruote. Sia un canale aperto o chiuso collocato a piombo come AB, ed un altro inclinato come AC, ed ambidoi siano ripieni di acqua, e tali siano conservati, avendo libera l'uscita in B e C, si deve conoscere l'impressione che farebbe quest'acqua all'uscire se incontrasse un ostacolo ad angolo retto con la direzione

TAV. X. Fig. 13.

CAP. XIV. del di lei moto, e supposto che tanto il perpendicolare, che l'inclinato terminassero nella medesima orizontale BC. Sia BF perpendicolare alla CA, ed esponga AB il peso o la gravitazione assoluta dell'acqua nella perpendicolare; essendo dunque i triangoli CAB, FAB simili, sarà AC. AB :: AB. AF ed $AF = \frac{AB^2}{AC}$; espressione, che vale la forza che rimane ad un grave per discendere nel piano inclinato qualunque AC, cioè la forza *sollecitante*, dove nella perpendicolare essa forza vale la AB eguale a tutta la gravitazione, ed è lo stesso (nel caso che il grave sia l'acqua che discende pel canale) come se nel piano inclinato pesasse ed agisse es'acqua, come AF, dove nella perpendicolare pesa, ed opera come AB.

X.

E' da trovarsi l'impressione, che può esser prodotta dalla discesa dell'acqua dal punto A al punto C. L'impressione è come la forza operante in un momento applicata ch'è alla resistenza; in oltre essa forza è come la massa moltiplicata nel quadrato della velocità; ma la massa è come la superficie o l'area della sezione, dunque l'impressione sarà come detta superficie nel quadrato della velocità; e se essa superficie si prenda eguale all'area percossa della palmetta di una ruota di un edficio, sarà l'impressione come la superficie della palmetta nella duplicata della velocità, o nell'altezza da cui cade l'acqua.

X I.

TAV. X. Fig. 14. Data la lunghezza del piano AC, e suppostolo inclinato in infinite maniere sopra la CE, senza però che resti mai alterata la di lui lunghezza, sia da ritrovarsi una linea DF, ch'esprima l'impeto dell'acqua per tutte le varie inclinazioni di esso dato piano. Si produca CB orizontale tanto verso G, che verso E, e si faccia CG = CE = al prodotto del quadrato della sezione di C, e del quadrato AC, lunghezza di detto piano; indi CD si faccia eguale al prodotto del quadrato di detta sezione nel quadrato del seno della inclinazione di detto piano, cioè nella CB; dipoi col centro C, intervallo CG sia descritto il semicircolo GHFE, se in questo sarà condotta l'ordinata DF, dinoterà ella la ricercata impressio-

presione, e la metà della circonferenza EFH sarà il luogo di tutte le impressioni che potranno nascere dalle varie inclinazioni del dato piano AC; mentre per la natura del circolo; GD (GC + CD). DF :: DF. DE (CE — CD) sarà perciò DF quad. = GC quad. — CD quad. ma GC è come la sezione moltiplicata con AC, e CD è pure come la medesima sezione moltiplicata con CB per la supposizione, dunque DF quad. è eguale al quadrato della sezione moltiplicata nella differenza de' quadrati di AC e CB, e per conseguenza DF è eguale alla sezione moltiplicata con AB, ma AB moltiplicata nella sezione, vale l' impressione; dunque ec.

Cap. XIV.

XII.

Sia da cercarsi la resistenza del piano orizontale DB, poste le stesse cose come sopra; si produca AC in F dimodochè CF vaglia l'impressione dell'acqua contro un piano orizontale se cadesse da una data altezza, si conduchi DF parallela ad AB, la quale AB dinota l'altezza della caduta rispetto al piano orizontale DB, sarà l'impressione FC risolta nelle due forze FD, DC, di cui questa non fa urto alcuno, per operare sempre con direzione equidistante al piano DCB, onde tutto lo sforzo, che contro di esso piano s'impiega, oppure, ch'è lo stesso, il contraniso di esso piano rispetto all' impressione sarà come la DF. ed essendo per i simili triangoli DCF, CAB; AC. AB :: FC. DF, sarà $DF = \frac{AB \times FC}{AC}$, ma per il numero antecedente FC = AB moltiplicato nella sezione, dunque DF o sia la resistenza ricercata sarà in ragione composta della diretta della sezione del Canale, e del quadrato dell' altezza AB, ed inversa della longhezza del piano o Canale inclinato AC, il che ec.

Tav. X. Fig. 15.

XIII.

Coroll. I. Nasce da ciò, che a misura che il Canale sarà con maggior inclinazione al piano orizontale, la resistenza o reazione di questo diverrà maggiore, e massima allora che si confonderà con la perpendicolare, nel qual caso la reazione diverrà eguale all' impressione assoluta CF, o sia al momento totale dell' acqua discendente a piombo.

Co-

Coroll. II. E si ricava ancora, che essendo la DF sempre minore di CF per qualunque obbliquità che abbia il piano AC rispetto di AB, e solo diventandogli eguale nella perpendicolare, quindi l'impressione totale dell'acqua in tal supposizione, sarà sempre maggiore di quella che viene esercitata nel piano obliquo, e l'impressione parziale di ess'acqua sarà altrettanto minore, quanto è maggiore l'obliquità dell'incidenza.

Coroll. III. Se però il piano DCB fosse costituito in una quiete ammovibile, resterà più tardamente mosso a misura del ricevere l'impressione dell'acqua con maggiore obbliquità, e per lo contrario sarà mosso con maggior momento se l'angolo dell' incidenza sarà maggiore, e meno acuto.

XIV.

Per tanto fino a che il piano DB non potrà ricevere tutta l' impressione dell' acqua, non seguirà il massimo di lei effetto, nè questo potrà succedere se il detto piano non riesca perpendicolare a CA, come sarebbe PR, ed allora il momento dell'impressione sarà il massimo, facendosi il prodotto della sezione nell' altezza AB.

XV.

La sopradetta impressione sarà della massima forza, ogni qualvolta succeder possa, che l'acqua discendente pel Canale AC sia in stato in un momento di tempo di sottrarsi dal piano PR: che se questo in qualche modo (ricevuta l'acqua) la trattenesse, o ribattesse, allora nella supposizione che esso piano sia movibile intorno di un centro, non potrà con eguale celerità secondare il moto dell'acqua, nè si otterrà il detto massimo effetto, abbenchè esso piano sia normale ad AC, conciosiachè il momento dell'acqua discendente resterà non poco debilitato da un tale ribalzamento, o quiete dell'acqua trattenuta. Parimenti se si supporrà PC una palmetta di una ruota convertibile attorno del centro C, di modo che non potendosi conservare PC perpendicolare ad AC, se non per un istante di tempo, avrà a ricevere essa palmetta PC, varie e differenti impressioni a misura delle varie incidenze, sotto le quali incontrerà la direzione della corrente del Canale, quindi per supputare con l'esattezza possibile il movimento di una ruota mossa dalla forza dell' acqua,

farebbero da raccoglierfi molte pofizioni della palmetta, e dall' aggregato di varj momenti rifultanti, ricavarne pofcia la media impreffione, che effa ruota farà per ricevere.

X V I.

Sia FFD una ruota, che girar poffa nel centro C, ed abbia il fuo fufo EC, con le palmette DF, DF, DF ec: nelle quali percotendo l'acqua che cada da AB, la faccia girare. Si fupponga al fufo CE attaccato il pefo P di tanta mole e gravità, che non oftante l'impreffione dell'acqua fatta fopra la palmetta B, rimanghi in equilibrio, nè punto fi muova, abbenchè per pochiffimo che effo pefo fcemaffe, concepir poteffe il moto, farà il pefo in ragione diretta dell' area della palmetta B, della diftanza CB dal centro della ruota al centro di azione di detta palmetta, e dell'altezza AB, e reciproca della CE femidiametro del fufo: Conciofiacofachè per i principj della meccanica, e delle leggi di quella macchina detta *affe in peritrochio* effendo l' analogia, come la forza dell'acqua che cade fopra la palmetta in B alla refiftenza del pefo P così CE a CB, e la forza dell'acqua in B valendo per il numero X di quefto la fezione dell'acqua nell' altezza AB, dunque effa fezione nella detta altezza alla refiftenza del pefo farà nella ragione di CE a CB, e perciò la detta refiftenza P in ragione compofta della diretta della fezione, dell' altezza AB, e della BC, e reciproca della CE. il che ec.

TAV. X. Fig. 16.

X V I I.

Coroll. I. E perchè l'altezza AB fta come il quadrato della velocità, per tanto farà la detta refiftenza in ragione della fezione della CB, e del quadrato della velocità direttamente, e reciprocamente come la CE.

Coroll. II. E fe fi condurranno EA, e GH parallela all' orizontale CB, farà il pefo o refiftenza P in ragione compofta della fezione, dell'altezza AB, e della AH direttamente, e contrariamente della BH: imperocchè per i triangoli fimili effendo EB. AB :: EC. BH farà ancora $EB \times BH = AB \times EC$, ovvero EC $+$ CB. AB :: EC. CG, e perciò il rettangolo $CE \times AB$ eguale a' rettangoli $CE. \times CG$ e $CB \times CG$, e farà ancora la differenza de' rettangoli $CE \times AB$ e $CE \times CG$ eguale al rettangolo $CB \times CG$,

e per

e per conseguenza sarà CE eguale al rettangolo CB×CG direttamente, e reciprocamente ad AH, ed essendo la forza impellente dell'acqua eguale alla sezione, altezza AB e CB direttamente, e reciprocamente alla CE, sarà ancora eguale alla composta della diretta di detta sezione, altezza AB ed AH, e contraria CG, ovvero BH.

XVIII.

Per poco poscia che la forza impellente dell'acqua sia maggiore della resistenza del peso P, resterà subito distrutto l'equilibrio, e la ruota dovrà girarsi attorno del centro C, e se il peso P fosse infinitamente piccolo rispetto a detta forza impellente, e la ruota sarà considerata, come non grave, si rivolgerebbe con la stessa celerità, con cui discende l'acqua sopra della palmetta; vale a dire che se l'altezza AB, alla circonferenza della ruota fosse come r al q, e supponendosi col Mariotte, che l'acqua in discendendo percorresse di moto equabile, cioè con velocità inalterata ed eguale alla massima concepita nel punto infimo della caduta, 24 piedi in un secondo, se per l'altezza r si chiamerà n il tempo impiegato, sarà quello con cui si farà un giro intiero della ruota $\frac{tq}{r} = n$. Così per esempio essendo r di 12. piedi, cioè che l'acqua di moto accelerato cadesse da tal altezza, la circonferenza q fosse 80. piedi, sarebbe secondo le osservazioni di detto Mariote $t = 1''$ e per conseguenza un giro della ruota succederebbe in sei secondi di tempo e due terzi.

XIX.

In due ruote di egual raggio ma mosse da ineguali altezze di acqua, e con ineguali palmette, sarà la palmetta della prima ruota mossa dalla minor caduta di acqua, alla palmetta della seconda ruota mossa dalla maggiore caduta in ragione dimezzata composta delle rivoluzioni e peso della seconda, altezza della caduta dell'acqua e tempo consumato dalla prima, alla dimezzata delle rivoluzioni e peso della prima, altezza e tempo della seconda; imperocchè il numero delle rivoluzioni di una ruota è in ragione diretta del tempo e dell'impressione, che

che vi pratica l'acqua, e reciproca del peso della macchina da muoversi, onde sarà per le due differenti ruote (dicendo N il numero de' giri della prima BC, ed M quelli della seconda EF; il tempo della prima t; quello della seconda T; l'impressione della prima i, ed I quella della seconda) l'analogia N. M :: $\frac{it}{p}$. $\frac{TI}{P}$; ma l'impressione per il numero X di questo vale $BC^2 \times AB$ per la prima, e $EF^2 \times DE$ per la seconda; dunque N. M :: $\frac{BC^2 \times AB \times t}{p}$. $\frac{EF^2 \times DE \times T}{P}$, ovvero N. M :: $BC^2 \times AB \times P \times t$. $EF^2 \times DE \times p \times T$, e perciò $M \times BC^2 \times AB \times P \times t = N \times EF^2 \times DE \times p \times T$, cioè EF. BC :: $\sqrt{N \times DE \times p \times T}$. $\sqrt{M \times AB \times P \times t}$. il che ec.

X X.

Coroll. I. Se i tempi, e le cadute dell'acqua saranno eguali sarà la sezione DE in diretta ragione composta della sezione BC, de' giri di DE e del peso P e reciproca de' giri di BC, e del peso p.

Coroll. II. Ed il peso p al peso P sarà in ragione composta delle rivoluzioni di DE e della sezione BC, al numero delle rivoluzioni di BC, e della sezione DE, ovvero in ragione diretta del numero delle rivoluzioni di DE, e reciproca della sezione di essa DE, al numero delle rivoluzioni di BC, e reciproca della sezione BC.

Coroll. III. Onde il peso P sarà in ragion composta del peso p, del numero delle rivoluzioni di BC, e della sezione DE e contraria del numero delle rivoluzioni di DE, e della sezione BC.

Coroll. IV. Conosciuto però il peso della macchina prima di aggiongerseli nuovo peso, note le sezioni ed il numero de' giri, sarà pur conosciuto il peso, che gli verrà aggionto, il quale se si nominerà Q, EF, x; BC, e; sarà $P = p + Q$ onde $Q = p \times \overline{\frac{N}{M} \times \frac{xx}{ee} - 1}$: quindi se si supporrà $p = 4000$; $N = 4$; $M = 3$; $xx = 144$; $ee = 100$, sarà $Q = 3680$, e perciò $P = 7680$.

Coroll. V. E se i pesi fossero ancora eguali, sarebbe il nume-

ro delle rivoluzioni, come le aree delle palmette percosse dalle sezioni dell' acqua, e vicendevolmente date le aree o sezioni non potrà rimaner ignoto il numero delle rivoluzioni.

XXI.

Consistendo nel giro delle ruote più o meno celere, tutto ciò, che concerne la meccanica degli edificj, non sarà se non di profitto il cercare le possibili facilità per ottenere tali movimenti, ed ogni altro vantaggio sì per l'accrescimento della forza dell'acqua, sì per la diminuzione delle resistenze delle macchine, ond'esso movimento si venga il più che si può ad accrescere. Sostenuta per tanto che sia l'acqua a quell' altezza, che non sia pregiudiciale alle vicine Campagne, o ad altri edificj superiori, se ve ne fossero, si forma quel Canale detto volgarmente *Gorna* di una figura piramidale tronca, a motivo di restringerla qualche poco nel sito ove l' acqua ha da percuotere la palmetta della ruota, mentre accrescendosi con ciò la velocità dell'acqua, nella ragione inversa delle sezioni del rimanente del Canale, si venghi anco ad aumentare il di lei moto di maniera, che se questo fosse di un sesto più largo all'entrar dell'acqua, che al sito ove l'acqua fa l' impressione su la palmetta, oltre dell'incremento della velocità a cagione della maggior caduta, che acquista a misura dell'accostarsi ad essa palmetta, restarebbe, come è noto, accresciuta ancora la detta velocità di un sesto di quella all'ingresso, ove cioè la caduta ha l' origine, supposto però che sempre si conservasse dapertutto la stessa altezza dell' acqua nel Canale della *Gorna*; contuttociò ancorchè questa restasse in qualche parte alterata, nientedimeno quando la sezione resti più angusta, sarà sempre accresciuta la velocità, e con questa il momento dell' impressione.

XXII.

Riputandosi che la curva della brevissima discesa de' gravi, quando fosse posta in pratica nell'affare degli edificj, possa ad essi proccurare non poco vantaggio, se ne darà quivi l'idea ed il modo di servirsene a misura delle varie circostanze. Tal Problema è stato sciolto da molti Celebri Geometri; noi si appigliere-

remo a quella soluzione, che viene registrata negli atti di Lipsia 1697, e che è fondata sopra il principio fissato già dal Fermazio, dimostrato poscia dall'Ugenio, e dal Leibnizio intorno alla via brevissima, che di fare intende la natura nel far passar il raggio della luce da un mezzo men raro ad uno più raro, e come che si raccoglie dalle dimostrazioni di detti rinomatissimi Matematici, esser le velocità de' raggi nella ragione costante del loro seno d'inclinazione, ne proviene, che in un mezzo, che fosse di una variante densità in ogni punto di sua penetrazione, verrebbe esso raggio a formare la curva ADH, nella quale prendendosi Dd, elemento infinitesimo di essa, come costante, e CB ordinata della curva AC, per una linea esprimente la velocità del grave, che cadesse lungo la curva AD, nel punto D sarebbe l'analogia $Dd.\ DE :: a.\ CB$ (prendendo bd infinitamente prossima e parallela a BE) dicendo però $AB = x$; $BD = y$; $Dd = ds$; $CB = u$, sarà $ds.\ dy :: a.\ u$, ed $ady = uds$ ma $ds = \sqrt{dxx + dyy}$, dunque $ady = u\sqrt{dxx + dyy}$, e $dy = \frac{udx}{\sqrt{aa - uu}}$, e volendosi secondo l'ipotesi del Galileo $uu = ax$, cioè la curva AC una parabola conica, sarà $dy = dx \frac{\sqrt{ax}}{\sqrt{aa - xx}}$ ovvero facendo $a = 1$ $dy = dx \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a - x}}$, ch'è l'equazione alla cicloide, come viene dimostrato nel predetto luogo dal chiarissimo Sig. Bernoulli.

CAP. XIV.

TAV. XI. Fig. 1.

XXIII.

Rimane, che a perfetta notizia di questa proposizione si dia anco il metodo di formare da punto a punto la cicloide stessa, su di cui poscia si abbia ad assestare il ricercato Canale o Gorna; per fare il che non si allontanaremo da quanto nel detto incontro ha prodotto il soprallodato Sig. Bernoulli. Siano i due punti dati A et B, per i quali debba passare la porzione di cicloide AFB. Si faccia dunque una cicloide AHD, che abbia la sua origine al punto A, e la di cui base sia l'orizontale AD, di poi si unischino i punti A, B, con la retta AB, che taglierà in C la descritta cicloide. Si faccia AC. AB :: GH diametro del circolo gene-

TAV. XI. Fig. 2.

ratore della detta cicloide alla quarta proporzionale, che sarà il diametro del circolo generatore di un'altra cicloide, che cominciando pur essa in A passerà per B, e sarà la ricercata, se però sopra AFB sarà descritto il Canale o Gorna, l'acqua che per A vi entrerà, giongerà in B dentro il più breve tempo, rispetto di quello consumerebbe in discendendo per ogni altra curva posta e descritta fra i medesimi termini, non esclusa nè meno la linea retta AB.

XXIV.

Scolio. Abbenchè generalmente debba esser vera la predetta analogia AC. AB :: GH. KI per determinarsi la ricercata cicloide, che passi per i due punti A, B, qualunque sia il sito di B, *b*, *b* ec. rispetto all'orizontale AE, resta però chiaro, che il punto E, cader mai non possa in questa, giacchè quivi il grave non si moverebbe per forza della propria gravità, dove nelle cicloidi, prescindendo dalle resistenze del mezzo, dovrebbe muoversi e percorrerla nel tempo più breve, che correr potesse qualunque altra curva posta fra essi due termini, e ciò atteso l' impeto concepito, allorchè arriva al punto infimo I, dove nella retta orizontale, non potendo mai muoversi, nè concepire per conseguenza impeto alcuno, resta questa esclusa da ogni paragone: Non così per altro succede per le rette inclinate A*b*, A*b*, terminate fra i due punti I ed E, nelle quali abbenchè più tardamente, sono però percorse dal grave, ed il tempo per queste, al tempo per l'arco cicloidale, ha una sensibile o finita proporzione, ciò non ostante, ne' Canali inclinati per dar moto agli edificj, convien far in modo sicchè l'arco AFB termini sempre di qua dalla metà della cicloide AFI, perchè l'acqua nel risalire non bene incontrerebbe la palmetta della ruota, nè anderebbe esente da resistenze tali, che potrebbero notabilmente ritardarla nel proprio movimento.

XXV.

Se dunque il Canale non deve scorrere oltre del vertice della cicloide I, sarà la AB, allorchè il punto B cada in I, la massima corda di detta curva, e per conseguenza l'angolo, che comprenderà coll'orizontale AE sarà il minimo nelle antedette circostan-

ſtanze; ſe però i due punti A, B ſiano collocati in modo, coſicchè la retta AB faccia un angolo o eguale o maggiore del detto minimo, allora la cicloide ſi potrà deſcrivere per formare la Gorna; che ſe l'angolo tale non foſſe, converrà avvicinare di più il punto A alla perpendicolare KI, onde ottenerſi l'apertura deſiderata dell'angolo, ch'è lo ſteſſo, come accorciare di qualche piccolo ſpazio la Gorna o canale, perchè l'acqua poſſa per la ſtrada cicloidale agire ſopra della palmetta della ruota; il detto minimo angolo ſi trova eſſer di gradi 32. 28' ſuppoſta la rettificazione della linea circolare, e che la proporzione del diametro alla circonferenza ſia come 113 a 355, il che ſi ricava nel modo ſeguente.

XXVI.

Si dica il diametro GH $= 2a$, ſarà l'analogia $113.\ 355 :: 2a.\ \frac{710a}{113}$ = alla circonferenza intiera, il di cui diametro è GH; dunque mezza eſſa circonferenza, che per la natura della cicloide è ſempre eguale alla retta AG, ſarà $= \frac{355a}{113}$, e quando C cada in H ſarà $\sqrt{\overline{AG}^2 + \overline{GH}^2} =$ AH ovvero AC, ed in numeri $= a\sqrt{\frac{177101}{12769}}$ ed eſſendo AH. AB :: GH. KI; ſe diremo AB $=$ AI $= m$, ſarà $a\sqrt{\frac{177101}{12769}}.\ m :: 2a.\ \frac{2m\sqrt{12769}}{\sqrt{177101}} =$ KI. Se però ſupporremo che m ſia il ſeno tutto, ſarà queſta KI, il ſeno del ricercato angolo per l'inclinazione del noſtro canale.

log. ſeno tutto	=	10.0000000
log. ſen. 2.	=	0.3010300
log. $\sqrt{12769}$	=	2.0529253
		12.3539553
ed il log. di $\sqrt{177101}$	=	2.6241093
		9.7298460

logaritmo che riſponde proſſimamente a gradi 32. 28'.

Rico-

XXVII.

Riconosciuta che sia la differenza dell'altezza, che corre fra i due punti A e B, computata nella perpendicolare, che dicasi p, sarà facile da rilevare la lunghezza massima, che in quella data altezza può aver il canale della Gorna, mentre nel Triangolo rettangolo AKI sarà come il seno di gradi 32. 28', minima inclinazione della corda massima della cicloide, alla KI (p) così il seno tutto alla ricercata AI, e prendendo i logaritmi resterà sempre espressa per questa formola $l.\ 10.\ 0000000 + l\ p - l.\ 9.\ 7298460$, e supponendo per esempio $p = 40$ once sarà $AI = l.\ 11.\ 6020600 - l.\ 9.\ 7298460 = l.\ 1.\ 8722140 = 74$ e mezzo in circa; onde la massima lunghezza della Gorna per detta altezza di 40 once di cadente, non potrà esser maggiore di once 74 e mezzo, cioè poco più di sei piedi.

XXVIII.

Corollario I. Quindi essendo 40 once la caduta ordinaria, che serve in grazia di esempio per far girare la ruota di un Mulino di quelli cioè che sono in uso nello Stato Veneto, almeno di qua dall'Adige, non parlando di quelli a catino, che ricercano caduta assai maggiore, nè portando quest' altezza che la corda di piedi sei per la cicloide, che non è, se non un scarso tratto, resta manifesto, che quanto maggiore sarà l'altezza della caduta, rendendosi con ciò molto più sensibile la curvatura di essa cicloide, l'effetto sarà ancora più sensibile.

Corollario II. E ne deriva ancora, che a misura, che la caduta sarà minore, per supplirvi, si dovrà accrescere la mole dell'acqua, per ottenersi un' impressione sufficiente pel giro della ruota, ed allora l'arco cicloidale sarà con meno di saetta, e meno si scosterà dalla linea retta, dovendosi sempre (quando si voglia la cicloide per formar il canale) conservar per lo meno l'angolo compreso dalla corda e dall'orizontale di gradi 32. 28' come si è rimarcato al numero XXVI. di questo.

XXIX.

Perchè la ruota in grazia di esempio di un Mulino de' nostri, giri, e faccia buona macina, ho osservato costantemente, che l'

acqua

acqua cader deve da 3 piedi in circa, nella sezione di un piede quadrato, mentre egli è ben vero, che in molto maggior quantità ne ristagna superiormente alle portine o Buove, e sopra le loro soglie, ma le paratore non vengono alzate però, che per mezzo piede in circa da esse soglie; dimodocchè essendo le medesime larghe per ordinario due piedi, o due piedi e mezzo, tal apertura non dà maggior sezione di acqua di un quadretto, o sia di un piede quadrato o poco più; bensì ogniqualvolta mancasse la detta caduta, converrebbe supplirsi con maggior quantità di acqua, per aversi un' impressione nella palmetta, che fosse più forte, e la necessaria celerità del moto della macina dentro d'un dato tempo. Così parimenti quando l'acqua cadesse da maggior altezza, una minor quantità o sia sezione, sarà un urto sufficiente nelle palmette, perchè le ruote ottenghino le loro convenienti rivoluzioni, osservandosi ne' Mulini principalmente, che vengono detti a *Coppedello*, a motivo della forma a coppa delle palmette delle ruote per meglio ricever l'acqua, che supplendo alla scarsezza di essa la molta altezza da cui scende, girano con pochissima quantità di questa, coadjuvando a ciò, oltre il gran declivio e scesa dell'acqua, il gran raggio della ruota, e la forma stessa, come si è detto, delle palmette, destinate a ricevere l'impressione.

XXX.

TAV. XI. Fig. 3.

Se si volesse da varie altezze de' canali AB, AB ec. tutti terminati in C, come AC, AC &c. che le impressioni fatte sopra le respettive palmette CD, CD di una ruota fossero tutte eguali; S'intenda prodotta la CB indefinitamente verso K. Sia E la larghezza della palmetta della ruota; M rappresenti l'unità; indi si faccia E. M :: M*q*. N*q*; Prendasi poi BH = N, e si formi il quadrato BFGH; se per il punto G con gli asintoti AB, BK, resterà descritta l'iperbola Appolloniana IIG, determinerà questa con le ordinate AI, AI ec. l'altezza della sezione dell'acqua, che cadendo dalle respettive altezze AB, AB ec. e percotendo nelle palmette DC, DC ec. produrrà un' impressione dapertutto eguale, onde anche le rivoluzioni dapertutto succeder debbano eguali in numero dentro di un dato tempo: il che si dimostra, perchè essendo E. M :: M*q*. N*q*, sarà ancora il quadrato di N in ragione diretta del cubo di M, e reciproca di E; ma il quadrato di N per la natura dell'iperbola è eguale

al

CAP. XIV. al rettangolo $AI \times AB$, dunque questo rettangolo sarà eguale direttamente al cubo di M, e reciprocamente ad E, ovvero il prodotto di E in $AB \times AI$ sarà eguale al cubo di M, o sia all' unità, e per conseguenza il detto prodotto sarà dato e costante; ma tal prodotto per il numero X di questo vale l' impressione dell' acqua sopra della palmetta, dunque &c.

XXXI.

Per far uso della proposizione, figuriamoci, che battendo l'acqua in altezza di once 12 sopra della palmetta pur larga once 12, cada da un'altezza di 50 once, è manifesto, che sarà $AB = 50$, $AI = 12$, $E = 12$, e che l'impressione valerà 7200, e per tutti gli altri casi sarà $AI = \frac{7200}{AB \times 12}$; data dunque AB, non potrà esser ignota AI; come parimenti data la AI, sarà pur nota AB; ed in grazia di esempio, se AB fosse 36, per aversi un momento eguale, converrebbe che la AI, o sia l' altezza della sezione che percuote sopra della palmetta fosse 16 once e punti 10. E quando AB fosse 60; AI sarebbe once 10.

XXXII.

Che se si voglia invariabile AB, cioè l'altezza, dalla quale cade l' acqua, e variabile l' inclinazione di CA; poste le altre cose come sopra, abbenchè sembri che l' impressione medesima far si dovesse sopra della palmetta della ruota, nientedimeno, come che ciò accader dovrebbe solamente nel vuoto, e quando niuna resistenza patir potesse l' acqua nel discendere, così dove sono queste, la cosa deve andar altrimenti, e come che crescono le resistenze secondo la lunghezza del piano della scesa dell' acqua, si potrà per una specie di probabile ipotesi prender la detta impressione in ragione diretta della sezione e dell'altezza, e reciproca della lunghezza del piano della scesa predetta, cioè come $\frac{DC^2 \times AB}{AC}$.

TAV. XI. Fig. 4.

Sup-

XXXIII.

Supposte le stesse cose, come nel numero antecedente, sia da trovarsi l'altezza della sezione, destinata ad urtar nella palmetta CD con una impressione sempre data, e costante in qualunque lunghezza di piano AC. Si produchi CB in F, e si faccia $BE = AB = BF$; La larghezza della palmetta o sezione dell'acqua cadente sia M. Pongasi R (che può rappresentar l'unità) ad AB :: Mq. Pq (di cui P sia il lato) come pure P^2. $2R^2$ :: R. $Z = EG$, se col diametro EF, e parametro $Z = EG$ si descriva l'iperbola EH, e dal punto C termine del piano inclinato AC si conduca l'ordinata CH, dinoterà questa l'altezza ricercata della sezione, con cui la palmetta in qualunque inclinazione del piano CA verrà egualmente urtata; avvegnachè per la natura di detta iperbola essendo l'analogia EF. FG :: $BC^2 + EB^2$. CH^2, ed essendo $EG = Z$ ed in ragione diretta del doppio cubo di R, e reciproca del quadrato di P, e questo quadrato essendo in ragione diretta composta di AB e del quadrato di M, ed inversa di R, sarà Z in ragione diretta composta del doppio cubo di R e della semplice R, e reciproca pur composta del quadrato di M e dell'altezza AB, onde sarà ancora EF. $\frac{2R^4}{M^2 \times AB}$ :: $BC^2 + EB^2$. CH^2 :: AC^2. CH^2 e però sarà $\sqrt{EF}$. $\frac{RR\sqrt{2}}{DC\sqrt{AB}}$ :: AC. CH e pertanto $\frac{RR \times CA \times \sqrt{2}}{DC\sqrt{AB}} = CH\sqrt{EF} = DC\sqrt{EF}$ ovvero $RR \times CA \times \sqrt{2} = DC^2\sqrt{AB \times EF}$ ed $RR = \frac{DC^2 \times \sqrt{AB \times EF}}{CA\sqrt{2}} = \frac{DC^2\sqrt{2AB^2}}{CA\sqrt{2}} = \frac{DC^2 \times AB}{AC}$, ma questa espressione per il numero antecedente vale l'urto dell'acqua nella palmetta ed è costante, dunque &c.

TAV. XI. Fig. 5.

XXXIV.

Scolio. Per far uso della proposizione precedente, è di mestieri determinare realmente un valore della quantità R, il che si farà col mezzo di uno sperimento per una data altezza AB, e per una

Cap. XIV.

data inclinazione CB, alzando cioè la portina di un edificio in modo, che urtando nella palmetta, ſtia per movere la ruota ſenza però poterlo fare, il che ſuccederà allora che l'impreſſione pareggi il reſiſtere di eſſa ruota. Perchè dunque $DC = \frac{R^2 \times AC}{M \times AB}$ ſarà ancora $R^2 = \frac{M \times DC \times AB}{AC}$ generale eſpreſſione per determinarſi eſſo R o ſia l'unità. Se coſterà dunque dallo ſperimento che AB ſia once 50; BC, 100; M, 12, e DC alzamento della portina ſia = 4, ſarà $R^2 = 21 \frac{69}{111}$ onde $R = 4\frac{1}{2}$ proſſimamente.

Facciaſi AB = 50 = CB, diventerà y o ſia la $DC = 2\frac{1}{2}$, così baſterà levar la portina a tal altezza, ſicchè la ſezione ſia non più alta di once $2\frac{1}{2}$ perchè ſucceda l'equilibrio predetto con le reſiſtenze; e ſe BC foſſe 150, reſtando le altre miſure come ſopra, la DC diverrà in circa di once $5\frac{1}{2}$. Dal che aſſai manifeſtamente appariſce, che come il variar dell' altezza della cadente altera ſenſibilmente l' altezza ricercata nella Gorna o canale, così l'inclinare più o meno il piano di eſſo canale (conſervandoſi la ſteſs'altezza, nella ſuppoſizione che l'urto o il momento debba eſſer ſempre lo ſteſſo) non ricerca grande differenza di altezza delle ſezioni.

X X X V.

La formola del numero XIX di queſto fornirà il modo di ſapere quant'acqua in un edificio gli ſi debba creſcere acciocchè abbia maggior forza, e faccia con la ſua ruota dentro di un dato tempo un numero di rivoluzioni, che ſia baſtante al biſogno: così ſe in grazia di eſempio un Mulino faccia con la ſua ruota otto rivoluzioni in un minuto d' ora, e ſe ſi voleſſe accreſcere di due altre nel medeſimo tempo, ſi prenda quella formola $EF = BC \sqrt{\frac{M}{N} \times \frac{AB}{DE} \times \frac{P}{p} \times \frac{t}{T}}$ in cui per eſſer dati i tempi ed i peſi o reſiſtenze diverrà $EF = BC \sqrt{\frac{M}{N} \times \frac{AB}{DE}}$ nella quale EF è l'altezza della ſezione ricercata o ſia l' elevamento maggiore della portina; BC = 6 ſarà l' altezza della ſezione, allorchè faceva li otto giri; M = 10, N = 8; AB = 50 = alla caduta dell'acqua, e DE l'altra altezza, quando ſi voglia accreſciuta, e quando no,

Tav. X. Fig. 17.

ſarà

farà AB = DE, e la formola EF = BC $\sqrt{\frac{M}{N}}$, adunque = 6 $\sqrt{\frac{10}{7}}$ che valerà poco meno di once 7, essendo il suo logaritmo 0. 8266062, di modo che ogniqualvolta sarà accresciuta la sezione dell'acqua discendente per la Gorna di once una in circa, dovrà fare le dieci ricercate rivoluzioni.

XXXVI.

TAV. XI. Fig. 6.

Succederà il maggiore possibile impeto dell'acqua discendente pel piano inclinato AC contro della palmetta della ruota EH*b*, il di cui centro O ed il raggio OF, ovvero OC le palmette *bc*; quando l'inclinazione del piano AC sia tale, che uno de' raggi come OF essendo costituito orizontalmente, un altro OC che corrisponda al termine C di detto piano, comprenda un angolo eguale all' angolo ACB; mentre producendo OF in D saranno i triangoli ODC, ACB simili, e perciò l'angolo DCO eguale all'angolo CBA, e perchè questo è retto, come fatto dalla perpendicolare AB sopra l'orizontale BC, l'acqua in discendendo per AC sarà per urtar la palmetta con la massima energia per quello appartiene a' piani rettilinei, e quando succeda lo stesso nel presentarsi ogni altra palmetta *bc* al punto infimo C, succederà ancora in tutte il detto massimo effetto. Perchè poi si è veduto, che facendosi la Gorna cicloidale, l'acqua sarà per scendervi con maggior forza, che per la retta; quindi se fatta tangente la AC di un arco cicloidale, che insista sopra la base A*a*, sarà fatta la Gorna in tal modo che si verrà ad ottenere il massimo possibile effetto, come dal numero XXIII di questo facilmente si può dedurre; quando dunque si voglia costrutto il canale con questo metodo, l'origine sua dovrà avanzarsi da A in *a*, attesa la curvatura della cicloide.

XXXVII.

TAV. XI. Fig. 7. 8.

Dati il punto A origine del canale o Gorna, l'altezza AB, ed il punto O centro della ruota, e data di posizione l'orizontale BC, sia da determinarsi la lunghezza del piano AC, ed il raggio OC della ruota, di maniera che unendosi queste linee nell' orizontale BC, formino un angolo retto OCA che abbia il vertice sempre in detta orizontale, cioè in C, e ciò ad oggetto che discendendo l'acqua per AC faccia sopra di OC la massima impressio-

CAP. XIV. pressione, rispetto ad un'altra che non sarebbe tale, ogni qualvolta esso piano AC non incontrasse in detto sito ad angolo retto la palmetta. Due sono i casi, ovvero che il centro O come nella figura 7. è più basso del punto A rispetto alla BC, ovvero più alto per rapporto alla medesima, come nell'ottava figura. S'intenda prodotta nella settima figura AO in Q sino a che tagli la BC prodotta, e nella ottava sia prodotta OA verso Q sino a che seghi CB prolongata dalla parte di B, e dal punto O in entrambi le figure, cada sopra la BQ la perpendicolare OR. Facilissimo è il modo di avere l'intento, e di trovare in un istante se non altro graficamente, la lunghezza del canale, e del raggio della ruota per una data posizione del centro di questa, nella data altezza da cui discender dovesse l'acqua a muoverla, bastando dividere la OA in due parti eguali in D, e fatto centro in questo punto, coll'intervallo DO, descrivere il semicircolo OCA, il quale o taglierà, o non taglierà, o semplicemente toccherà l'orizontale RQ; nel primo caso del tagliarla o lo farà in due punti come in C, c, e dinoteranno questi le due radici dell'equazione BC, Bc; ovvero lo taglierà in un punto solo, ed allora una sola ne avrebbe; Se poi non lo tagliasse, sarebbe segno dell'impossibilità del problema; e quando lo toccasse, ciò indicherebbe che le due radici saranno eguali, e che coincideranno in un sol punto. La dimostrazione dipende dalla natura dell'angolo nel semicircolo, imperocchè conducendo OC, AC, formeranno sempre l'angolo retto, dunque &c.

XXXVIII.

TAV. XI. Fig. 7. 8. Si conduca dal punto D nelle due figure la perpendicolare DT all'orizontale RQ, saranno i triangoli QBA, QTD simili onde AQ. AB :: QD. DT; e però questa quantità sarà in ragion composta diretta del rettangolo AB × QD ed inversa di AQ, quindi se i due punti O ed A non differanno fra di loro che del doppio di detta quantità, il circolo toccherà l'orizontale, e le due radici si confonderanno in una sola; e se AO sarà maggiore della doppia quantità predetta, due saranno le radici che soddisfaranno al problema, e se minore sarà impossibile, come che il circolo OcCA mai potrà tagliare l'orizontale RQ. In oltre per la similitudine de' triangoli QRO, QBA sarà sempre OR la quarta proporzionale delle tre AQ, AB, GO, e la BR sarà parimenti

rimenti la quarta proporzionale delle tre AQ, AO, QB dimodoche essa OR sarà eguale ad $\frac{AB \times QO}{QO \pm AO}$ e BR $= \frac{OA \times QB}{QO \pm AO}$ e perciò fra di loro saranno come AB × QO ad OA × QB, ovvero come $\frac{AB}{OA}$ e $\frac{QB}{QO}$.

CAP. XIV.

X X X I X.

Scolio. Ad oggetto di avere il più facile uso della proposizione la ridurremmo alle espressioni analitiche, dicendo per tanto AB $= a$ ed BC $= x$: onde AC $= \sqrt{aa+xx}$, OA $= b$, OC $= z$; OR $= n$, BR $= m$ RC $= m - x$, sarà la formola $x = \frac{1}{2} m \pm \sqrt{\frac{1}{4} mm + \frac{bb - aa - nn - mm}{2}}$ e $z = \sqrt{\frac{bb - aa + nn}{2} \mp m \sqrt{\frac{1}{4} mm + \frac{bb - aa - nn - mm}{2}}}$ = al semidiametro della ruota, come x dà la lunghezza della Gorna o canale.

Facendo perciò $a = 50$, $b = 150$, $n = 72$, ed $m = 148$ il tutto in once sarà $bb = 22500$; $nn = 5184$, onde $bb + nn = 27684$ e $\frac{bb + nn}{2}$ $= 13842$ dal qual numero detraendo $\frac{aa}{2} = 1250$ rimane $12592 = \frac{bb - aa + nn}{2}$. Parimenti essendo $\frac{1}{4} m^2 = 5476$, sarà $z = \sqrt{12592 - 6364} = \sqrt{6228} = 78$ once prossimamente, dimodochè il raggio di tal ruota dovrebbe essere piedi 6. 6 e tutto il diametro, compresa la palmetta piedi 13. L'altra radice darebbe 113, ma non potrebbe servire per le ruote dando un diametro per queste troppo esorbitante, e che darebbe ad esse un moto troppo tardo, e troppo breve il Canale, che gli somministrasse l'acqua.

X L.

Trovata l'inclinazione predetta del Canale, se si volesse che questa divenisse tangente di un arco cicloidale nel punto C, secondo il senso del num. XXXVI. di questo, in tal caso il punto A do-

TAV. XI. Fig. 9.

A dovrà più avvicinarsi al centro O, durando però esso A nella medesima orizontale. Per aversi ciò s'intendi prodotta BC in F, cosicchè FC sia sempre maggiore di AB. Per il punto F sia condotta EFG parallela ad AB, ed AG parallela a BF; Si faccia in appresso FD eguale alla quarta proporzionale a' quadrati BC, AB ed alla semplice AB; Se da questo punto D sarà condotta DH parallela alla ACE, sarà il punto H nella circonferenza del circolo generatore della cicloide, che toccherà la AC nel punto C, quando però HC sia eguale all'arco HLD, ed il raggio di esso circolo sarà eguale a $\frac{1}{2}$ GD = GO, mentre per la supposizione essendo $BC^2 . GF^2 :: GF . FD$, e per i triangoli simili ACB, FCE essendo pure $BC^2 . AB^2 :: FC^2 . FE^2$, sarà anche $FC^2 . FE^2 :: AB . FD$. Parimenti per i triangoli simili FHD, FEC sarà $FC^2 . FE^2 :: FH^2 . FD^2$. Dunque $FH^2 . FD^2 :: AB . FD$, ovvero $FH^2 . FD :: AB . 1$ e $FH^2 = FD \times AB = FD \times GF$, dunque il punto H sarà al circolo, e sarà il generatore della cicloide DCI, che sarà toccata in C dalla retta ECA, essendo per la natura di tal curva EC parallela alla corda DH.

Che se HC sia maggiore, o minore dell'arco HLD, allora il punto F si dovrà determinare nella retta FC (arbitraria di lunghezza) talmente distante da C, di modo che la HC venghi a riuscire eguale al predetto arco DLH, il che se non altro trascendentemente si potrà ottenere, ed in pratica basterà anche di conoscerlo per punti e graficamente.

X L I.

Scolio. I. Dovendosi determinare il punto I alla base della cicloide o sia al cominciamento del Canale ICD, supponendo come di sopra AB di 50 once, BC di 137, sarà $FD = \frac{AB^3}{BC^2}$ $= \frac{125000}{18769}$, ed $FH = \sqrt{GF \times FD} = (l.\ 1.\ 2620192) = 18$, onde $DG = 50 + \frac{125000}{18769} = \frac{1063450}{18769}$, e $GO = \frac{531725}{18769} = 28\frac{1}{3}$ ed essendo l'arco $DLH = FH + \frac{FH^3}{4GO^2} + \frac{3FH^5}{40GO^4} + ec. = 18 +$

$1\frac{1}{4}$

$1\frac{1}{4} + \text{ec.} = \frac{77}{4}$, onde $GA = FH + HC + CB = 18 + \frac{77}{4} + 137$ = 174 in circa. Successivamente la ragione del diametro alla circonferenza, essendo come 113 a 355; se si farà 113. 355 :: $\frac{1063450}{18769} \cdot \frac{1063450 \times 355}{18769 \times 113}$, il di cui logar. 1.9508116 dà 89 prossimamente, onde $AI = AG - GI = 174 - 89 = 85$, e di tante once il punto I avrebbe ad esser distante dal punto A.

Cap. XIV.

XLII.

Scolio. II. Egli è per altro vero, che se noi condurremo l' acqua per l'orizontale AG sino in I, quivi gionta, se sarà lasciata in sua libertà, essa in vece d'incamminarsi lungo il Canale cicloidale, formerà una Parabola, con la concavità verso di AB, onde in tal guisa non si verrebbe ad ottenere l'intento di farla discender nel tempo brevissimo da I a C. Per ovviare al che, e per obbligar ess'acqua a discendere, e calcare l'arco cicloidale IC, converrà per un terzo incirca chiudere esso Canale dalla parte della ruota, cosicchè venghi a riuscire invece di un Canale aperto, una Gorna chiusa. Potrebbe taluno qui ricercare, perchè piuttosto la curva parabolica, che cerca la natura di formare, che la cicloidale che sfugge di descrivere, sia quella del maggior momento, se l'acqua, come ogn'altra cosa naturale, procura sempre di produrre i suoi effetti per la strada più compendiosa: Si risponde, che nel descrivere la parabola, la natura non varia la legge costante della gravità, nè tampoco quella delle forze sollecitanti, che pur esse in tal curva sono costanti; dove per descrivere la cicloide, deve in ogni punto di essa variarle: nel primo modo opera la natura con la simplicità a lei dovuta; nel secondo l'arte supplisce coll'alterare mediante questa curva, in ogni punto il grado delle forze moventi: perchè cospirino ad un massimo effetto.

XLIII.

Tav. XI. Fig. 10.

Intendasi EH*b* la ruota di un edificio; EF, HC, *bc* le palmette di essa ruota inserte perpendicolarmente alla tangente di ogni punto H, *b* presi a distanze eguali, e che prodotte passino per il centro O; CA sia il canale retto inclinato, che porta l' ac-

CAP. XIV.

acqua a ferire dette palmette, ovvero il cicloidale Ca, cosicchè l'angolo OCA sia retto, perchè l'acqua possa esercitare sopra della palmetta la più vigorosa azione; S'intenda prodotta CH fino al centro O, e preso il punto T, ove cader si suppone la velocità media dell'acqua della sezione del Canale o Gorna, s'inalzi TI perpendicolare ad OEF orizontale; Sia inoltre un'altra ruota concentrica RD con la prima, benchè non nel medesimo piano, ma in un altro a questo parallelo, e resti ben assicurata sopra dell'asse o fuso di essa, come appunto è quella de' Mulini chiamata volgarmente lo *scudo*. All'estremità del diametro orizontale RD penda il peso P attaccato alla corda RP, e la forza dell'acqua raccolta contro del punto T sia precisamente tanta, quanta si ricerca, perchè il detto peso resti con essa forza in un perfetto equilibrio. Perchè dunque il centro dell'impressione succede nel punto T del raggio OC, egli è lo stesso, come se questa forza venisse applicata perpendicolarmente contro il punto I del braccio della leva SOF, come resta noto dalle meccaniche; così dicendo l'impressione i il peso $P = p$; $AB = a$; $BC = x$; i triangoli ACB, OIT sono simili, mentre se sarà concepito, che il punto T cada in C, saranno gli angoli OCA, ECB retti, e levando il comune angolo ICA, resterà l'angolo OCE eguale all' angolo ACB, e gli angoli in I e B sono retti, sarà perciò AC. AB :: OC. OI, e dicendo $OC = d$, sarà $\sqrt{aa+xx}\,.\,a :: d\,.\,\frac{ad}{\sqrt{aa+xx}} = OI$, ed $OD = c$, onde per la ragion dell' equilibrio avremo $p\,.\,i :: \frac{ad}{\sqrt{aa+xx}}\,.\,c$, e l'equazione $p = \frac{aid}{c\sqrt{aa+xx}}$.

XLIV.

Valendo il peso P lo stesso che la resistenza della ruota nel volgersi intorno al proprio asse, ne proviene, che se nella formola precedente in vece dell'impressione connotata con la i, sarà sostituito il valore della medesima indicato al numero X di questo, sarà pur cognita essa resistenza, cioè $p = \frac{da}{c\sqrt{aa+xx}} \times e$

eya

eya, dicendo ey per lo numero XXX. la ſezione del canale, ed a l'altezza, da cui cade l'acqua, onde ſi avrà $p = \frac{aadey}{c\sqrt{aa+xx}}$, interpretandoſi poi p non per il peſo (come ſi è notato) ma per la reſiſtenza al muoverſi, ſe ſi farà talmente alzare o abbaſſare la portina, da cui eſce l'acqua per dar il moto alla ruota, onde la ſezione ey determini preciſamente la forza dell'acqua a reſtarſi in equilibrio con la detta reſiſtenza p, ſi ricaverà il valore di queſta, e quando foſſe alzata ancor maggiormente la y, o ſia la portina, valerà tal alzamento a dar maggior forza ſopra di detta reſiſtenza, ed a far rivolgere per conſeguenza con maggior celerità eſſa ruota. Lo ſteſſo ſi potrebbe ancor ottenere col ridur variabile la e, o ſia la larghezza del Canale, ma ciò porterebbe troppo imbarazzo per lo ſperimento, viene però qui conſiderata come ſolamente alterabile l'altezza y della ſezione, a motivo di bilanciarſi con la reſiſtenza, di cui ſi è detto, dovendoſi avvertire di regolar in modo l'uſcita dell'acqua dalla Gorna, che per pochiſſimo che veniſſe accreſciuta, ſubito la ruota riceveſſe, benchè tardamente il moto, acciocchè fra il poterſi, ed il non poterſi muovere ſi raccolga il vero proſſimo valore di y.

XLV.

Volendoſi lo ſperimento, per rilevare effettivamente, quanta ſia la reſiſtenza, che fa la macchina, riſpetto all'impreſſione dell'acqua, niùna altra coſa parmi più addattata, che come ſi è detto nel numero antecedente, accomodare l'alzamento della portina alla ſola altezza, che venghi a non muovere la ruota, ma che per poco, che ſia accreſciuta la detta altezza, poſſa, benchè tardiſſimamente, girare, il che quando ſucceda, ſi avrà aſſai da vicino il valore della reazione, che ſoffre l'acqua a cauſa delle reſiſtenze della macchina. Si ſupponga dunque, che ſia aperta la portina in modo che cadendo l'acqua per la gorna AC, non faccia in queſta maggior altezza di once 2, onde ſarà $y=2$; Sia $a=50$, $d=78$, $e=12$, $c=30$, ed $x=137$, e per tanto la formola del numero antecedente diverrà $p=\frac{509\times 78\times 12\times 2}{30\sqrt{21269}}=1346$, e tanto valeranno le reſiſtenze della macchina, quando reſtino con la detta forza in equili-

 brio

brio nella supposizione de' predetti diametri della ruota, dello scudo e dell'altezza dell'acqua, che a muovere discende: posto il che, se si concepirà poter variarsi o i diametri delle ruote, o l'altezza dell'acqua, o l'inclinazione del piano, per sapere in tal caso l'altezza da darsi all'acqua nel Canale, perchè si ottenghi in altre circostanze il predetto equilibrio, sarà a norma della prima osservazione che chiameremo radicale $y = \frac{1346c\sqrt{aa+xx}}{aade}$.

XLVI.

Rilevata che sia la precisa resistenza di una ruota per reggere e contrapporsi a' sforzi dell'acqua, sia adesso da indagare la forza con cui l'acqua gli può dare una determinata velocità dentro un dato periodo di tempo: Sarà questa, quando restino invariati i diametri delle ruote, l'altezza dell'acqua ed inclinazione del Canale, come $\frac{aadey}{c\sqrt{aa+xx}} - 1346$, se quest' ultimo numero faceva l'equilibrio, e se l'altro esprime la forza da esercitarsi dall'acqua contro delle palmette: ovvero perchè nella supposta sperienza, y fu fatto eguale a 2, e adesso si deve lasciar indeterminato per abbracciare tutti i casi possibili, sarà come $673y - 1346 = \frac{1}{2}y - 1 = \frac{y-2}{2}$ eguale alla ricercata forza d' impressione.

Suppongasi poi di aversi osservato, che alzata la paratora per once due di più di quello era nel caso della sperienza, faccia cinque giri in un minuto primo d'ora, sarà l'analogia $2 . 5g ::$ (cioè cinque giri, dinotando la lettera g il giro, e non già quantità alcuna) $\frac{y-2}{2} . ng$ (dicendo ng il numero delle rivoluzioni, che si faranno dentro del medesimo tempo, alzando la paratora ad $\frac{y-2}{2}$) onde si ricava $y = \frac{4ng+10g}{5g}$.

XLVII.

Scolio. Supponiamo di volere, che la nostra ruota faccia in un minuto primo, dieci rivoluzioni, sarà dunque $n = 10$, ed y di-

diverrà $\frac{50}{5} = 10$, ma nell' altezza della paratora di once due, la ruota per l'offervazione non fi muoveva, per tanto converrà crefcere once 8 di apertura per ottenerfi i predetti dieci giri dentro il periodo di quel dato tempo. Parimenti fe fole otto rivoluzioni fi voleffero in un minuto primo farà $y = 8\frac{2}{5}$, e per confeguenza levandofi once 6 e due quinti di più delle once due la paratora, farà la ruota le ricercate otto rivoluzioni.

Vicendevolmente fe data l'altezza della paratora dalla foglia, fi vorrà fapere quante rivoluzioni fia per fare la ruota dentro il tempo dato v. gr. di un minuto, farà $n = \frac{5gy - 10g}{4g}$, fuppo- nendo cioè n incognita ed y cognita. Sia per efempio $y = 9$, cioè fia levata la paratora più delle due once neceffarie per l'equilibrio fra la forza, e le refiftenze, once 7, farà foftituendo il numero di 9, $n = \frac{35}{4} = 8\frac{3}{4}$, cofìcchè per tal altezza farà in un minuto primo otto rivoluzioni e tre quarti, e fe $y = 7$ farà $n = \frac{25}{4}$ cioè il numero delle rivoluzioni farà $6\frac{1}{4}$.

XLVIII.

Siano da trovarfi i vantaggi e facilità, che danno le ruote, timpani, e rocchelli per muovere i pefi: La ruota CBE, un'altra ne porti CAD concentrica, da cui penda il pefo R, e dalla più grande il pefo P, cofìcchè quefto faccia la figura di forza movente, e quello di refiftenza. E' manifefto che quando ftiano effi in equilibrio farà P. R :: CA. CB, onde $R = \frac{P \times CB}{CA}$, che però quanto minore farà CA o fia il raggio della piccola ruota o timpano FAD, tanto più facilmente farà fuperata la refiftenza, fminuendofi quefta allo fminuirfi del raggio CA. Intendafi poi tolto il detto equilibrio fra la forza e la refiftenza, di modochè quella prevalga a quefta, e fia ridotto il punto della ruota, che era nell'orizontale FB ad effere in D, nel qual movimento fi fono defcritti gli archi fimili BE, AD, i quali faranno come le ftrade fatte dalla forza e dalla refiftenza antedetta, cioè come le Pp, Rr, e quefte ftrade faranno parimenti come i raggi refpettivi, di modo che anche allora, che un intiero giro farà compito, la lunghezza di quefto nella ruota maggiore BC, alla lunghezza di quello nell'altra ruota AD, farà come i rag-

TAV. XI. Fig. 11.

gi, e nel medesimo tempo compiendosi le dette rivoluzioni, saranno anche fra di loro come le velocità, e queste come i detti raggi, cioè la velocità della maggiore, a quella della minore come CB a CA, oppure come GB a FA.

XLIX.

Nel girarsi delle ruote concentriche CAD, CBE due cose contrarie pare che succedano, la prima che il moto della CAD è più veloce a misura che CA è maggiore, la seconda che la facilità del vincere la resistenza e del vieppiù animar l'edificio, si ottiene quanto più CA è minore di CB, come dal precedente numero agevolmente si può rilevare. Per aversi dunque e il maggiore possibile moto, e la maggior facilità converrà che CA sia eguale alla metà in circa di CB, temperandosi in tal lunghezza di raggi le predette due azioni vicendevolmente coll'accrescersi il moto, senza perdersi il vantaggio di vincere nel miglior modo possibile la resistenza; contuttociò nel stabilire il diametro della ruota CAD rispetto a quello della CBE, devesi oltre alla detta regola aver riguardo alla forza destinata a muovere la macchina, essendochè se scarsa sia, converrà tener il timpano di minor diametro, e se abbondante, di maggiore.

L.

Scolio. Vittorio Zonca Ingegnere Padovano di non oscuro nome nel principio del Secolo XVII. nel suo Trattato, che intitola *Teatro delle Macchine*, determina per i Mulini fabbricati sopra de' Sandòni, che sono due Barcòni che sostengono l' Edificio del Mulino collocati nella corrente di un fiume come Pò, Adige, o qualunque altro fiume di molta larghezza, e di molte acque, determina dico per questi, che il diametro della maggior ruota sia di 12 in 14 piedi Veneti, e quello del timpano CAD di piedi 5 once 3. E ne' Mulini, che e' chiama Terragni, quelli cioè che stanno fabbricati in terra, ed hanno il moto da' condotti particolari tirati a posta per il giuoco dell' edificio, vuole il diametro della ruota grande come sopra, ma allo scudo o timpano dà il diametro di cinque in sei piedi; in quelli poi, detti a *coppa*, o *copedello*, fa la ruota di 16 in 20 piedi di diametro; lo scudo di sette e mezzo. Dal che apparisce, che come

in

in queste misure vi è la sua latitudine, così convien lasciar in libertà l'Ingegnere di adattarle al bisogno ed alle circostanze; come avrà poscia ad usar molta diligenza nella scelta de' legnami, e nella perfetta conformazione di tutte le parti dell' edificio, perchè i tanti impedimenti che nascono dalla connessione di tanti materiali, resistino al moto il meno che sia possibile.

CAP. XIV.

L I.

Sia da investigare il valore che ha la potenza, sopra della resistenza in una macchina a ruote combinate in varie guise, come per esempio in quella XC, che debba esser mossa dall'acqua, la qual ruota ne abbia una concentrica e stabile BF, e questa facendosi dentata nella sua circonferenza, ne muova un'altra FYS pur dentata, la quale ne abbia un'altra concentrica DM, che seco lei stabilmente giri; Se questa sarà dentata, e ne muova un'altra parimenti dentata MZ, a cui sia affisso il timpano S, dal quale dipenda il peso V, sarà la potenza per girare A alla resistenza V nella ragione composta della diretta dell'impressione che farà l'acqua sopra della palmetta di detta ruota XC, e di ciascuno de' raggi delle ruote maggiori, e reciproca di ciascun raggio delle minori, o siano di quelle concentriche, che con le maggiori contemporaneamente si girano, e ciò qualunque sia il numero di esse ruote, che nel caso presente si vogliono supporre tre maggiori, ed altrettante minori concentriche; Si dica P l'impulsione dell'acqua che si fa sulla prima per porla in movimento; R sia la resistenza che proverà in movendosi la ruota BF, che fa la figura di timpano, che ne' Mulini si direbbe, lo scudo; Sarà dunque, secondo i principj della Statica, P. R :: BA. AC ed $R = \frac{P \times AC}{BA}$ il qual valore rispetto al moto della ruota FY deve considerarsi come la potenza rispetto all'altra ruota da muoversi, e sia Q la resistenza che ha essa ruota, onde l'analogia $\frac{P \times AC}{BA}$. Q :: ED. DF e l'equazione $Q \times ED \times AB = P \times AC \times DF$ e $Q = \frac{P \times AC \times DF}{ED \times AB}$. Parimenti questo valore rispetto alla ruota MZ dev' esser considerato come la potenza che

TAV. XI. Fig. 12.

CAP. XIV. che muover deve la terza ruota, e sarà perciò l' analogia $\frac{P \times AC \times DF}{ED \times AB}$. V (dicendo V la resistenza del Timpano TS) :: TS. MS, quindi finalmente si ricaverà $V = \frac{P \times MS \times DE \times AC}{TS \times ED \times AB}$, ed in tal modo per qualunque altra ruota che vi fosse, ma MS, DF, AC sono i raggi delle ruote maggiori, e TS, ED, AB quelli delle minori, dunque &c. in oltre perchè i raggi stanno come i diametri, e questi come le periferie, sarà pertanto la detta resistenza ancora nella ragione composta delle periferie delle ruote maggiori direttamente, e dell' impulsione dell' acqua, e reciprocamente come le periferie delle ruote minori, e così per qualunque combinazione di numero di ruote.

LII.

Tra le bisogna delle macchine, una delle più considerabili si è quella di accelerare il moto dell' intima ruota, e renderlo più veloce, come in grazia di esempio ne' Mulini, ne' quali si deve ridurre la mola ad un moto sì celere, che vaglia a ben triturare il grano, altrimenti molto imperfetto sarebbe esso Mulino. Ne daremo l' artificio, descrivendolo sopra di un solo piano, abbenchè realmente star debba sopra diversi, non potendosi in altro miglior modo esporre un tal meccanismo. Sia HD la ruota che l' acqua o qualunque altra forza animata, o inanimata muover deve, e faccia questa dentro un determinato tempo un certo numero di rivoluzioni cioè ng (esprimendo g i giri, non quantità alcuna) ed altrettante, com' è noto, ne farà il suo timpano o scudo AG, fermamente annesso a detta ruota: sia condotta CABD dal centro alla circonferenza, e sia da ritrovarsi il raggio BI, tale, che descrivendosi il circolo AI, e questo facendolo dentato, come altresì dentato il timpano AG, ovvero questo dentato ed AI con bracciuoli a modo di un rocchello, secondo all' uso ordinario: faccia questo circolo AI i giri mg nel medesimo tempo che GA farà i giri ng. Perchè dunque le rivoluzioni delle ruote piantate in varj centri, sono come le vie corse, ovvero come i diametri o raggi reciprocamente; pertanto se si farà $ng. \, mg$ :: BI. CA sarà $BI = \frac{ng \times CA}{mg}$ formola, che dinoterà

TAV. XI. Fig. 13.

terà la larghezza da darsi al raggio ricercato perchè la ruota AI faccia i giri *mg* nel tempo stesso che la sua corrispondente GA farà i giri *ng*.

L I I I.

Scolio I. Faccia la ruota girata dall' acqua dieci rivoluzioni in un dato tempo, e si ricerchi il diametro del Rocchello BI perchè nel medesimo tempo egli ne faccia 80, sarà pertanto $ng = 10$; $mg = 80$, e sia CA il diametro del timpano; i di cui giri sono appunto tanti, quanti quelli della ruota maggiore HD, il di cui raggio CD; Sia CA di once 30, sarà $BI = \frac{30 \times 10}{80} = 3\frac{1}{4}$ onde tutto il diametro di esso Rocchello si dovrebbe fare di once $7\frac{1}{2}$. Che se dato BC si ricercasse il numero delle rivoluzioni del Rocchello, allora sarà la formola $mg = \frac{ng \times CA}{BI}$; sia $BI = 6$ ed il rimanente come sopra, sarà $mg = \frac{10 \times 30}{6} = 50$, vale a dire, che esso Rocchello con quel tal diametro, supposta la ruota o timpano girarsi dieci volte in un minuto primo, farebbe 50 rivoluzioni.

L I V.

Scolio II. La proposizione espressa nèl numero antecedente per determinare i diametri de' Rocchelli, com'è puramente teorica considerandosi i perimetri delle ruote, e la proporzione de' loro raggi, così sarà di molto profitto il ridurla alla pratica, coll' indicare il numero de' denti soliti inserirsi ne' timpani, e quello de' bracciuoli, che il rocchello costituiscono, e perchè pare assai a proposito la determinazione, che sopra alle macchine fa il Zonca predetto, trascriverò quì il preciso di lui sentimento, registrato a carte 16. dic' egli: *Dall' altro capo del Melo vi è il suo scudo o timpano, che si dica, di cinque piedi ed un quarto di diametro compartito da 54 denti, & è da por mente, che volendosi far girar le muole a mano destra, si come è l'uso comune, & che il movimento della ruota, il corso dell' acqua, la facesse girar a sinistra, in questo caso si mettono i denti dello scudo, che guardino verso la ruota & il Rocchello, ovvero Inzegnon sarà collocato fra lo scudo e la ruota, & esso haverà sei tacche. Li denti delli scudi,*

di, & le tacche de' rocchelli si costumano compartir in tre maniere, secondo la diversità de' luochi, cioè si compartono in 48 in 54 & in 60, & i rocchelli in 6 in 9 & in 12 tacche, & in tal numero, che siano misurate dal numero di denti delli scudi. Ma quelli Timpani di 60 si faranno in occasion che la ruota non havesse acqua a bastanza, & all' incontro, se vi sarà gran copia di acqua si muterà il Rocchello in un altro di maggior numero di tacche, & così con questo ordine si accresceranno, & minuiranno le forze secondo le occasioni &c.

Dovendo poi aver la propria fermezza tanto i denti del timpano, che quelli de' bracciuoli o tacche del Rocchello, quando si dice di compartirli con maggior numero di denti, è da intendersi il farlo in modo, cosicchè possino reggere alla violenza del moto; parerebbe per altro, che accrescendo il numero de' denti, con il diametro del timpano, si venisse anzi a render minore il moto, secondo a quanto si è detto al numero XLVIII di questo, e che perciò non si potesse verificare ciò che il Zonca afferma, cioè, che la divisione di 60 si faccia in caso di scarsezza di acqua, ma ciò devesi intendere perchè allora si ha molto più ad ingrandire anco i diametri delle ruote che sono immediatamente percosse dall' acqua, onde la resistenza potrà ancora facilmente esser superata.

L V.

Scolio III. Sebbene i comparti per le ruote degli edificj fatti secondo a ciò che insegna il detto Autore, siano molto a proposito, non è però, ch'essi siano i soli che possino o debbano adoperarsi per le divisioni de' timpani, e de' Rocchelli, potendosi questi variare in molte guise, bastando perchè il moto succeda, che il numero de' bracciuoli del Rocchello, divida senza frazione quello de' denti del timpano, com'è stato notato; onde senza bisogno di fissarsi alli detti tre numeri di denti 48, 54 e 60, se ne possono prendere altri e minori di 48, e maggiori di 60, quando però abbiasi in riflesso che il numero non sia troppo basso, onde il Rocchello riesca o di troppo minuto diametro, o di troppo grande; riguarda il primo la consistenza nel formarlo forte; il secondo la tardità, a cui anderebbe soggetto il di lui moto, mentre quanto maggiore, meno di fiate girerebbe nel tempo dato. Si potrebbe pertanto stabilire il minor numero de' denti dello scu-

do 40, e del Rocchello 5, meno atti essendo 8 e 10 che misurano il detto numero 40, come che dove il 5 fa girare esso Rocchello 8 volte nel tempo che lo scudo ne gira una, l' 8 non lo farebbe girare che 5, ed il 10 solo 4, cioè la metà della divisione fatta dal 5. Il massimo numero de' denti potrebbesi stabilire di 108 con 9 bracciuoli per il Rocchello, e girerebbe 12 volte nel mentre che il timpano una volta girasse, ma il tardo moto delle ruote e maestra e del timpano a causa del gran diametro per un tal comparto, non darebbe per avventura tanta velocità, quanta ne ricercherebbe il bisogno, nè vi essendo altri numeri sotto il 9 se non il 6, ed il tre che dividano 108, e tal numero di bracciuoli essendo il primo poco a proposito, ed il secondo del tutto inadattato al bisogno della macchina, per non dar fortezza opportuna, nè modo a' bracciuoli di riscuotersi con facilità da' denti, sarebbe il numero 9 il solo capace della ricercata divisione. Da tutto ciò chiaramente ricavasi, che come le massime generali possono indicarsi nel proposito delle macchine, così non possono stabilirsi quelle regole particolari, che siano a portata di tutti i casi, per fare il che si ricerca molto discernimento nell' Architetto, destinato a sopraintendere alla costruzione delle macchine.

CAP. XIV.

L V I.

TAV. XI. Fig. 14.

Lemma I. Se sarà una leva CV rigida, il cui appoggio C da una delle sue estremità, e dall'altra V gli sovrasti il peso V; se s' intenderà in questo punto pressata da esso peso V, ed in qualsivoglia punto A, mediante la troclea B, a cui resta raccommandato il peso p, resti esso punto tirato verso B, dove la potenza V agisce in contrario senso del peso p, succederà sempre l'equilibrio fra queste due potenze, ogniqualvolta sia l'analogia CV. CA :: p. V, com'è ben noto per la Statica, e per i principj generali della scienza delle forze applicate alle macchine. E perchè quì si suppone il punto A variabile per tutta la leva CV, pertanto ad oggetto che succeda l'equilibrio fra la detta potenza V, che agisce sopra il braccio dato e costante CV, ed il detto peso, dovrà questo considerarsi variabile, vale a dire, accrescerlo a misura, che si accosta a C, e diminuirlo a norma, che da esso punto C si allontana, onde la medesima forza o pressione V, potrà sollevare maggior peso, quanto CA è minore, e minor

CAP. XIV. nor peso potrà alzare secondo che CA fosse maggiore, fino a tanto che cadendo il punto A in V, il peso p dovrà precisamente esser eguale alla potenza V, ed allora la leva niente ajuterà la forza movente.

L V I I.

TAV. XI. Fig. 15. Tali potenze però, distanze dall'appoggio, e momenti si possono rappresentare per le ordinate di una iperbola fra gli asintoti, cosicchè quando s'intenda CV eguale alla distanza della forza motrice all'appoggio, se dal punto V si ergerà la perpendicolare VF eguale alla potenza V, e dal punto C s'inalzerà CD parallela ad FV, e sia descritta l'iperbola Appolloniana GF, succederà che inalzandosi da qualunque punto A la AG, rappresenterà questa il peso, da appendersi dal punto A nella distanza CA della figura del numero precedente dall'appoggio, acciocchè con la potenza V formi l'equilibrio, dimodocchè per poco ch'essa potenza venghi accresciuta ovvero AG diminuita, oppure la distanza CA, o si aumenti la CV, verrà esso peso mosso, il che tutto si ritrae dall'eguaglianza, che per la natura dell'iperbola corre fra i rettangoli $CV \times FV$ e $CA \times GA$, che rappresentano i momenti.

Corollario. Nasce da ciò, che CA non può esser maggiore di CV, e che facendo $CA = o$, una potenza finita FV potrebbe equilibrarsi con un peso infinito, essendocchè in tal caso AG diverrebbe infinita; ed il peso infinito graviterebbe sopra lo stesso appoggio.

L V I I I.

TAV. XI. Fig. 16. *Lemma II*. Volendosi poi l'equilibrio quando venghi posto il peso p di là dall'appoggio rispetto all'estremità V, allora esso peso p in vece di tirare superiormente la leva, la premerà come in A, e sussisterà la medesima analogia, e l'eguaglianza de' momenti $CV \times V = AC \times p$, onde per la costruzione di questo caso sia la VA prodotta dalla parte di A fino in R, cosicchè $CR = CV = a$, Fig. 17. e fatta $Rf = V$ sia descritta l'iperbola gf fra gli asintoti DC, CR com'è stata descritta l'altra GF, e questa gf rappresenterà per le ag tutti i pesi nelle distanze Ca, come AG rappresenta i pesi nelle distanze CA; posta però una data e costante forza FV applicata in V, tutte le GA ovvero ga dinoteranno i pesi che gli saranno applicati nelle respettive distanze CA, Ca, tanto essendo che l'appoggio si trovi di là dalle due potenze, che fra l'una e l'altra.

Sia

LIX.

Sia la ruota di un edificio SEB, il di cui centro C, le palmette contro le quali ferisce l'acqua siano fra le molte altre delle quali dapertutto va essa armata, Ss, Nn, RE, LF, PG, bB &c. e l'acqua cada normalmente contro di CG, attesa l'inclinazione del canale GX; Sia condotta GV perpendicolare all'orizontale SCB, è manifesto che CV sarà il braccio della leva CB, a cui resterà applicata la potenza per muovere la ruota. Si figuri poscia questa ruota immersa nell'acqua stagnante NG per tutta l'altezza della palmetta HE, di quella cioè che riesce a piombo col centro C; sia da ricercarsi la resistenza che ritroverà al proprio moto per un tal impedimento, ovvero, il ch' è lo stesso, sia da trovarsi qual peso fosse da aggiongersi al timpano, oltre quello che rileva nel suo moto naturale, ed allora che la ruota niuna resistenza di acqua NG incontrasse. Siano condotti li raggi CF, CE, Cf, CN, entrando dunque nell'acqua (che supporremo morta, come supporremo la ruota mossa da un'altra potenza eguale a quella che imprimer gli potesse l'urto, come l'acqua corrente) stagnante la palmetta al punto G, viene obbligata dalla forza con cui è mossa a penetrare successivamente verso E, poi verso N, di modo che arriverà prima al sito OF, poi ad HE, indi ad fo, Nn, al qual termine pervenuta, uscirà dalla medesima il punto G, e la massima immersione succederà nella perpendicolare HE, e sarà sempre maggiore HE di OF, e di tutte le altre porzioni delle palmette immerse. Dal punto F sia condotta FA perpendicolare ad SB. Pare ragionevole il supporsi che il resistere, che ad OF farà l'acqua stagnante, esser debba come TF parte immersa, cioè secondo al seno del complemento dell'angolo d'inclinazione della palmetta rispetto alla perpendicolare CE, onde la TF può esser presa come il peso con cui la leva CV restarebbe spinta in su al punto A, ovvero essa TF dinoterà la potenza eguale alla resistenza dell'acqua nella positura OF della palmetta che solleverà il braccio CV, il di cui appoggio C: Così parimenti, allorchè la palmetta sia oltre di HE, come in fo, condotta la af, una forza eguale a rf premerà la leva VCa nel punto a in senso contrario di quello faceva la TF nel punto A, onde resta verificato nella ruota così immersa, quanto si è esposto ne' due Lemmi precedenti circa alle leve, ed a' pesi variabili in distanze pur variabili applicati ad esse leve mosse da forze costanti.

L X.

Perchè nel giro delle ruote per la forza dell'acqua che urta in G la palmetta LF, allorchè trovasi nel sito F, la sua corrispondente sta nel sito *of*, pertanto i pesi, o siano le resistenze omologhe FT, *fr* agiscono nel medesimo tempo, come pure tutte quelle contenute in HEG operano contemporaneamente con tutte quelle contenute in NEH, onde il centro dell'azione di tutte insieme sarà nella linea CE: E se ben vi si attende, egli è lo stesso il concepire la resistenza al moto per l' immersione della ruota nell' acqua stagnante NG, o sia, come viene volgarmente detto *per lo sguazzo della ruota*, come se questa fosse altrettanto grieve di quanto porta il peso dell'acqua contenuto nel mistilineo NEGHN; quindi dato il punto H si darà ancora questo solido, e sapendosi il peso di un' oncia cubica di acqua si saprà ancora il peso di tutta l'acqua che resiste, dentro dello spazio formato dal detto mistilineo NEGHN, cosicchè dicendo c la larghezza della palmetta della ruota, $EH = x$, $CE = a$ essendo $HG = \sqrt{2ax - xx}$ sarà esso solido acqueo $= a + \frac{2ax - xx}{6a} + \frac{3 \times \overline{2ax - xx}^2}{40a^3} + \&c. - \overline{a - x} \times c\sqrt{2ax - xx}$, e sarà la formola generale fino che EH o è minore o eguale ad RE. Che se EH sia maggiore di ER allora converrebbe levare dalla quantità suddetta il mistilineo compreso dall'orizonte dell'acqua stagnante, e dall'arco corrispondente *n*RLP, non resistendo altro che l'acqua, in cui sono immerse le palmette, e non già tutto il corpo di ess'acqua, nella quale è immersa la ruota: In tali circostanze sarebbe d'uopo applicare il canale XG più alto, ed in maniera che l'acqua discendente rimanesse franca ed immune dall'annegamento, altrimenti molto si verrebbe a perdere dell'energia della caduta che resterebbe in molta parte tolta dall'acqua stagnante; tal applicazione però di forza, sarà sempre da farsi a livello in circa della piena, che può arrivare all'acqua inferiormente all'edificio, e sopra tal punto di applicazione si dovrà poi regolare l'inclinazione del canale.

Conec-

L X I.

Comecchè dunque tutte le TF rappresentanti i pesi o resistenze respettivamente a' punti corrispondenti A, molto meno decrescono di quello fanno le ordinate dell'iperbola, che si è considerata a'numeri LVII. e LVIII di questo, così la potenza V sarà in stato di molto più valere rispetto ad esse, e dove faceva l' equilibrio nella reciproca delle distanze, non lo farà con le medesime, ma potrà, o non accrescendosi muoverle, o pur accrescendosi, tanto più sopra di quelle prevalere. Può V secondo a quanto ivi fu dimostreto, allorchè ha da muovere il peso HF, ch'è il massimo fra G ed N, farlo anco, se questo fosse infinito, onde tanto più fare lo potrà quando, come succede in questo caso, in vece che esso peso sia infinito, non sia che come HE finita. Tutte queste facilità però non è che contraponghino alla molta resistenza, che per l'immersione o *sguazzo* può risentire il movimento della ruota, dovendosi molto calcolare, che al peso ordinario di essa venghi aggionto virtualmente un peso come è il solido NEGN molto grieve e resistente. Uno sperimento farà conoscere quanto rilevino questi impedimenti. Si dia lo *sguazzo* alla ruota da prima fino in b, il che si potrà ben fare con l'arte, ovvero attendendo dal tempo che tale si rendi l'immersione, si calcoli il solido $fEFf$, riducendosi al numero del peso dell'acqua, indi osservisi le rivoluzioni, che farà per fare la ruota in un determinato tempo, e siano queste espresse per mg (in cui g dinota come ne'numeri antecedenti il giro, non quantità alcuna) dipoi si attenda l'opportunità, che essa ruota abbia l'immersione maggiore della prima EH, e si calcoli come sopra il valore di tal *sguazzo*, notandosi parimenti le rivoluzioni che farà dentro del medesimo periodo di tempo, e siano ng, La differenza de' solidi NfbFG sia Q^3, e facciasi $Q^3 . ng - mg :: Solid.$ NEGN. $\frac{ng - mg \times Solid. NEGN}{Q^3}$ quantità, che dinoterà le rivoluzioni perdute nel caso della maggior immersione.

L X I I.

TAV. XI. Fig. 19.

Siano due ruote CEG, FMH poste alla medesima altezza dalla superficie dell' acqua FH, cioè col centro nel medesimo pun-

punto C, e che abbiano l'immerſione o *ſguazzo*, la grande quanto è DM, la più piccola quanto è DI, avranno queſte eguali difficoltà a muoverſi per tale impedimento, purchè ſiano moſſe da forze eguali, ed abbino eguali palmette per ricevere l'impreſſione dell'acqua. Si chiami $CD = x$; $CK = b$, $CI = a$, $CL = d$, $CM = c$, ſarà $KI = a - b = c - d$ per la ſuppoſizione dell'egualianza delle palmette, e per la natura del circolo eſſendo $DG = \sqrt{aa - xx} = Ca$, e $DH = \sqrt{cc - xx} = CA$; l'arco $GI = s$, e l'arco $HM = t$, ſarà l'arco $KN = \frac{bs}{a}$, e l'arco $LO = \frac{dt}{c}$, onde

la porzione della zona $KNGI = \frac{s}{2a} \times \overline{aa - bb}$, e la porzione della zona dell'altra ruota $HOLM = \frac{t}{2c} \times \overline{cc - dd}$, e come che queſte zone rappreſentano le forze che reſiſtono per lo *ſguazzo* al moto della ruota, così ſi potrà concepire, che tal forza ſia reſpettivamente applicata in R, r ec., come la forza dell'acqua corrente è applicata in G ed H e ſempre coſtante ed eguale, che ſi dica u. Saranno dunque per l' equilibrio queſte due analogie $\frac{s}{2a} \times \overline{aa - bb} . u :: \sqrt{aa - xx} . CR$ e $\frac{t}{2c} \times \overline{cc - dd} . u :: \sqrt{cc - xx} . Cr$ ovvero $\sqrt{aa - xx} . \sqrt{cc - xx} :: CR \times \frac{s}{2a} \times \overline{aa - bb} . Cr \times \frac{t}{2c} \times \overline{cc - dd}$, vale a dire momento a momento, come reſpettivamente le diſtanze Ca. CA, onde quanto maggiore è CA di Ca, tanto anche è maggiore il momento o lo *ſguazzo* in MH di quello ſia in IG. Niuna facilità dunque può dare agli edificj, che hanno lo *ſguazzo*, l'accreſcere per rimediarvi, il diametro delle ruote, quando il centro C de' fuſi ſia conſervato nel medeſimo ſito, anzi per l'oppoſto, portando il maggior diametro maggior tardità di moto, ne naſce, che anco in parità delle dette reſiſtenze, meno ſervirebbe la maggiore, che la minore ruota, ſe pure non ſi voleſſero variati tutti i comparti de' denti, ed altre circoſtanze.

LXIII.

TAV. XI. Fig. 20.

Sia da alzarsi il centro del fuso, o asse C al punto G, di maniera che la ruota grande HFQ abbia la stessa immersione della minore MEL, purchè le palmette di entrambi le dette ruote sianno eguali, e si supponghino i centri G e C nella medesima verticale FG; s'intendano condotte le LA, KI perpendicolari a CB, GH, ed i raggi GK, GQ, CM, CL; si chiamino $CD = x$; $GC = y$, sarà $GD = x + y = z$; $GE = d$, $CL = a$; EL arco $= s$; L' arco $FK = t$; $GF = c$ sarà per la natura del circolo $DL = \sqrt{aa - xx}$, e $DK = \sqrt{cc - zz}$. Nascendo poi, come consta da' numeri precedenti, tutto l'impedimento per l'immersione, dal peso dell'acqua in cui stanno profondate le ruote, nulla contribuendo a ciò, per l'antecedente numero, o il minore o il maggiore diametro, per tanto ogni qualvolta le zone immerse siano eguali, avrà la maggior ruota precisamente tanta resistenza per lo sguazzo, al moto, quanto la minore, essendo però la zona della ruota minore $\frac{aa - bb}{2a} s$, e quella della maggiore $\frac{cc - dd}{2c} t$ sarà l'equazione $\frac{\overline{aa - bb} \times s}{2a} = \frac{\overline{cc - dd} \times t}{2c}$ ovvero $t = \frac{cs \times \overline{aa - bb}}{a \times \overline{cc - dd}}$ onde dato l'arco s, non potrà non esser noto anco l'arco t e per conseguenza, ove cader debba il punto K, avuto il quale sarà dato ancora il di lui seno retto DK, ed essendo dato anco il raggio della ruota GK sarà nota la $DG = \sqrt{GK^2 - DK^2} = z = x + y$, ovvero $y = z - x$; essendo però note le quantità GD, DF; z, x, sarà nota ancora $CG = y$, e per conseguenza il sito ove collocare il centro della ruota maggiore. *q. e. i.*

XLIV.

Scolio. Sia $GE = c = 8$; $GO = 7 = d$; $CF = a = 5$; $CO = b = 4$; $s = 30$ gradi, onde fatto il calcolo si trova $t = 28°. 48'$ per l'arco FK della ruota maggiore; Si faccia come il seno tutto 10000000. 8 :: *Sen.* 28°. 48'. $DK = 3 \frac{8540296}{10000000}$ = piedi 3 once 10, e però $GD = \sqrt{GK^2 - DK^2}$ sarà $= \sqrt{7100}$ = once 84 prossi-

CAP. XIV. prossimamente, onde $GD=84=x+y$, ma x è il seno verso dell' arco di gradi 30 per la supposizione, cioè 8660000, per tanto se si farà come 10000000 seno tutto ad once 60 raggio della ruota minore, così il predetto numero 8660000 al quarto; sarà questo il seno verso in once, $51\frac{96}{100}$ o diciamo once $52=x$, e per tanto $GD=84=52+y$, ovvero $y=32$ prossimamente; Se dunque sarà alzata la ruota maggiore per once 32, o piedi 2 ed once 8, essa incontrerà la medesima resistenza per lo *sguazzo*, che averà la minore, col vantaggio, che sarà mosso l'edificio con un raggio maggiore, e per conseguenza con maggior facilità, abbenchè con qualche maggior tardità ne' suoi giri, attesa la maggior periferia di essa ruota.

L X V.

Coroll. La GI però o sia il braccio della leva, abbenchè sempre maggiore di CA, sarà però sempre minore della leva, che essa ruota maggiore formerebbe, se i due centri cadessero nel medesimo punto, secondo al senso del numero LXII.

APPEN-

APPENDICE
AL
CAPITOLO DECIMOQUARTO.

Intorno alla maggior perfezione delle Macchine mosse dall' Acqua.

I.

1. NOi abbiamo nel passato Capitolo XIV. fatte varie considerazioni sopra le macchine, che vengono mosse dalle acque correnti, ma se ben vi si riflette, piuttosto in relazione alle resistenze, che esse soffrono nel muoversi, alle varie combinazioni delle ruote, che le compongono, e sopra tutto al modo più facile da imprimer loro il moto per animarle, giacchè la parte, che riguarda l'attuale movimento delle medesime, la loro perfezione, ed il conoscere quando producano il maggiore effetto possibile, è stata già trattata e resa pubblica prima di adesso non che dal Mariotte, dal De la Hire, e da M. Parent; ma non ha molto che M. Pitot l'ha ridotta ne' varj schediasmi registrati nelle memorie della Reale Accademia di Francia a norma de' stabiliti suoi principj a quel grado di chiarezza e di universalità, che dovevasi attendere dalla cognizione di un sì Celebre Matematico. Nè M. Bellidor ha tralasciato di promoverla, sì nel riferire e ridurre a calcolo quanto in passato da' predetti nobilissimi Autori era stato prodotto sì nel descriverci nella sua *Idraulica Architettura* tuttociò che può desiderarsi circa all'organizzazione delle macchine, e di quelle in specie destinate al comodo dell'umana vita, e con molta lode alle di lui meditazioni ha unito, ed il calcolo e la pratica, perchè ognuno se ne possa servire e con piacere e con profitto. Quindi ci basterà in questa Appendice sulle tracce de' lodati Autori di accennare brevemente le idee, che hanno avute, e farvi sopra qualche considerazione a maggior lume ed incremento di una materia cotanto necessaria.

2. Rilevasi da quanto ha pubblicato M. Pitot nel 1725, che egli circa al moto delle macchine stabilisce un principio, su di cui fonda ogni di lui calcolo in detto proposito, ed è, che in tutte le macchine il prodotto della potenza motrice (cioè della forza d'impulsione, che fa l'acqua contro delle palmette di una ruota, obbligandole a girare) nella velocità che possono acquistare esse palmette sia sempre eguale al prodotto del peso mosso dalla macchina nella di lui velocità, di modo che dicendosi x la velocità delle palmette, ridotte al loro vero moto, t la forza dell'impulsione antedetta; P il peso mosso dalla macchina, che in un Mulino in grazia di esempio sarebbe la mola più il peso di tutto ciò che al moto può resistere, ed u la velocità di esso peso; sia sempre l'equazione $Pu = tx$ formola generale per il moto di tutte le macchine.

3. Per ottenere il valore dell' impressione contro della ruota, deesi prendere il quadrato del numero di que' piedi, che l' acqua valesse a percorrere in un secondo di tempo, dividendo tal numero per 56, numero fisso e costante, che si ricava dal supporsi, che un grave cadendo liberamente in aria, percorra uno spazio di 14. piedi in un minuto secondo, che poco più poco meno è la misura osservata in molti sperimenti fatti a tal fine da molti chiarissimi Autori; questo spazio poi deve esser paragonato con altro spazio, che sarebbe il detto grave, se sempre camminasse di moto equabile con la velocità invariata, che acquistato avesse nel fine della detta discesa, che però dicendo 14. lo spazio primo perpendicolare, z il secondo indeterminato, sarà l'analogia $14.\ z :: 28^2.\ 4zz$ per le leggi Galileane, onde $z = \frac{28^2}{56}$, quindi se si dirà a il numero di piedi, che un grave avesse fatto, scendendo liberamente in un secondo di tempo, e la velocità acquistata nel fine di questo fosse poi quella equabile, che attualmente avesse un fiume nel correre nel medesimo tempo di un secondo, sarà il prodotto $\frac{aa}{56}$, e valerà l'altezza di un solido, che averà per base la superficie della palmetta battuta, la quale nominandosi ss, sarà l'impulsione sopra di essa $\frac{aass}{56}$, che quando si voglia ridurre a peso effettivo essendochè secondo qualche Autore 72. libbre di Francia sono contenu-

te

te in un piede cubo di detta misura, sarà la detta impulsione $\frac{72 \times aass}{56} = \frac{9}{7} \times aass$ se $1 . 72 :: \frac{aass}{56} . \frac{72 aass}{56}$.

Appendice al CAP. XV.

4. Quando poi le ruote di un edificio sono arrivate ad aver acquistato il vero loro moto, l'impressione sembra che non possi agire se non con la differenza della velocità dell' acqua sopra quella delle palmette, onde se quella verrà chiamata a questa x opererà con $a - x$, e perciò l'impressione o equivalente solido secondo a' calcoli di M. De la Hire dovrà esprimersi per $\frac{9 \times \overline{a-x}^2 \times ss\, x}{7}$; perchè poscia non potrà mai la ruota velocitarsi quanto l'acqua destinata a muoverla, altrimenti l' impressione nulla opererebbe contro delle palmette, che si sottraerebbero all'urto, senza che questo potesse mai agire, cercasi però il *massmo* effetto che in tali circostanze si può ottenere, col differenziare la detta formola, eguagliandola al zero, e ne provengono due valori $x = a$ ed $x = \frac{1}{3} a$, il primo si rigetta, mentre darebbe eguali velocità dell'acqua libera, e dalla ruota, e si ritiene l' altro $x = \frac{1}{3} a$ onde si raccoglie, che il *massimo* effetto dell' impressione succeder debba allora che la velocità della ruota sia eguale ad un terzo della velocità dell' acqua libera.

5. Ed essendo il detto massimo effetto per rapporto alla velocità della ruota $\frac{1}{3} a$ sarà $\frac{2}{3} a$ il residuo della velocità dell'acqua con cui percuote la palmetta, cioè sarà questa la forza respettiva, ma l'impressione sta come il quadrato della velocità pertanto la forza motrice della ruota sarà come $\frac{4}{9} aa$, ed il prodotto di questa forza nella velocità del corpo mosso darà la quantità del moto e sarà perciò $\frac{4}{27} a^3$.

6. Quando poi secondo a quanto insegna M. De la Hire si dividerà il quadrato della detta velocità respettiva per il numero fisso 56, si avrà l'altezza del solido dell'acqua, esprimente la forza dell' urto e sarà $\frac{4}{9} \times \frac{aa}{56} = \frac{aa}{126}$, e facendo, come al numero 3, la superficie percossa della palmetta ss, si avrà $\frac{aass}{126}$ per il valore di detto solido di acqua in piedi cubici, che moltiplicato per 72 (peso come nel medesimo numero del piede Re-

 gio

Appendice al CAP. XIV.

gio cubo) diverrà $\frac{72 \times aass}{126} = \frac{4}{7} \times aass = t$, onde la formola di M. Pitot $tx = Pu$ quando $x = \frac{2}{3} a$ per il caso del *massimo* si cangerà in $\frac{4a^3ss}{21} = Pu$, che si fa servire per ogni moto delle macchine animate dall'acqua corrente; conosciuto però che sia o il peso P, o la velocità u, o la superficie della palmetta percossa, o finalmente la velocità dell'acqua corrente, tutto il restante della formola sarà agevolmente noto, e potrà esser determinato.

7. Il merito del ritrovato, su di cui si fonda quanto qui si è esposto per conoscere la perfezione del moto delle macchine viene attribuito da M. Bellidor a M. Parent esprimendosi a car. 248. *dell' Architettura idraulica; Che tal scoperta deve esser riguardata come una delle più importanti, che siansi fatte nelle scienze e belle Arti, dacchè queste sono state poste sopra il piede in cui si trovano al presente*, e di doversi considerare come una cosa delle più interessanti di tutta la meccanica, e delle più utili, sì per la privata, che per la pubblica Economia.

II.

1. Parendo pure a noi utile ed elegante la scoperta di M. Pitot, e quanto in conseguenza di questa è stato prodotto da M. Bellidor, abbiamo voluto assicurarsi della verità della proposizione, quando sia universale, assoggettandola a qualche sperimento di quelli, che fra i molti nel particolare del moto delle ruote de' Mulini, abbiamo in varj tempi fatti, avendone fra questi scielti alcuni, che con tutta l'esattezza furono praticati del 1721. 20. di Giugno sopra le acque della Tergola, fiumicello del Padovano. Stanno piantati questi Mulini non lungi da quel Canale detto propriamente *Taglio di Mirano* al sito chiamato volgarmente i *Mulinetti*: A questo edificio dunque fatta dar l' acqua nella più giusta quantità coll' aprir le portine ora di uno, ora di un altro di que' Mulini, trovandosi il Canale, che la somministrava alle misure ordinarie della sua acqua, fu osservato quanto quì fedelmente sarà registrato.

2. Fat-

2. Fatta chiudere la bastarda, ed aprire due delle portine maestre acciocchè macinassero nello stesso tempo due Mulini, fissato prima un segno ben visibile in una delle palmette della ruota del primo di essi, di quello cioè che rimane più verso del sostegno e contiguo al ponte di pietra che traversa il canale, avendo preso un orologio a minuti, si notò diligentemente che in sei minuti primi in punto, la ruota grande mossa dall'acqua fece 40 giri, avendo dessa un semidiametro di piedi 6. 7. 6 di misura Veneta.

3. Parimenti posto il medesimo segno alla ruota del secondo Mulino, ch'è collocato più verso il Taglio, macinando sempre due Mulini, come di sopra si è detto, fu osservato che nel tempo di altri sei minuti, girò la ruota maestra 57 volte, avendo questa un raggio di piedi 6. 4. 4.

4. Fatto poi lo sperimento nel primo Mulino verso del Taglio, fu trovato, che nel tempo predetto delli sei minuti, girò la ruota non più di 36 volte, essendosi asserito da Mugnaj, che le mole di questo edificio erano state di recente battute, e che però erano in qualche parte ritardate nel loro moto per tal cagione, dove le mole degli altri Mulini non erano state battute da molti giorni; il semidiametro di questa ruota fu trovato di piedi 6. 2. 4.

5. Finalmente fissato il segno al secondo Mulino verso il sostegno, questo nelli detti sei minuti girò la sua ruota 46 volte, e misurato il semidiametro di essa, fu trovato di piedi 6. 4. 0.

6. Fatto il calcolo per lo sperimento del primo Mulino col rilevare in piedi ed once la circonferenza della maggior ruota, si è trovato, che se l'acqua destinata ad urtar nelle palmette, fosse camminata di pari passo col moto osservato nel giro di essa ruota, avrebbe fatto in un'ora piedi di Francia 17322; Cadeva l'acqua da piedi 3 o poco più di altezza, al qual conto, se l'acqua fosse sempre camminata con la velocità dovuta a detta caduta, avrebbe dovuto fare in un'ora piedi 46800 del Re, e quando la macchina avesse prodotto il *massimo* effetto, sarebbe dovuta camminare nel senso di M. Pitot il triplo del numero predetto, cioè piedi 51966 in detto tempo, con differenza di piedi 5166 dall'osservazione: leggier eccesso in paragone della debole molitura, che faceva, e di cui molto si lagnavano i Mugnaj.

7. Più notabile è il risultato del secondo sperimento, in cui quan-

quando l'edificio fosse stato nella sua perfezione, attesi i giri che poteva fare, dedotti dall'osservazione per il tempo di un'ora, avrebbe l'acqua potuto camminare piedi del Re 71250, quasi cioè che fosse caduta dall'altezza molto riflessibile di piedi 7 in vece delli 3, da'quali realmente cadeva a dar il moto alle ruote con eccesso di piedi 24450 rispetto alli 46800 che far doveva, e pure abbenchè eccedesse il giro della ruota il subtriplo del corso dell'acqua, il Mulino non era ridotto a far buona macina, come non la facevano nè meno gli altri.

8. Si accosta assai al triplo moto della ruota, quello che faceva l'acqua del Mulino, che servì al terzo sperimento; mentre il calcolo ci dinota, che in tale supposizione l'acqua destinata a percuotere le palmette, avrebbe dovuto camminare in un'ora piedi 43875 dell'antedetta misura, per far i quali avrebbe dovuto cadere dall'altezza di piedi 2 : 7 poche once di meno della vera caduta delli piedi 3, con differenza dalla vera di lei velocità, alla supposta, di soli piedi 2925 nel detto tempo di un'ora; ciò non ostante, questo Mulino era fra tutti il meno atto alla macina, e si cercava ogni mezzo per conciliargli maggior movimento.

9. Più di ciascun altro si avvicina il quarto sperimento alla ragione assegnata per la perfezione delle macchine mosse dall'acqua, avvegnacchè, fatto il calcolo, si trova che l'acqua per camminar tre volte più della ruota farebbe in un'ora piedi 47498 cadendo da tre piedi per acquistare il grado di velocità capace a farglieli percorrere di moto equabile, pure non era per nulla ridotto a dar la molitura perfetta, volendo i Mugnaj in tutti essi Mulini maggior caduta di acqua.

10. E' dunque da rintracciarsi da che possano derivare tali differenze per potersi ottenere la maggior perfezione delle macchine unico oggetto delle nostre e delle altrui ricerche, non sapendo per altro, se per avventura le osservate varietà proceder potessero dal considerarsi da noi i Mulini che macinano con caduta di acqua sensibile, dove quelli che hanno servito a Mr. Pitot sembra che siano di quelli che giuocano sulla superficie de' gran fiumi, che noi diciamo Mulini a *Sandòni*.

11. Pare fuori di controversia, che la formola per didurre il *massimo* effetto, nasca dall'espressione portata da M. Pitot, e di sopra da noi riferita $tx = Pu$, (tirata dall'equilibrio delli due momenti

menti della forza e della refiftenza ridotti ad una leva) nella quale, t come fi è detto al numero 2 dell'articolo I, vale l'impreffione dell'acqua che muover deve la palmetta; x la fua velocità; come P il pefo o refiftenza da muoverfi, ed u la fua velocità, v. g. nel Mulino, quella della mola; come anco quanto bafta chiaramente refta efpofto nella Storia dell'Accademia Reale 1725. Quando dunque la cofa fia così, noi abbiamo una fpecie di equilibrio fra l'impreffione e la refiftenza, a cui fi giugne ogniqualvolta la ruota urtata dall' acqua, e la mola fiano ridotte ad uno ftato *manente*, dimodocchè, durando il tutto fenz' alterazione, effe perfeverino nel loro movimento, onde farà l'impreffione dell'acqua alla refiftenza della mola come reciprocamente la velocità di quefta alla velocità della ruota.

12. Ecco dunque, che vengono per il calcolo confiderate due velocità u ed x, ma fe ben fi farà rifleffo fi conofcerà che l'una è fempre multipla o fubmultipla dell'altra, vale a dire, una data per l'altra, effendo manifefto che i giri della mola fono fempre dati per quelli delle palmette della ruota maggiore, ed in coftante ragione come $u = nx$, potendo n effer qualunque numero, quindi $tx = nPx$ ovvero $t = nP$, ma $t = \frac{9 \times \overline{a - x}|^2 \times ss}{7}$ per il numero 4 dell'Articolo I di queft' Appendice, onde $\frac{9}{7} \times \overline{a - x}|^2 \times ss = nP$, e volendofi da quefta equazione il *maffimo* farà $x = a$, il che dinota non efservi tal *maffimo*, ma poterfi la ruota accelerare di più in più a mifura che la refiftenza vada fcemando fino a ridurfi in nulla, oppure fe la forza crefceffe all' infinito, cafi tutti e due impoffibili, e inadmiffibile però quefto *maffimo*. L'averfi confiderata la velocità u del pefo moffo non data per x, ha fatto nafcere il *maffimo*, di cui fi è detto, eguale ad $\frac{1}{3}a$, farà però da rintracciar qualch'altra formola che fi addatti all'offervazione, e falvi i fenomeni.

1. Noi

Appendice al CAP. XIV.

III.

1. Noi dunque si faremo a riflettere il moto di una ruota di un edificio quando sia giunta ad aver una celerità tale che non più nè si acceleri, nè si ritardi, ma duri invariata nel di lei movimento, e stia in una specie di bilanciamento fra tutto ciò che serve a muoverla, e tutto ciò che al di lei moto può far resistenza: e per meglio spiegarci, essendo che la resistenza di tutti i membri che compongono l'edificio dev' esser eguale alla forza relativa, con cui realmente si muove la ruota, e questa forza relativa essendo come il quadrato della differenza fra la velocità assoluta dell' acqua, e quella che attualmente tiene la ruota ridotta, com'è stato detto, allo stato di permanenza, moltiplicato nell' area della palmetta percossa dall' acqua; Se dunque si chiamerà R la detta resistenza; le velocità dell' acqua e della ruota, come sopra respettivamente a, x; l' altezza dell' area della palmetta battuta b; la sua larghezza M. Sarà R $=$ $\overline{a-x}|^2 \times b\mathrm{M}$. Per aversi poi il movimento effettivo della macchina, dovrà esser l'egualità fra la forza assoluta o sia il quadrato della velocità libera dell' acqua moltiplicata nell' area percossa della detta palmetta, meno la resistenza, e la ruota moltiplicata nel quadrato della sua velocità, qual ruota dicendosi r, sarà $aab\mathrm{M} - \overline{a-x}|^2 \times b\mathrm{M} = rxx$, equazione, che si riduce ad $x = \frac{2ab\mathrm{M}}{r+b\mathrm{M}}$.

2. Riferiremo, oltre gli antedetti, qualche altro sperimento che si è fatto a Mulini del Dolo sulla Brenta l'anno 1733, avendo voluto riconoscere l'attività di quelle macine, che certamente sono delle più perfette di tutto lo Stato. Feci dunque abbassare once 5 delle 14 che ha di apertura la portina del canale, che imbocca la gorna detta da' nostri Macchinisti la *Sitella*, che la fanno per ordinario riuscire inclinata sotto dell' orizonte della soglia di detta portina once 14, perchè possa con la necessaria forza portar l'acqua nelle palmette della ruota, onde l' apertura era di once 9, ed è la solita che praticano i nostri Mugnaj, ed ivi ed altrove; paragonato dunque il moto della ruota con un orologio a minuti, potei rilevare che in cinque di questi, dove essendo tutta aperta la detta portina per

le quattordeci once mentovate, faceva 41 giri, con le once nove, non farne che 31 nel medesimo tempo. La caduta dell' acqua, diligentemente livellata dal pelo superiore all' inferiore de' Mulini, fu trovata di piedi 2. 7. di nostra misura.

Append. al Cap. XIV.

3. Le ruote hanno di diametro piedi 13, e quella che fu prescielta per lo sperimento avendo fatto le 41 rivoluzioni, delle quali si è detto, nello spazio di cinque minuti, ne avrà fatte in un' ora 492; e se l' acqua impellente avesse camminato di pari passo con la detta ruota, avrebbe fatto un viaggio di 20172 piedi di Venezia in un' ora, e 21012 di quelli del Re; quando però l' acqua camminar dovesse tre volte di più della ruota, avrebbe dovuto farne di questi 63036, e per ogni minuto secondo $17\frac{15}{36}$; il che paragonandosi ad un grave, che libero scendesse nell' aria, si trova, che per acquistar un tal moto, sarebbe stato uopo che la caduta fosse stata da un' altezza di piedi cinque e mezzo, quando certamente non cadeva, che per piedi 2. 9. 6. della misura di Francia.

4. Allora poi che fu abbassata la portina per le dette cinque once non fece, come si è detto, più di trent' una rivoluzioni, ciò non ostante, il corso dell' acqua, se fosse stato triplo di quello della ruota, avrebbe dovuto fare in un' ora piedi del Re 7661, ed in un minuto secondo piedi 13. 3; onde per tal moto avrebbe dovuto cader l' acqua dall' altezza di piedi 3. 1. 6, quando, come si è accennato, non cadeva che da piedi 2. 9. 6.

IV.

1. Prima di assoggettar la formola soprapposta al paragone dello sperimento, è necessario d' individuare l' effettivo stato del giuoco dell' acqua destinata a far muovere la ruota de' Mulini in quistione. Sia dunque PB una portina in profilo, inserviente a portar l' acqua al canale inclinato SC o sia alla *Sitella*, e si concepisca alzata dalla sua soglia C per tutta l' altezza BC, che sia nota, come pur sia nota l' inclinazione del canale SC cioè la CT ed anco la lunghezza di questo CS, e per conseguen-

Tav. XI. Fig. 21.

seguen-

ſeguenza ancora la CL metà della CS, eſſendo che quivi all' incirca cade la palmetta per ricever l'acqua diſcendente per CL, ad angolo retto; ſaranno pur note iſteſſamente ST, LE e CE. L'acqua ſuperiore trattenuta dalla portina ſia AO, la quale ſi ſupponga durar inalterata a dett' altezza, il centro della ruota dell' edificio ſia X a piombo in circa di S, termine inferiore della *Sitella*; XL ſia un raggio della ruota, e KL una delle palmette, ed appunto quella porzione che riceverà l'acqua diſcendente per il canale CS, che abbiamo di ſopra nell'articolo precedente al numero 1 nominata *b*; e che reſta quivi normalmente urtata dall'acqua: e perchè la Gorna o *Sitella* CS è alquanto formata con le ſponde convergenti, di modo che la larghezza della portina BC rieſce maggiore della larghezza della *Sitella* in L, ſi dirà quella N, e queſta M; Tale dunque eſſendo la meccanica con cui dal più al meno vengono fabbricati i Mulini di queſte noſtre parti, ſia da ritrovarſi l'area di KL × M, deſtinata a battere la palmetta, e che fuori di dubbio dev' eſſer minore dell'area o ſezione di BC × N di quella cioè, che ſopraſta alla ſoglia della portina C: intendaſi deſcritta la parabola AFGHIV, che abbia il vertice nella ſuperficie dell' acqua che ſi accolla a PB, non alterabile nella ſua altezza AC, e ſiano condotte le ordinate alla medeſima BF, CG, come pure DH, EI, le quali riſpondino alle rette KD, LE parallele ad AO ovvero STV; Sia pur condotta la LM parallela ad AT = DE.

2. E' noto dalla dottrina delle acque correnti, che come le velocità competenti all'acqua ch'eſce per BC poſſono eſſer rappreſentate dall'area parabolica BFGC, così quelle, che ſono dovute alla ſezione KL poſſono dinotarſi per l'area della ſteſſa parabola DHIE, e dovendo per tutte le ſezioni del canale CL paſſar egual quantità di acqua, ſarà però l' equazione $BC \times N \sqrt{Ac} = DE \times M \times \sqrt{Ae}$ (prendendoſi quì la media velocità competente alle altezze delle ſezioni BC, DE che ſi ſuppongono cadere ne' punti *c* ed *e*) e però $DE = \dfrac{BC \times N \times \sqrt{Ac}}{M \times \sqrt{Ae}}$.

3. Sia BK la ſuperficie dell' acqua diſcendente per CL che ſi riſtringe a miſura che ſi diſcoſta dal punto B, onde KL < BC. Sono poi ſimili i triangoli KML, MLN, CLE onde CL. LE ::

KL.

$KL.LM = DE = \frac{BC \times N \times \sqrt{Ac}}{M \times \sqrt{Ae}}$ e $KL \times M = \frac{CL \times BC \times N \times \sqrt{Ac}}{LE \sqrt{Ac}}$ $= bM$. e la ragione di dette aree sarà, (facendo CL il seno tutto) come questo seno moltiplicato nella velocità media dell' acqua nella sezione BC, al seno dell' inclinazione dell' angolo che fa la *Sitella* con la perpendicolare CT, moltiplicato nella velocità media che risponde alla sezione che batte la palmetta.

4. Ponendo in numeri quanto concerne la prima osservazione, allora cioè che la ruota, essendo alzata la portina once 14 faceva 41 giri, sarà BC = 14 once (come tutti gli altri numeri esprimeranno pure le once) AE = 33, CE = 7, AC = 26, Ac sito della velocità media si pone = 16, come Ae altro sito della velocità media per KL si fa eguale a 25, N = 30, LE = 35 e mezzo, e la CL = 36. Ma per l'altra osservazione delli 31 giri allorchè la portina non fu alzata che 9 once dalla soglia, poste le denominazioni come sopra, saranno mutate le infrascritte quantità, cioè BC = 9, Ac = 20, Ae = 26, i quali numeri sostituiti nella formola $x = \frac{2a \times bM}{r + bM}$ facendo $r = 1$ comecchè si siamo serviti della medesima ruota provengono prossimamente questi numeri 82 e mezzo, e 65 e mezzo, i quali all'incirca sono nella ragione di 41. 32: differenza che deesi rifondere nell' essersi presi i numeri prossimi, attesi gli irrazionali ch' entrano nel calcolo: Può dunque dirsi che la nostra formola salva i fenomeni, e si accomoda quanto basta alle osservazioni.

V.

1. Dopo che Mr. Pitot ha dimostrato nelle Memorie della Reale Accademia 1729, che due superficie di egual lunghezza, ma di larghezza ineguale presentate sotto varie inclinazioni alla corrente di un fiume, ricevono l' impulsione in ragione inversa delle loro larghezze, passa alla considerazione del vario operare dell' acqua corrente contro delle palmette, quando queste venghino costituite o secondo l' uso ordinario, partendosi dal centro della ruota, come raggi del circolo, ovvero quando venissero a formare tangenti della circonferenza dell' al-

Append. al Cap. XIV.

bero o sia timpano o fuso della ruota maestra, giacchè hanno preteso alcuni, che in tal maniera adattandole, meglio servir potessero al moto della macchina.

2. Quanto porta esso M. Pitot per provare che la palmetta, che e' chiama in *raggio*, sia da preferirsi, come migliore, all' altra che dice in *tangente*, è sì convincente e chiaro, che non abbisogna di ulterior disamina, contuttochè qualche macchinista creda di poter sostenere il contrario, onde nulla potendosi aggiungere in tal proposito, passeremo, sopra i principj posti da esso Mr. Pitot a cercare il numero delle palmette, delle quali abbisogna una ruota da muoversi con l' acqua, acciocchè in riguardo di ciò, come cosa molto essenziale, non lasci di produrre il migliore possibile effetto.

3. Pare veramente, che le considerazioni, che il sopralloda-to Autore va facendo sopra la disposizione più vantaggiosa delle palmette, siano solamente per quegli edificj, che galleggiano sopra delle acque correnti, da noi detti, Mulini a *Sandòni*; noi per render la cosa più universale, stenderemo le nostre ricerche a qualunque macchina, ed a qualunque acqua, che scendendo per un piano inclinato, dia il moto alle ruote.

Tav. XI. Fig. 22.

4. Sia dunque CBAF la ruota di un edificio, che debba esser mossa dall' acqua IFB, che scenda per il canale GB, nell' altezza GI, con inclinazione di GH, a percuotere nelle palmette MQ, DA; da quanto si è detto al numero XXXVI di questo Capitolo, resta manifesto che allora l'impressione che sarà per ricevere la palmetta, sarà massima quando questa sarà ridotta ad angolo retto con la direzione dell'acqua che ad urtarla discende, mentre se la palmetta si trova v. g. in MQ, non tagliando dessa in tal sito la corrente BI ad angolo retto, e ciò ch'è riflessibile, intersecando il corso e filamenti dell'acqua per quanto porta la porzione QO immersa, che non percuotino con tutta la loro energia la palmetta EA e coll'impedir loro in somma il libero corso; ciò ha ridotto i pratici macchinisti di comporre le ruote in maniera tale, che quando una delle palmette come EA sia ad angolo retto con la corrente EI, la susseguente palmetta KF abbia allora e non prima a toccar la superficie dell'acqua, e l'altra palmetta corrispondente LB ad esserne uscita, dal che si ricava il modo di divider la ruota nelle sue competenti

ti palmette, divenendo la porzione immersa EA della palmetta il seno verso dell'angolo ACF compreso dall'arco fra le due prossime palmette, e per conseguenza darà poi il numero di tutta la divisione da collocar esse palmette nella circonferenza LMKN.

Appendice al CAP. XIV.

5. Ciò supposto si dica $CA = np$ (p significa i piedi ovvero once, non quantità alcuna, n il numero di quelli o di queste) $AE = mp$, ch'è il seno verso, di cui si è detto, dovendosi esso pure intendere diviso come il raggio in piedi, o once espresse per mp. Sarà $np. mp :: ft. fu$ (f si prende per la caratteristica del seno, onde ft vale *seno tutto*, fu, *seno verso*) sarà però l'equazione $fu = \frac{mpft}{np}$, e resterà in tal modo espressa la AE nelle parti 100000 del raggio; Sia di poi il seno EF dell'angolo incognito, e che si cerca DCK, x, sarà per la natura del circolo $2ft - \frac{mpft}{np} . x :: x . \frac{mpft}{np}$, ed $x = \frac{ft\sqrt{2np - mp \times mp}}{np}$, vale a dire, che il seno dell'arco ricercato per la distanza delle palmette sarà in ragion composta della diretta del seno tutto, e della dimezzata della differenza fra il doppio numero de' piedi o once, che esprime il raggio CA, e quello che ne espone la parte immersa AE della palmetta, da moltiplicarsi con questo ultimo numero, ed inversa del numero di piedi ed once di tutto il raggio CA.

6. *Esempio*. Si abbia un diametro per la ruota CBF di once $144 = np$; l' immersione massima che possi far la palmetta DA, cioè la $AE = mp = 9$ once, sarà $x = \frac{100000\sqrt{2511}}{144}$ $= \frac{5000000}{144}$ prossimamente, che da 34722 per il seno EF dell'angolo ricercato ACF, numero che risponde a gradi 20. 19', quindi in tal deduzione si potranno prender i soli gradi 20 per la pratica, e per conseguenza porterebbe tal ruota diciotto palmette.

7. Resta poi manifesto, che a misura che la ruota crescerà di diametro, rimanendo inalterata la pendenza del Canale, e l' al-

Appendice al CAP. XIV.

altezza dell'acqua, che per esso scende, che si ricercherà maggior numero di palmette; Se la AE fosse minore, cioè meno restasse immersa, e fosse stato accresciuto il diametro della ruota, ancor maggior numero ne esigerebbe; ma se AE crescesse al crescer del diametro non tante ne domanderebbe, come col calcolo agevolmente si rilevano e le predette, e tutte le altre variazioni, che ne fossero per seguire.

8. E'da rimarcarsi, che come per lo più riesce incommensurabile l'arco, che nasce dal seno $x = EF$ rispetto a tutta la circonferenza della ruota, così in pratica basterà di prender il numero prossimo, senza volersi scrupolosamente accostare al preciso, poco o nulla ciò rilevando alla sostanza di quanto si ricerca.

9. Se l'immersione AE fosse di un piede, cioè $mp = 12$ once, ed il resto come sopra, allora x diverrebbe eguale a $\frac{100000\sqrt{3312}}{144}$ $= \frac{5900000}{144} = 40972$ numero che risponde al seno di 24°. 11'. per il seno di EF, onde 15. sole palmette basterebbero a tal ruota.

10. La formola dunque soprapposta dà il modo facile di calcolare la divisione del giro della ruota per le palmette, come l'equazione $nnpxx = \overline{2np - mp} \times mpstt$ dà il metodo di conoscersi, e determinarsi qualunque altra quantità, che fosse in questo esame supposta incognita, cioè ovvero np, ovvero mp, allorchè x fosse data, e rispettivamente mp, oppure np.

11. I nostri macchinisti per altro non stanno sì attaccati alle predette regole, abbenchè fondate sul più retto raziocinio, ma piuttosto abbondano nel numero delle palmette, in maniera che se AE sia nel sito da ricever l'acqua normalmente, ad essi non cale se sia già entrata sotto la superficie dell' acqua qualche poco la KF, ne che sia uscita la LB, il che succede nel porre maggior numero di palmette di quello indichi il calcolo: onde a quella ruota che in grazia di esempio porterebbe secondo il calcolo 18. in 20. palmette, essi ne darebbero 24. il che si ha voluto avvertire, perchè si sappia la latitudine che hanno le proposizioni, quando si addattano all'uso mecca-

ca-

canico, di modo che parerebbe assai meglio conformarsi alla pratica il prender l' immersione di AE non dal fondo della Sitella fino alla superficie dell' acqua discendente IB, ma dal fondo predetto fino al sito, ove cadesse la velocità media di tutti i filamenti dell'acqua destinati ad urtare la AE.

Appendice al Cap. XIV.

I L F I N E.

In-

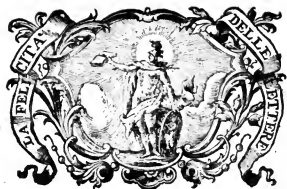



TAVOLA ALFABETICA

Di quanto si contiene nell' Opera.

N. B. *Il primo numero Romano indica il Capitolo, e quando è preceduto da un'* A. *significa l'Appendice di esso; Il secondo pur Romano, ma più minuto, mostra il numero del Capitolo; il terzo Arabico, quello della pagina; ed il* P *quando si trova, dinota Parte prima o seconda, a norma del numero che lo seguita: così* V. P. 2. XXIII. 122. *significa Capitolo quinto, Parte seconda, numero* XXIII., *carte* 122.

A

B

C

D

E

F

L

M

N

O

P

Q

R

men-

S

far

T

V

Z

Errori a correggersi nella Prefazione.

Pag. vj. l. 11. *leg.* che s'intermi. pag. xvj. l. 1. *leg.* ce le. pag. xxv. l. 17. *leg.* quelli che tali.

Nell' Opera.

Pag. 6. l. 8. nella, *leg.* della. pag. 16. l. 30. BW. *leg.* KW. pag. 28. l. 28. velocicà, *leg.* velocità. pag. 29. l. penultima $= \frac{8c^4m}{yy}$ *leg.* $- \frac{8c^4m}{yy}$. pag. 35. l. 33. $\int \frac{2b^4 a\sqrt{x}}{bb\sqrt{a}}$ *leg.* $\frac{2b^4 a\sqrt{x}}{bb\sqrt{a}}$. pag. 58. l. 23. fu, *leg.* frà. pag. 68. l. 34. *leg.* cognite. pag. 73. l. 24. *leg.* perpendicolare AD. pag. 86. in margine *leg.* Cap. V, e lin. 3. dal fine $\frac{1}{9}$, *leg.* $\frac{1}{6}$. pag. 91. l. 17. *6 leg. b*. pag. 98. l. 21. *leg.* essendo. pag. 107. l. 9. *leg.* di cui. pag. 122. l. 30. *1b; 2b. leg. 1b, 1p; 2b, 2p*. pag. 127. l. 4. cR, *leg.* CR. pag. 128. l. 20. *leg.* $Ou = z + x = Db = p$. pag. 130. l. 4. LM, *leg.* I*m*. pag. 146. in marg. *leg.* Fig. 6. pag. 158. l. 3. *leg.* $b^m y^p$. pag. 159. l. penult. *leg.* z. d. pag. 160. l. 10. $\frac{n}{1}$, *leg.* $\frac{1}{n}$. pag. 164. l. 21. *leg.* LGF. pag. 174. l. 16. *leg.* B*q*. pag. 180. l. 7. e se, *leg.* se. l. 17. dopo Propos. XVII. s'aggionga, Dialogo III. della nuova Scienza. pag. 185. l. 21 *leg.* soggetti. pag. 194. l. 7. *leg.* $5\frac{218}{1000}$. pag. 197. l. 25. *leg.* EA*y*. lin. 31 *leg.* E*y*. ivi l. ult. *leg.* in E. pag. 198. l. 2. EA*y*. in margine del numero XXX. si ponga TAV. IV. Fig. 12.. pag. 200. l. 10. *leg.* B*fb*. p. 218. l. 18. *leg.* col supporre. pag. 227. l. 21. *leg.* 22000. pag. 279. l. 21. *leg.* far egual impressione. pag. 306. l. 11. *leg.* RN. pag. 376. l. 24. *leg.* di non ammettere. pag. 403. l. 6. il che, *leg.* e. p. 410. lin. 33. *leg.* *ee* VV. pag. 421. l. 24. log. sen. *leg.* log. 2. pag. 432. l. ult. *x* e, *leg.* *x*. pag. 463. l. 2. *leg.* col prender.

SERIE DELLE TAVOLE

Perchè possino esser collocate a suoi luoghi.

Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 10
Fig. 12.
Fig. 14
Fig. 15.
Fig. 20
Fig. 21.

Fig. 3.
H
E
A
67
C
8
Quantità 37 $\frac{2}{3}$
Quanti
F
D
E
H
A
F
Fig. 9.
2R
2Q
1R
1Q
G
S
H
M
B
1h
2h
1b
2b
C
1C
2C
2G
3G

l
h
k
H
Fig. 1: a
f
m
D
Fig. 3.
Q
G
H
ig. 10.
F
E
B
P
C

C
M
D
K
Q
F
Fig. 2.
G
L
Q
H
E
u
C
Fig. 12
D
A
G
F
Q
B
Q
C
h
Fig. 13.
f
e
d
G Mazzorno
F Veniera
P
M
B
C
N

F
H
E
B
C
F
E
Fig. 9.ª
X
D
A
M
L
H
O
c
Q
N
P
R
S

Fig. 3
m
p
q
Q
A
E
P
D
F
C
H
G
K
I
F
E
I
Q
K
F
H
S

Fig. 2
B
D
G
P
G
Fig. 8.
E
F
B
C
L
M
d
D
E
E
A
I
T
S
b
R
Z

B
C
c
I
G
T
E
P
B
X
C
Fig. 4
X
T
D
K
N
c
i
l
Q
B
C
Fig. 11

H
A
I
B
a
C
b
Fig. 3.
D
c
E
d
F
e
G
f
C
E
e
Fig 2.
P
D
A
B
C
D
Fig. 6.
G
F
K
I
V
N
P
M
Q
E
B
D
Fig.
F
A
b
c
q
o
Fig. 10
k
h
R
T
P
O
G
A
P
D
C
B
R
Fig. 15.
F